

GEOMETRIA ESPACIAL: ANÁLISE DE UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

Dienifer da Luz Ferner
Universidade Federal do Pampa- Unipampa
dieniferlferner@gmail.com

Leugim Corteze Romio
Universidade Federal do Pampa- Unipampa
leugimcr@gmail.com

Maria Arlita da Silveira Soares
Universidade Federal do Pampa- Unipampa
arlitasoares@gmail.com

Rita de Cássia Pistóia Mariani
Universidade Federal de Santa Maria- UFSM
rcpmariani@hotmail.com

Resumo:

Este trabalho tem por objetivo analisar a abordagem da geometria espacial em uma coleção de livros didáticos do Ensino Médio, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Para tanto, está fundamentado nas ideias de Van Hiele e Duval e são adotados os pressupostos de uma pesquisa qualitativa e uma análise documental. A análise dos dados permitiu concluir que o contexto da própria matemática é o mais valorizado dentre os exercícios analisados da coleção. Em relação aos níveis de Van Hiele, o mais explorado é o nível da *Análise*, possibilitando o estabelecimento de relações entre figuras geométricas bi e tridimensionais. Ao tratar das transformações de representações semióticas apresentadas nos exercícios, constata-se que as conversões foram mais exploradas, sendo estas do registro da língua natural para o algébrico, tendo por vezes como intermédio o geométrico, mas ainda com grande ênfase para a aplicação de fórmulas.

Palavras-chave: Pensamento geométrico; Geometria Espacial; livro didático.

1. Introdução

A geometria está presente nas formas naturais e construídas, sendo fundamental “à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços” (BRASIL, 2002, p.123). Este campo da Matemática possibilita ao estudante resolver uma diversidade de problemas oriundos das práticas sociais, outras áreas do conhecimento e da própria matemática, como por exemplo, problemas de otimização¹. Entende-se que o conhecimento geométrico contribui no desenvolvimento de várias capacidades cognitivas superiores: localizar-se no tempo e no

¹ Criação de condições mais favoráveis para o desenvolvimento de algo.

espaço, raciocinar logicamente, abstrair e generalizar,... Para Pires et al. (2012, p. 11) a “necessidade de resgatar o ensino de Geometria nas escolas passou a ser um dos destaques em diferentes propostas curriculares e artigos sobre o assunto”. No que tange ao ensino da geometria, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2002, p. 124) ressaltam que:

Não se trata da memorização de um conjunto de postulados e de demonstrações, mas da oportunidade de perceber como a ciência Matemática valida e apresenta seus conhecimentos, bem como propiciar o desenvolvimento do pensamento lógico dedutivo e dos aspectos mais estruturados da linguagem matemática.

Percebe-se que as orientações curriculares sugerem aos professores um trabalho que contribua para o desenvolvimento do pensamento lógico dedutivo e à linguagem matemática e suas especificidades. Nesta perspectiva, é importante verificar as pesquisas voltadas ao ensino e aprendizagem da geometria, pois o ensino deste campo, geralmente, centra-se na memorização de fórmulas, o que não contribui para o desenvolvimento da capacidade de abstração, de estimar e comparar resultados, de reconhecer propriedades das formas geométricas, essenciais na resolução de problemas da própria matemática e de outras áreas do conhecimento. Para tanto, foi realizado um mapeamento com a intenção de identificar as produções que apresentam, no título, os seguintes descritores: *geometria espacial, pensamento geométrico e volume*². Foram mapeados artigos em 15 periódicos brasileiros da área da Educação Matemática cujos dados estão expostos no *site* da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Os dados do mapeamento indicam que há 19 produções, envolvendo os descritores selecionados. Das 19 pesquisas mapeadas recorreu-se a 11, pois 6 não estavam disponíveis *online*, 1 refere-se aos aspectos históricos da geometria, e 1 foi publicada em dois periódicos com títulos diferentes, mas com mesmo conteúdo.

