

AS CÔNICAS: UMA EXPERIÊNCIA UTILIZANDO DIVERSAS ABORDAGENS

Eder Pereira Neves
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
ederpereira@uems.br

Resumo:

Este relato tem como objetivo apresentar as experiências realizadas na disciplina de Geometria Analítica – GA, referente ao conteúdo de cônicas, desenvolvido na 2ª série do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul – UEMS da Unidade Universitária de Cassilândia - UCC. A proposta curricular da disciplina de GA propõe uma abordagem teórica e prática em relação aos conteúdos que a compõe, dessa forma, relatamos os passos de uma experiência de ensino pela qual envolveu diferentes abordagens sobre os conceitos de cônicas e aspectos relativos à Prática como Componente Curricular.

Palavras-chave: Cônicas; Prática de Ensino; Recursos.

1. Introdução

A disciplina de Geometria Analítica é oferecida na 2ª série do curso de Licenciatura em Matemática da UEMS/UCC de forma anual, com quatro aulas semanais totalizando uma carga horária de 136 horas/aulas, de modo que 120 horas/aulas são aulas teóricas e 16 hora/aulas são destinadas a Prática como Componente Curricular.

A disciplina de Geometria Analítica passou por uma reformulação em 2012, e, é considerada no Projeto Pedagógico do Curso de Matemática Licenciatura da UCC, como sendo uma disciplina de caráter de formação específica a Matemática, pela qual se destaca por interagir com a Geometria Euclidiana, a Álgebra Linear e o Cálculo Diferencial e Integral.

No início do ano de 2015 os professores do curso discutiram as aplicações das aulas Práticas como Componente Curricular em suas disciplinas em consonância do que está proposto no Projeto Pedagógico do Curso, diante destas análises e reflexões o plano de ensino da disciplina de GA foi elaborado atendendo estas normas.

Segundo o Projeto Pedagógico do Curso UEMS/UCC (2012):

A Prática como Componente Curricular é composta por ações que podem ocorrer no interior das disciplinas curriculares e na inter-relação entre elas, configurando-se como momentos de observações e reflexões sobre o

c
conteúdo curricular que está sendo estudado e a sua relação com a prática docente do futuro professor. (p. 18)

O Projeto Pedagógico do Curso enfatiza que a Prática como Componente Curricular, é uma atividade contínua e permanente que ocorrerá ao longo de todo o curso, vinculada a todas as disciplinas de caráter geral e específico. Entretanto, estas atividades têm por objetivo proporcionar o exercício à docência pela qual permeia toda formação do aluno e futuro professor de Matemática. O Projeto Pedagógico do Curso destaca algumas características para a realização das práticas.

A prática deve ser enriquecida por meios orais e escritos de professores, tecnologia da informação, produção dos alunos, situações simuladoras, trabalhos orientados, atividades de laboratório, seminários e sessões de estudos. As atividades devem ser desenvolvidas em sala de aula no horário da disciplina e externamente nas escolas públicas conveniadas com a UEMS. (UEMS/UCC, 2012, p.20)

O plano de ensino de GA, desenvolvido para ser executado em 2015, foi idealizado para contemplar os aspectos teóricos e práticos envolvidos na disciplina. Ele foi constituído de forma geral pela ementa da disciplina, objetivo, conteúdos, metodologia, avaliações e bibliografia.

Os aspectos relevantes, que cabe ressaltar, ficaram em torno da metodologia de ensino, pela qual destaca que além de aulas ministradas pelo professor da disciplina, os alunos tiveram ampla participação através de seminários e aulas práticas de exercício a docência, pelas quais estes momentos geraram discussões de situações de ensino tanto na preparação das aulas e na análise do livro didático, quanto na exposição de conteúdos apresentados por eles.

Na ementa da disciplina um conteúdo que colocamos em destaque, foi o conteúdo referente as cônicas, pelo seu caráter teórico e prático, foram levantadas situações de ensino pela qual as abordagens justificaram a elaboração desta comunicação.

Representamos duas abordagens no trabalho com as cônicas, uma de caráter teórico que ficou a cargo do professor da disciplina e outro prático que ficou a cargo dos alunos, pois os mesmos apresentaram um trabalho avaliativo contemplando o conteúdo referente às cônicas.