A análise das 11 pesquisas mapeadas permitiu verificar que a teoria de Van Hiele fundamentou apenas 2 publicações. O modelo de Van Hiele foi elaborado com o intuito de entender e obter explicações sobre a ruptura entre o ensino da Geometria e sua compreensão, por parte dos estudantes. Ele descreve cinco níveis: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Cada nível é identificado por meio das relações entre os objetos de estudo e a linguagem adequada. A importância dos níveis de Van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico está relacionada ao fato de que a evolução de um nível para outro depende mais das atividades propostas por professores e desenvolvidas com

² Este conceito, geralmente, é um dos mais abordados nas avaliações de larga escala, por exemplo, Exame Nacional do Ensino Médio.

sucesso pelos estudantes do que da maturidade destes. Os dados do mapeamento permitem, também, afirmar que a teoria dos Registros de Representação Semiótica, elaborada por Duval, com objetivo de compreender as especificidades relacionadas à aprendizagem matemática, não foi base teórica em nenhuma das produções, entretanto as representações semióticas tem lugar central quando se trata da apreensão conceitual de objetos matemáticos. Ainda, em relação aos dados do mapeamento verifica-se que apenas uma pesquisa analisou livros didáticos, mesmo estes sendo de extrema importância para os estudantes, pois, segundo o Programa Nacional do Livro Didático - PNLD (BRASIL, 2007), fazem referência aos conhecimentos socialmente relevantes, bem como para os professores, porque torna-se um material que auxilia na construção dos significados dos conteúdos a serem desenvolvidos e na preparação de seus planejamentos.

Diante deste contexto, optou-se por analisar a abordagem da geometria espacial em uma coleção de livros didáticos do Ensino Médio, aprovadas pelo PNLD, buscando: identificar quais níveis de Van Hiele são abordados nas atividades apresentadas na coleção e quais os contextos escolhidos e verificar se e como são propostas as transformações de representações semióticas. Cabe ressaltar que, esta pesquisa integra as investigações realizadas no grupo de pesquisa matE² - Educação e Educação Matemática. Este grupo³ tem dedicado seus estudos a análise de livros didáticos com o propósito de auxiliar os professores a formular critérios para analisar este recurso, considerando e percebendo seus limites/lacunas e potencialidades.

2. Pensamento geométrico: alguns entendimentos

A compreensão de inúmeras atividades do dia a dia requer que as pessoas questionem-se, por exemplo, sobre “qual o melhor formato para elaboração de uma embalagem, considerando o material disponível para a construção e o objeto a ser guardado”. Para responder estas e outras questões, geralmente, é preciso mobilizar diferentes tipos de raciocínios, a saber: pensamento indutivo; raciocínio lógico-dedutivo; pensamento não determinístico, em particular, visão geométrico-espacial (BRASIL, 2014). Em relação à visão geométrico-espacial, esta consiste em um aprendizado significativo da geometria e de suas aplicações,

[...] a partir da construção de representações mentais que possibilitam, por exemplo, reconhecer características de figuras geométricas [...], interpretar relações entre

³ Envolve participantes de três universidades do interior do estado do Rio Grande do Sul, sendo 2 instituições federais e 1 comunitária.

objetos no espaço e estimar áreas e volumes sem medição direta; antecipar resultados de transformações de figuras planas e objetos espaciais [...]; produzir e interpretar representações planas de objetos espaciais, plantas baixas de construções, mapas de diversos tipos, ou maquetes. (BRASIL, 2014, p.11)

Este pensamento propicia aos estudantes a relação entre objetos e movimentos no espaço físico, permitindo que façam relações entre o tridimensional e o bidimensional. Nesta perspectiva, o Referencial Curricular do Estado do Rio Grande do Sul - RC/RS (2009, p.38, grifo nosso) afirma que o pensamento geométrico está:

[...] ligado ao *desenvolvimento de abstrações e representações do espaço*, é uma poderosa via de *generalização da própria álgebra* e, ainda, está em estreita ligação com o desenvolvimento do pensamento combinatório, estatístico-probabilístico, na medida em que esquemas, tabelas e gráficos de diferentes tipos são representações, tanto do tratamento da informação, como das funções que expressam relações especiais, que modelam fenômenos da ciência, da tecnologia e da sociedade.

O RC/RS (2009), também, sugere que os conceitos/conteúdos relacionados ao pensamento geométrico sejam trabalhados em todos os anos finais do Ensino Fundamental (EF) e durante o Ensino Médio (EM). Indica, ainda, que o trabalho com os conceitos geométricos deveria iniciar pela geometria espacial, visto que os objetos do mundo “real” são tridimensionais, e, por intermédio desta, trabalhar os conceitos da geometria plana, em razão de que esta requer procedimentos de abstração e generalização. No que tange a formalização desses conceitos/conteúdos, sugere que seja realizada, em geral, no 3º ano do EM.

Os estudos relacionados ao desenvolvimento do pensamento geométrico obtiveram maior destaque no Brasil e internacionalmente com as pesquisas do casal Van Hiele. Este modelo foi organizado em cinco níveis de compreensão denominados: a) *Visualização*: as figuras geométricas são reconhecidas por sua aparência física e não por suas propriedades; b) *Análise*: consiste na observação e experimentação, na análise dos conceitos geométricos, permitindo aos estudantes compreender as características das figuras; c) *Dedução informal*: consiste no processo de inter-relações de propriedades, deduzir propriedades e reconhecer classes de figuras; d) *Dedução formal*: possibilita perceber as inter-relações e o papel dos axiomas, postulados, definições, teoremas e demonstrações e entender, também, a demonstração de mais de uma maneira, condições necessárias e suficientes. e) *Rigor*: consiste em trabalhar em vários sistemas axiomáticos, a geometria de forma abstrata e estudar geometrias não-euclidianas (LINDQUIST, SHULTE, 1994).

Em relação à visualização, Carvalho (2013) sublinha que este é um dos principais obstáculos encontrados pelos estudantes no estudo da geometria, principalmente, a

visualização de sólidos geométricos, em função disto muitos estudantes não alcançam a abstração necessária à resolução de problemas. Neste sentido, Duval (2011, p.86-87) afirma que as “figuras geométricas se distinguem de todas as outras representações visuais pelo fato de que existem sempre várias maneiras de reconhecer as formas ou as unidades figurais, mesmo que o fato de reconhecer umas exclui a possibilidade de reconhecer outras”. Assim, “ver geometricamente” uma figura significa “operar uma desconstrução dimensional das formas que reconhecemos imediatamente em outras formas que não enxergamos à primeira vista, e isso sem que nada mude na figura fixada no monitor ou construída no papel”.

No modelo de Van Hiele, a visualização é apropriada para a realização da análise das figuras/objetos, pois ela contribui na compreensão das características e conceitos matemáticos envolvidos, ajudando nas explicações/deduções/demonstrações das leis matemáticas ou fórmulas (LINDQUIST, SHULTE, 1994). Assim, neste modelo a visualização é o ponto de partida para o entendimento dos conceitos geométricos. Para Duval a visualização é essencial à apropriação das propriedades geométricas e, também, está associada às diversas apreensões e maneiras de visualizar as figuras geométricas.

Geralmente, o trabalho do professor acerca dos conhecimentos geométricos limita-se a apresentação de fórmulas, deixando de lado o desenvolvimento da dedução informal e formal. Em outros termos, as leis matemáticas ou fórmulas não são demonstradas, fazendo com que o estudante trabalhe mecanicamente e não desenvolva o raciocínio lógico. Para que este quadro mude os PCN+ (BRASIL, 2002, p. 124) orientam que no EM as experimentações e deduções informais sejam aprofundadas “no sentido de que o aluno possa conhecer um sistema dedutivo, analisando o significado de postulados e teoremas e o valor de uma demonstração para fatos que lhe são familiares”.

As ideias do último nível de Van Hiele [rigor] não estão propostas na maioria das orientações curriculares (PCN+, PACTO), pois estão relacionadas a geometria de forma abstrata e no estudo das geometrias não-euclidianas. Uma das exceções são as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do estado do Paraná (PARANÁ, 2008, p.57) que destacam a importância de trabalhar a geometria não-euclidiana ao abordar os seguintes conteúdos: geometria dos fractais, geometria projetiva, geometria hiperbólica e elíptica. O documento destaca, ainda, que “os conceitos destes conteúdos são fundamentais para que o aluno do Ensino Médio amplie seu conhecimento e pensamento geométrico”.

Percebe-se a relevância dos níveis de Van Hiele na análise de situações para o ensino de conceitos geométricos, em especial, conceitos da geometria espacial. Contudo, ao tratar de aprendizagem matemática é relevante considerar os pressupostos teóricos de Duval (2011), pois esta teoria pode contribuir para a compreensão do objeto matemático por meio da coordenação dos diferentes tipos de representações. Para Duval (apud KLUPPEL, 2012, p.38) “a atividade cognitiva que a Geometria requer é mais exigente que as outras áreas do conhecimento, pois requer que os tratamentos discursivos e os tratamentos figurais sejam efetuados de maneira simultânea e de maneira interativa”.