2. Abordagem Teórica das Cônicas

As cônicas fazem parte de um bloco de conteúdo rico em significados teóricos e práticos, suas aplicações são encontradas em diversos contextos pela qual justifica o fato de fazer parte do currículo do Ensino Médio na Rede Estadual de Ensino.

Toda abordagem teórica utilizada nas aulas foram embasadas em bibliografias utilizadas na disciplina de Geometria Analítica tais como IEZZI (1997), OLIVEIRA e BOULOS (1987), STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. (1987) e WINTERLE, P. (2000).

Uma abordagem inicial no trabalho com as cônicas são as suas representações visuais que podem ser feitas para representar as seções cônicas. Deste modo, foram apresentadas para os alunos por meio do computador/projetor as imagens de representações das seções cônicas. As discussões ficaram em torno das duas figuras representadas a seguir, segundo (Winterle, 2000, p. 159-158).

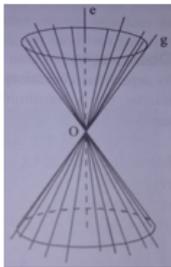


Figura 1: Cone

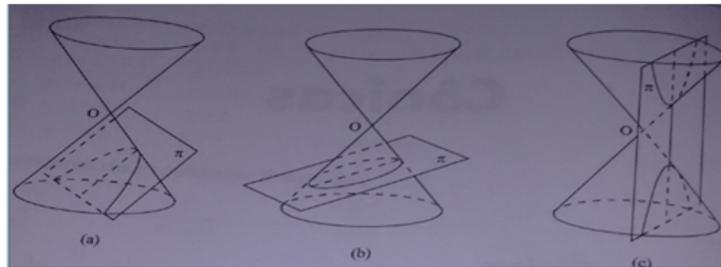


Figura 2: Seções Cônicas com o plano π

A figura 1 representa uma superfície cônica, pelo fato, de que o eixo da superfície e e a reta geratriz g da superfície concorrem em O , mantendo estas condições, deste modo, um giro de 360° em torno de e , g gera uma superfície circular caracterizada como superfície cônica.

A figura 2 é representada por três situações, em a) o plano π secciona a superfície cônica, não passando por O , mas paralela a geratriz g formando a *parábola*, em b) o plano π não é paralelo com a geratriz e intercepta apenas uma das folhas, formando a *elipse* ou uma *circunferência* se este plano formar um ângulo de 90° com o eixo da superfície cônica, e em c) o plano π não é paralelo a g , mas sim ao eixo da superfície cônica onde intercepta as duas folhas da superfície, gerando a *hipérbole*.

Foco: F

Logo após expostas estas imagens, foram apresentadas inúmeras aplicações envolvendo as cônicas, pela qual, foi proposto um trabalho avaliativo, previsto no plano de ensino da disciplina, cujo objetivo foi explorar os conceitos das cônicas (parábola, elipse e hipérbole) e as quádricas (parabolóide, elipsóide e hiperbolóide) através de construções de materiais justificando suas aplicações no cotidiano, correlacionando-os como recursos para o ensino de tais conceitos. A turma foi dividida em três grupos, o grupo da parábola/parabolóide o da elipse/elipsóide e o da hipérbole/hiperbolóide, o relato destas apresentações será apresentado adiante.

Na abordagem teórica sobre as superfícies cônicas, começamos explorando as definições da parábola através de duas abordagens, antes de demonstrarmos a equação da parábola. A primeira através de dobradura como podemos observar na figura 3