Os diferentes tipos de registros semióticos utilizados em Matemática, de acordo com Duval (2011, p.118) são: a) registros discursivos: abrangem as línguas (designação de objetos, enunciação e raciocínio), as representações auxiliares transitórias e as escritas simbólicas; b) registros não discursivos: contém a produção a mão livre, conservação interna das relações topológicas, características das partes do objeto (icônica), configuração geométrica (construção instrumental, divisão e reconfiguração mereológicas⁴, desconstrução dimensional das formas) e gráficos cartesianos (operação de zoom, interpolação, mudança de eixos). O que é mais relevante matematicamente, quando falamos em registros, são as transformações que podem ser realizadas a partir de uma representação semiótica. Estas transformações podem ser de dois tipos, a saber: *tratamento* que consiste em uma transformação interna a um registro e *conversão* que é uma transformação que faz “passar” de um registro para outro, propondo assim a coordenação de dois ou mais registros (DUVAL, 2011).

A coordenação de registros de representação semiótica é essencial para uma apreensão conceitual de objetos, para que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis (DUVAL, 2011). Assim, a compreensão do objeto matemático está relacionada à capacidade de mobilizar, ao menos, dois registros de representação e uma vez que estamos discutindo o ensino e a aprendizagem de geometria espacial torna-se imprescindível que o registro geométrico seja mobilizado com certa frequência.

3. Pressupostos Metodológicos

⁴ A divisão mereológica é “[...] divisão do todo em partes justapostas ou sobrepostas é realizada para reconstruir com as partes obtidas, uma figura visualmente muito diferente da figura de partida, denominando-a de reconfiguração. Sendo este um tratamento que consiste na partição de uma figura em subfiguras.” (DUVAL, 2011 apud ASSUMPÇÃO, 2015, p.52).

A escolha teórico-metodológica adotada para este estudo foi de uma pesquisa qualitativa. O tipo de pesquisa, quanto aos procedimentos, foi de uma análise documental. Conforme Fiorentini e Lorenzato (2006, p.71) este é um “estudo que se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos”.

Para análise documental optou-se pela técnica denominada análise de conteúdo. De acordo com Laville e Dione (1999), ela constitui-se em demonstrar as estruturas e os elementos do conteúdo para assim explicar suas diferentes características e significados. Para realização desta técnica de análise foi preciso organizar os documentos e realizar três etapas: a) *Pré-análise*: etapa de organização que compreende a formulação dos objetivos, escolha de documentos e elaboração das categorias de análise. Neste artigo, a fonte de produção de dados é uma coleção de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio aprovada pelo PNLD/2015, escolhida por professores da rede estadual que participam do grupo de pesquisa; b) *Exploração do material*: consiste em analisar e produzir os dados. Para a produção dos dados e análise foi organizada uma planilha que permitiu localizar as atividades por capítulo e número da página, analisar os níveis de Van Hiele, as transformações cognitivas, o contexto e o conteúdo/conceito que a atividade foi proposta; c) *Tratamento dos resultados e interpretações*: consiste em tratar os dados obtidos de modo a serem significativos e válidos. Para esta etapa foram elaboradas as seguintes categorias de análise: contexto (cotidiano, própria matemática, outras áreas do conhecimento); níveis de Van Hiele; e, transformações cognitivas (tratamento e conversão). É relevante registrar que a interpretação dos dados coletados na análise foi feita com base na fundamentação teórica escolhida.

4. A geometria espacial abordada em uma coleção de livros didáticos do Ensino Médio

A coleção analisada é composta por três volumes e estes estão organizados em unidades, as quais são divididas em capítulos. Na apresentação das unidades são propostos textos acerca do assunto que será estudado, enfatizando as relações da matemática com as práticas sociais e outras áreas do conhecimento. Os capítulos apresentam situações contextualizadas e na sequência são expostas atividades resolvidas e propostas (os estudantes devem resolvê-las). Também, são expostos, ao final de cada capítulo, itens como: *Explorando o tema*, *Refletindo sobre o capítulo* e *Atividades complementares*. Nos três volumes da coleção constata-se um total de 1370 atividades dos tipos resolvidas e propostas. Cabe

destacar que, as atividades do tipo complementares e os demais itens dos capítulos não foram contabilizados.