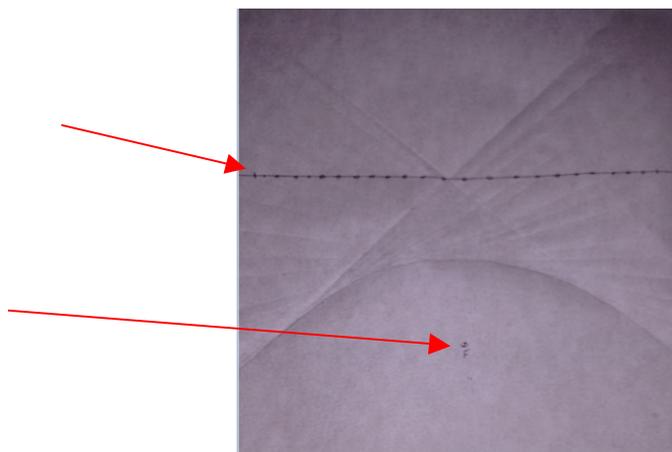


Figura 3: Parábola através de dobraduras no papel manteiga

A sobreposição do ponto F , definido como foco, sobre os pontos da reta D , denominada reta diretriz, gerou a superfície parabólica. Com este procedimento, realizado pelos próprios alunos, foram discutidos conceitos e definições, tais como, reta diretriz, propriedades do foco, distância focal e eixo focal.

Uma representação de parábola também foi apresentada utilizando o software GeoGebra, pela qual, por meio de alguns procedimentos, gerou a definição de parábola, que é o conjunto de todos os pontos do plano equidistantes de um ponto fixo e de uma reta fixa desse plano. Então nestas condições, um ponto P qualquer pertence à parábola, se e somente

Foco: F2

se, $d(P, F) = d(P, d)$, estas abordagens motivaram a demonstração da equação geral e paramétrica da parábola utilizando giz e lousa.

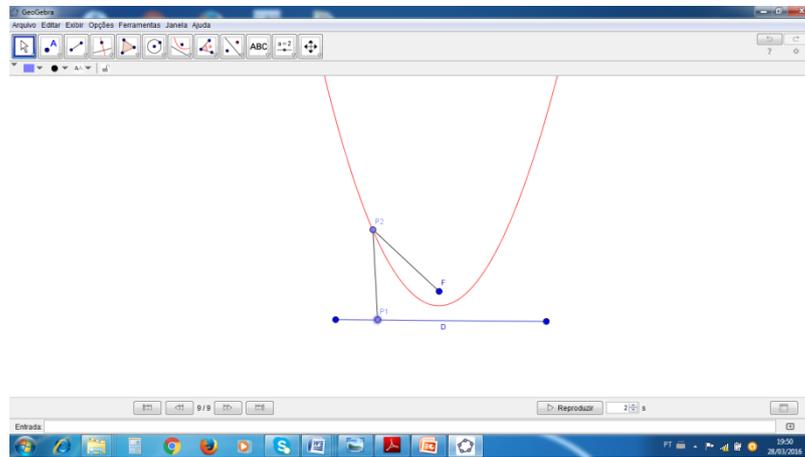


Figura 4: Parábola utilizando o software GeoGebra

O método análogo foi realizado para caracterizar a elipse, utilizando o papel manteiga, os alunos exploraram conceitos e propriedade da elipse, como se pode ver na figura 5.

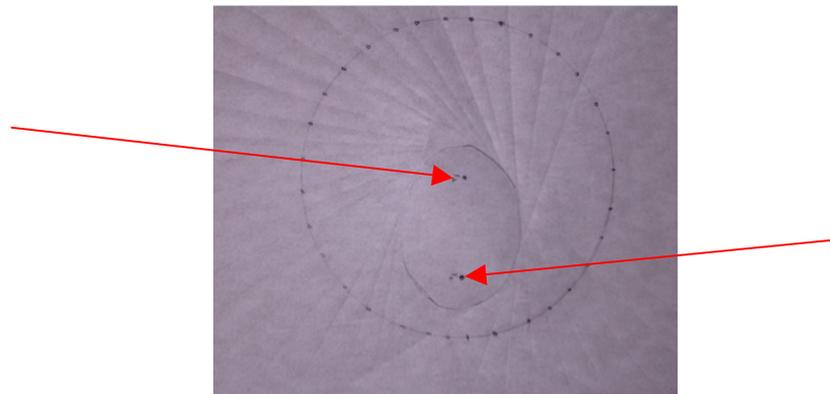


Figura 5: Elipse através de dobraduras no papel manteiga

A elipse possui dois focos característicos, na figura 5 o foco F_1 está posicionado no centro da circunferência e F_2 no interior da mesma. Na sobreposição de F_2 com pontos sobre a circunferência obtém a elipse no seu interior. O objetivo principal na construção da elipse estava vinculado à percepção dos alunos para as principais propriedades da elipse, tais como, eixo maior e o menor e as medidas constantes entre focos e pontos pertencentes à elipse.

A representação da elipse, dada pela figura 6, também foi discutida através do software GeoGebra, foi com os recursos do software que os alunos perceberam a definição da

elipse, que é constituída pelo conjunto de todos os pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante. Chamando de $2a$ a constante da definição, um ponto P pertence à elipse se e somente se, $d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$. A partir desta definição foi demonstrada a equação da elipse primeiramente com centro no eixo das coordenadas $C(0,0)$ e do mesmo modo fora da origem do sistema cartesiano.

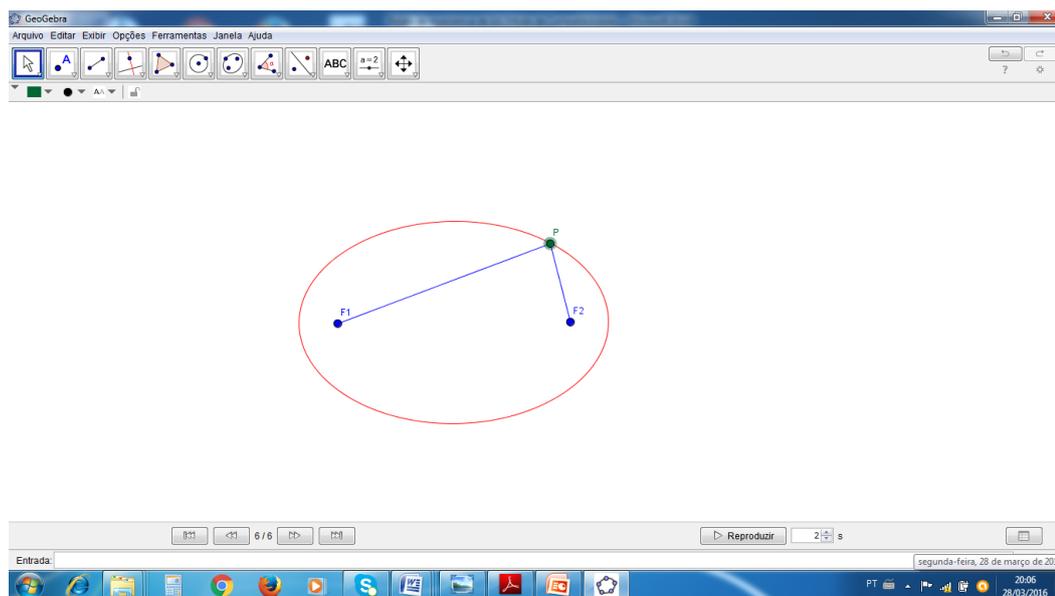


Figura 6: Elipse através do software GeoGebra

Além disso, foi discutida as equações paramétricas da elipse explorando os recursos do software GeoGebra, representada na figura 7.

O fato, se considerarmos a elipse de equação $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ com centro em $C(0,0)$ e eixo maior no eixo das abscissas, podemos observar na figura 7, a formação de um triângulo retângulo $A'OA$, pelo cosseno do ângulo temos que $OA' = OA \cdot \cos$ ou o mesmo que $x = a \cdot \cos$ como x é a abscissa de um ponto da elipse temos que $\frac{(a \cdot \cos)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$,
donde $\frac{y^2}{b^2} = 1 - \cos^2 = \text{sen}^2$, e $y = b \cdot \text{sen}$.

Se o parâmetro podemos escrever as equações paramétricas da elipse sendo

$$\begin{aligned} x &= a \cdot \cos t \\ y &= a \cdot \sin t \end{aligned} \quad \text{Foco: F2}$$

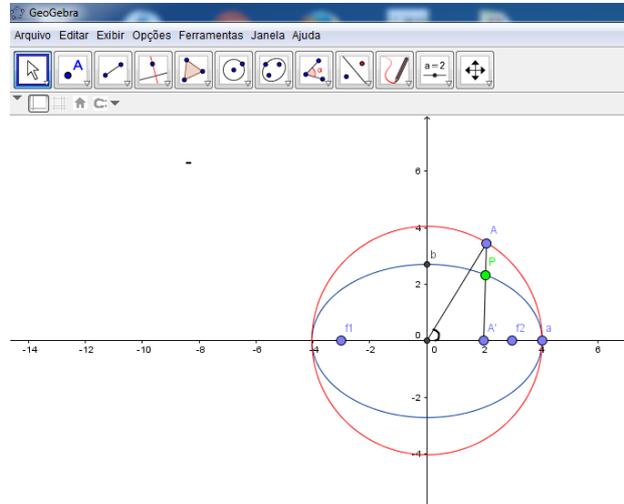


Figura 7: Representação da demonstração das equações paramétricas da elipse através do software GeoGebra

De forma semelhante, trabalhamos com as definições e propriedades da hipérbole, primeiramente começamos com as dobraduras no papel manteiga como representado na figura 8.