Entendendo que a geometria espacial deve ser trabalhada desde os anos iniciais até o ensino médio, e considerando que este trabalho analisa uma coleção de livros didáticos de ensino médio, foram analisadas atividades resolvidas e propostas nos 3 volumes da coleção, totalizando 258. Sendo que, 254 pertencem ao volume 3, mais especificamente, a unidade destinada ao ensino da geometria espacial. Este dado indica que a relação entre os conceitos geométricos e outros conceitos matemáticos fica bastante comprometida, pois há volumes da coleção em que não foram identificadas atividades envolvendo geometria espacial (volume 2). Além da identificação de como estavam distribuídas as atividades nos volumes verificou-se os contextos das atividades (Quadro 2).

Quadro 2: Contexto apresentados nas atividades

| Contexto | Volumes da coleção | | |
|----------------------------|--------------------|----|-----|
| | V1 | V2 | V3 |
| Própria Matemática | 4 | 0 | 176 |
| Cotidiano | 0 | 0 | 73 |
| Outra área do conhecimento | 0 | 0 | 5 |

Tomando o total de atividades categorizadas verifica-se que o contexto “própria matemática” é o que possui maior ênfase, tendo um total de 69,8%. Os dados do Quadro 2, também, indicam que 28,3% das atividades envolvem situações cotidianas, sendo que deste total 78,1% a situação escolhida é apenas ilustrativa, em outras palavras, os dados da situação não influenciam na resolução da atividade (Figura 1). É preocupante que as atividades relacionadas a outras áreas do conhecimento não chegam a 2% do total, embora a relação com este contexto seja essencial para que o estudante obtenha, de uma melhor forma, o entendimento do conceito/conteúdo matemático utilizando-o como uma ferramenta para resolver problemas deste gênero. As poucas atividades destacam conceitos relacionados à física e a geografia.

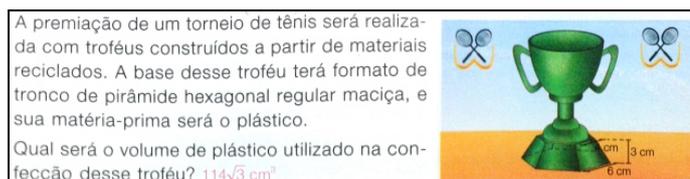


Figura 1: Atividade com contexto apenas ilustrativo

Fonte: Coleção analisada

Ao analisar quais níveis de Van Hiele estão contemplados nas atividades (Quadro 3), verifica-se que apenas os três primeiros, dos cinco, são trabalhados. O nível da *Análise* é o mais enfatizado (58,1% do total de atividades). Este nível desenvolve no estudante, segundo Lindquist e Shulte (1994), a descrição de uma classe de figuras por suas características, a dedução empírica de “regras” e generalizações, a resolução de problemas geométricos que necessitam do conhecimento das propriedades das figuras, relações geométricas, entre outras capacidades. A maioria dessas atividades está no capítulo denominado *Poliedros* (47,7% do total de atividades no nível *Análise*) por apresentar situações que requerem o entendimento de que sólidos geométricos são formados por partes e a compreensão de um conceito requer a mobilização de uma listagem de propriedades que caracterizam o referente conceito. A partir dessas atividades o estudante começa a estabelecer relações entre figuras bi e tridimensionais.

Quadro 3: Níveis de Van Hiele apresentados nas atividades

| Níveis de Van Hiele | Volumes da coleção | | |
|-------------------------|--------------------|----|-----|
| | V1 | V2 | V3 |
| Visualização | 3 | 0 | 101 |
| Análise | 1 | 0 | 150 |
| Dedução Informal | 0 | 0 | 3 |

Cabe destacar que o nível da *Visualização* também obteve um percentual “alto” (40,3%). Acredita-se que as atividades que exigem *visualização* destacam-se pois proporcionam aos estudantes a manipulação, identificação, criação e descrição de figuras geométrica. O nível da *Dedução Informal* é pouquíssimo explorado nas atividades, assim como nas pesquisas analisadas no mapeamento realizado, nas quais apenas uma utilizou este nível em elaboração de atividades.