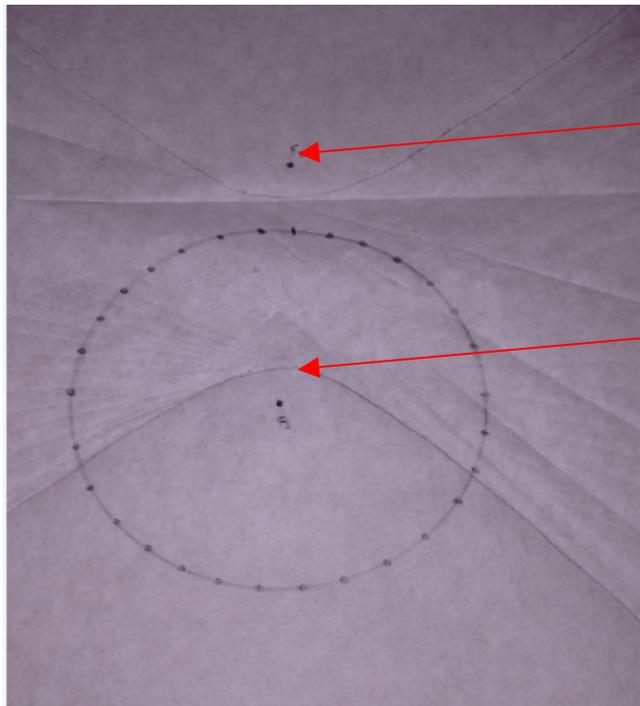


Figura 8: Hipérbole através de dobraduras no papel manteiga

Uma característica da superfície hiperbólica é possuir dois focos F_1 no interior da circunferência e F_2 no exterior da mesma. Definido o foco F_2 , sobrepõe-se aos pontos situados na circunferência, o resultado destas sobreposições obtém a hipérbole, no momento das dobraduras os alunos discutiram as principais características da hipérbole como os eixos maior e menor e as assíntotas.

O software GeoGebra (figura 9) também foi utilizado como recurso, o uso do software motivou a construção de significados e definição da hipérbole que é caracterizada por um conjunto de todos os pontos de um plano cuja a diferença das distâncias, em valor absoluto, a dois pontos fixos desse plano é constante. Deste modo, chamando de $2a$ a constante da definição, um ponto P pertence a hipérbole, se e somente se, $|d(P, F_1) - d(P, F_2)| = 2a$, a partir da definição fizemos a demonstração das equações reduzidas e paramétricas da hipérbole de maneira análoga ocorrida na elipse.

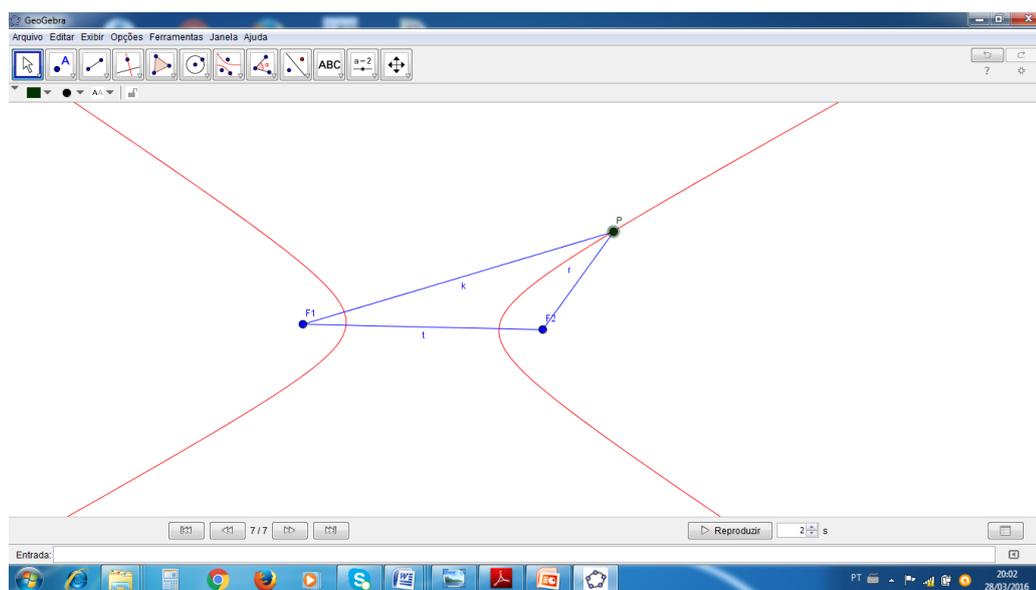


Figura 9: Hipérbole através do software GeoGebra

A partir destas definições foi proposta uma lista de exercícios visando fixar os principais conceitos referentes às cônicas. Também foi proporcionada, como aula prática de exercícios à docência um momento pelas quais os alunos analisaram alguns volumes de livros didáticos adotados pela Rede estadual de ensino de Mato Grosso do Sul de diferentes autores, com o foco nos conteúdos referentes a Geometria Analítica evidenciando as cônicas e as diferentes abordagens apresentadas pelos livros.

Superfície
Parabólica

3. Apresentação dos Alunos

Como requisito avaliativo da disciplina de Geometria Analítica, os alunos apresentaram seus trabalhos com as temáticas Cônicas e Quádricas. Estes materiais confeccionados tiveram como objetivo principal relacionar os conceitos através de aplicações que possivelmente servirão de recursos metodológicos na futura vida profissional.

Como mencionado anteriormente, a turma foi dividida em três grupos, que ficou caracterizado como sendo grupo da parábola/parabolóide, grupo da elipse/elipsóide e grupo da hipérbole/hiperbolóide.

O grupo da parábola/parabolóide apresentou um trabalho envolvendo as propriedades da parabólica, os alunos esquematizaram segundo a figura 11 e confeccionaram um forno solar representado na figura 10.



Figura10: Forno Solar

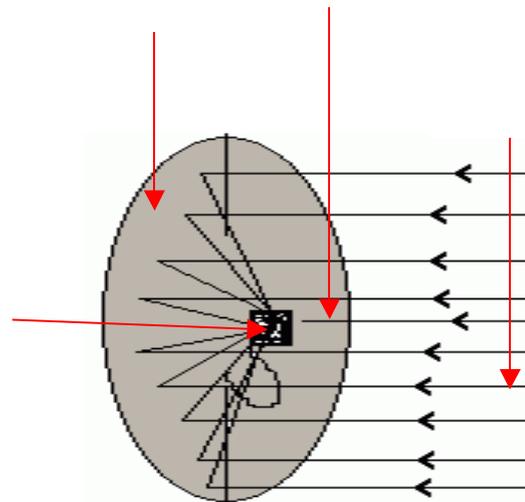


Figura11: Propriedade Parabólica

O forno solar vide figura 10, é constituído por uma superfície parabólica e construído de material metálico e polido, com a finalidade de refletir os raios solares. Deste modo, demonstrando uma das principais propriedades da parabólica, ou seja, que todo raio que incide paralelamente ao eixo focal, produz uma reflexão passando pelo foco principal. Seguindo esta propriedade, no foco da parabólica foi construído um forno que nestas condições recebe uma maior incidência de raios solares.

F1. Ponto de partida

O grupo da elipse/elipsóide apresentou um trabalho envolvendo as propriedades da elipse, os alunos projetaram uma mesa de bilhar elíptica, para apresentar uma das principais propriedades da elipse.