Quanto a categoria transformações cognitivas, pode-se perceber que das 4 atividades do volume 1, 2 exigem a conversão do registro geométrico para o numérico e foram categorizadas no nível visualização; 1 exige a conversão do registro da língua natural para o numérico, tendo como registro intermediário o geométrico e foi categorizada no nível visualização; e 1 atividade requer a conversão do registro da língua natural para o numérico e foi categorizada no nível visualização. Já no volume 3, constata-se que a conversão do registro da língua natural para o algébrico, tendo como intermédio o geométrico (Quadro 4), é a transformação cognitiva mais proposta (31,1% do total de atividades). É importante registrar que 65,8% das atividades que tomaram o registro geométrico como intermediário, estão classificadas no nível de visualização e 53,2% das atividades que tomaram o registro

geométrico como intermediário, abordam o conceito de volume, sendo que 21,4% do total das atividades de volume enfatizam o volume de tronco de cone.

Quadro 4: Transformações cognitivas exploradas no volume 3 da coleção escolhida.

| Transformações cognitivas | Níveis de Van Hiele | | |
|--|---------------------|---------|-----------|
| | Visual. | Análise | Ded. Inf. |
| Tratamento Geométrico | 1 | 0 | 0 |
| Tratamento Língua Natural | 0 | 6 | 0 |
| Tratamento na língua natural, tendo auxílio do geométrico, figural e numérico | 0 | 17 | 0 |
| Tratamento na língua natural, com proposta de passar pelo registro geométrico | 0 | 0 | 1 |
| Conversão do registro figural para algébrico e intermediário o geométrico | 1 | 0 | 0 |
| Conversão registro figural para algébrico e intermediário o gráfico | 1 | 0 | 0 |
| Conversão do registro geométrico para algébrico | 18 | 0 | 0 |
| Conversão do registro geométrico para numérico | 25 | 2 | 1 |
| Conversão do registro da língua natural para algébrico | 70 | 1 | 1 |
| Conversão registro da língua natural para algébrico e intermediário o figural | 0 | 3 | 0 |
| Conversão do registro da língua natural para o geométrico | 0 | 1 | 0 |
| Conversão do registro da língua natural para algébrico e intermediário geomét. | 0 | 23 | 0 |
| Conversão do registro da língua natural para algébrico e intermediário geomét. | 52 | 27 | 0 |
| Conversão do registro da língua natural para o algébrico e intermediário num. | 2 | 0 | 0 |
| Conversão do registro da língua natural para o gráfico | 0 | 1 | 0 |

Analisando os dados do Quadro 4 pode-se constatar que as atividades que envolvem, de alguma forma, o registro gráfico, não chegam a 1% do total de atividades analisadas do volume 3. O pouco trabalho com este registro pode dificultar a construção de relações, pelo estudante, por exemplo, entre o conceito de volume e o conceito de função (Figura 2).

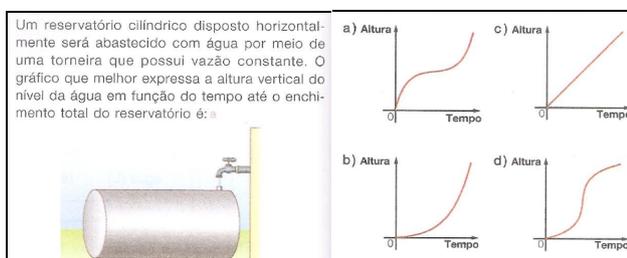


Figura 2: Atividade envolvendo conversão de registros
Fonte: Coleção analisada

As atividades categorizadas no nível de *Dedução Informal* proporcionam ao estudante a identificação de algumas propriedades necessárias à descrição de uma figura, bem como, o desenvolvimento e utilização de algumas definições, entre outras capacidades. Outro aspecto a ser destacado são as construções geométricas, as atividades que as requerem representam apenas 9,9% do total, mesmo se tratando da unidade de geometria, especialmente a geometria espacial. Cabe destacar que a maioria das atividades categorizadas como conversão do registro da língua natural para o algébrico, tendo como intermediário o geométrico, reduzem-se a aplicação de fórmulas. As atividades cujo objetivo é “mostrar” são raras. Há apenas uma

atividade que solicita a relação entre o volume do cilindro com a adição do volume da pirâmide e da esfera (todos com a mesma altura e raio).