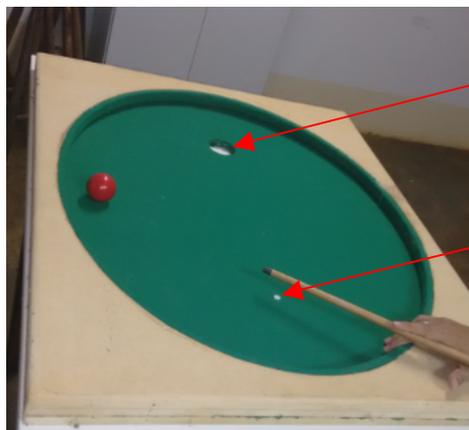


Figura 12: Mesa elíptica

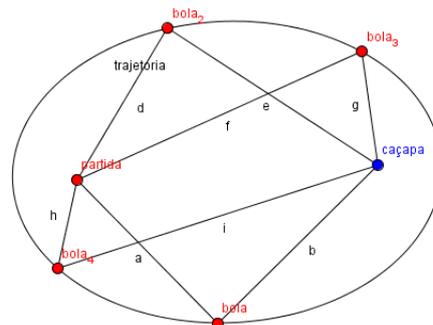


Figura 13: Propriedade da elipse

A mesa elíptica figura 12, foi confeccionada seguindo a definição da elipse, vide figura 13, que é caracterizada por um conjunto de pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é sempre constante. A partir desta definição os acadêmicos passaram para os procedimentos de montagem da mesa que é constituída de madeira forrada de tecido no formato elíptico com tabelas de borracha, em um dos focos da elipse é colocada a bola, ponto de partida, no outro foco a caçapa. O objetivo do material foi provocar uma discussão, que motiva e desperta o interesse pelas propriedades da elipse.

O grupo da hipérbole/hiperbolóide apresentou dois materiais que evidenciavam as propriedades da hipérbole, os alunos construíram um cone de linhas representada na figura 14 e um protótipo de uma ponte no formato hiperbólico, figura 15. Para confecção dos cones de linhas, os alunos utilizaram madeira reciclada e fixaram duas tábuas paralelas sobre quatro colunas de madeira, na tábua superior foi colocada uma tábua móvel na forma de círculo onde estão fixadas as linhas, à medida que gira o êmbolo superior os conjuntos de linhas ganham forma de uma hipérbole em destaque na figura 14. A ponte de formato hiperbólica foi idealizada pelo grupo visando uma das aplicações da hipérbole. Construída de filetes de madeira reciclada e colada a ponte da figura 15, chamou atenção por suportar pesos de diferentes alunos.



Figura 14: Cone de linhas



Figura 15: Ponte Hiperbólica

4. Considerações Finais

Observando as atitudes dos alunos nas disciplinas específicas do curso de Matemática, percebemos que boa parte deles demonstra certos temores que são manifestados nas avaliações, nas suas apresentações de seminários e resoluções de exercícios. Faz transparecer uma insegurança que ocasiona uma desmotivação e falta de criatividade. Ao refletirmos sobre isto, concluímos que podem ser vinculadas as posturas metodológicas dos professores que justificam tais atitudes dos alunos.

No desenvolvimento destas aulas podemos perceber avanços significativos no posicionamento dos alunos perante a disciplina. Nos depoimentos deles, após a realização das atividades, ficava evidente o grau de satisfação e compromisso do que tinha sido estabelecido no plano de ensino.

As aulas, além de atender os objetivos da Prática como Componente Curricular, mostrou também que corrobora com os conhecimentos específicos do curso. Foram observadas que estas atividades motivaram os alunos, que relatavam positivas perspectivas com relação a conclusão do curso e a futura profissão.

Estas atividades geraram novas ideias metodológicas para serem trabalhadas com as futuras turmas que cursarão esta disciplina, e também com outras oferecidas no curso.

5. Referências

IEZZI, Gelson. *Fundamentos de Matemática Elementar: geometria analítica*. São Paulo: Atual, 1997. v. 7.

OLIVEIRA, I. C.; BOULOS, P. *Geometria Analítica: um tratamento vetorial*. McGraw-Hill, 1987.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. *Geometria Analítica*. 2. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1987.

WINTERLE, P. *Vetores e Geometria Analítica*. São Paulo: Makron Books do Brasil, 2000.

UEMS/UCC. *Projeto Pedagógico do Curso de Matemática Licenciatura*. Disponível em http://www.uems.br/graduacao/curso/matematica-licenciatura-cassilandia/projeto_pedagogico. Acesso em 20/03/2016.