A partir da análise realizada referente às transformações cognitivas, constata-se que a coleção valoriza as conversões, sendo esta uma importante atividade cognitiva para a aquisição dos conteúdos, pois conforme Duval (2012), a compreensão do objeto matemático esta relacionada à capacidade de mobilizar, ao menos, dois registros de representação, assim não sendo confundido em suas representações e que seja reconhecido em cada uma delas. Mesmo que as atividades em sua grande maioria explorem a conversão, estas tem sempre o mesmo sentido, a saber, do registro da língua natural para o algébrico, tendo como intermédio o geométrico, ainda que a mobilização de dois ou mais registros seja importante, deve-se destacar que a conversão no sentido contrário também se faz importante para um melhor entendimento do objeto matemático.

5. Considerações Finais

Diante da análise realizada, verificou-se que tanto os exercícios resolvidos quanto os propostos dão ênfase ao contexto da própria matemática, e mesmo quando categorizados como “cotidiano”, ainda recaem para o contexto mais enfatizado, pois alguns utilizam situações meramente ilustrativas. Em relação aos níveis de Van Hiele, pode-se afirmar que apenas três dos cinco níveis são contemplados, no estudo da Geometria Espacial. O nível da *Análise* foi o mais abordado nas atividades analisadas, possibilitando o estabelecimento de relações entre figuras geométricas bi e tridimensionais.

Ao tratar das transformações cognitivas, constata-se que o principal tratamento explorado nas atividades é da língua natural, tendo em alguns casos o auxílio de outros tipos de registros, por exemplo, o geométrico. Quanto às conversões, constata-se que a conversão do registro da língua natural para o algébrico, tendo por vezes como intermédio o registro geométrico, é a mais abordada, com ênfase à aplicação de fórmulas. Neste sentido, a mobilização do registro geométrico, muitas vezes, caracteriza-se como uma exigência da atividade e não como um sistema representacional que origina informações imprescindíveis para resolução da questão. Dito de outro modo, as “potencialidades qualitativas” do registro geométrico não são exploradas e desse modo ele raramente é tomado como um registro de partida nas atividades que exploram o nível de análise de Van Hiele. Além disso, entende-se que o registro gráfico poderia ser mais explorado, pois permite aos estudantes

experimentarem contextos que exploram o conceito dinâmico de função, como no exemplo apresentado na análise dos dados.

6. Referências

ASSUMPÇÃO, P. G. S. **Perímetro e área de polígonos: abordagem através de um ambiente dinâmico sob o olhar das representações semióticas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física). Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria – RS, 2015.

BRASIL. **Formação de professores do ensino médio**, Etapa II - Caderno V: Matemática / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica; [autores: Ana Paula Jahn... et al.]. – Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2014.

_____. **PCN+ Ensino Médio - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ciência da Natureza, Matemática e Tecnologia. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

_____. **Guia de livros didáticos: PNLD 2008: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2007.

CARVALHO, F. S. **Uma aplicação no ensino dos poliedros e corpos redondos para turmas do 3º ano do ensino médio usando dobraduras e softwares livres**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Palmas, 2013.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. Revemat: Florianópolis, v. 07, n. 2, 2012.

_____, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas**. Org.: Tânia M. M. Campos. 1º Ed. São Paulo: PROEM, 2011.

FIORENTINI, D. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Org.: Dario Fiorentini, Sérgio Lorenzato. Campinas-SP: Autores Associados, 2006.

KLUPPEL, G. T. **Reflexões sobre o ensino de geometria em livros didáticos à Luz da Teoria das Representações Semióticas segundo Raymond Duval**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, 2012.

LAVILE, C.; DIONNE, J. **A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas**. Tradução de Heloísa Monteiro e Francisco Settinieri. Porto Alegre: Artmed; Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999.

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.). **Aprendendo e ensinando geometria. Tradução de Hygino H. Domingues**. São Paulo: Atual, 1994.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Secretaria de Estado da Educação. Curitiba: 2008.

PIRES, C. M. C.; CURI, E.; CAMPOS, T. M. **Espaço & forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental**. São Paulo: PROEM, 2012.

RIO GRANDE DO SUL. **Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: Matemática / Secretaria de Estado da Educação**. Porto Alegre, SE/DP, 2009.