

A LINGUAGEM MATEMÁTICA EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Bárbara N. P. Alvim Sousa Robim
Universidade Estadual do Norte do Paraná - UENP
babipalharini@hotmail.com

Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina - UEL
lourdes.maria@sercomtel.com.br

Resumo:

Este texto reporta uma pesquisa que versa sobre modelagem matemática e linguagem, em particular a linguagem matemática. Dados provenientes de uma atividade de modelagem matemática, desenvolvida por dezoito alunos, são analisados a fim de responder a questão de pesquisa: “como os alunos justificam seus procedimentos matemáticos no decorrer de atividades de modelagem matemática?” Registros escritos, transcrição de áudio e um vídeo possibilitaram uma análise qualitativa da linguagem dos alunos no desenvolvimento da atividade. Por meio da elaboração de árvores de associação de ideias e da filosofia de Wittgenstein, foi possível tecer apontamentos no que diz respeito ao modo como os alunos utilizam *proposições*, *regras* e diferentes *jogos de linguagem* para justificar seus procedimentos matemáticos.

Palavras-chave: Educação Matemática, Modelagem Matemática, Linguagem, Wittgenstein, Árvores Associativas.

1. Introdução

Há algumas décadas a modelagem matemática é vista como uma espécie de ponte entre assuntos do cotidiano e tópicos matemáticos. Blum et al. (2002, p. 150, tradução nossa) sinalizam que:

No currículo e nos livros didáticos encontramos mais relações com fenômenos e problemas do mundo real do que a dez ou vinte anos atrás. Enquanto as aplicações e a modelagem ocupam um importante papel nas salas de aula da maioria dos países, hoje mais do que no passado, ainda há uma lacuna entre os ideais do debate educacional, as inovações curriculares, e os processos de ensino e aprendizagem associados a situações do dia a dia.

A afirmação de Blum et al. (2002), embora apresentada na década passada, ainda pode ser observada no cenário atual. No Brasil, o ensino de matemática é orientado por documentos oficiais (BRASIL, 1997; PARANÁ, 2008) que ressaltam a importância do uso de situações contextualizadas, nas quais os alunos utilizem de conceitos matemáticos para lidar com os problemas da *vida*.

Entendemos a modelagem matemática como uma maneira de lidar com situações-problema, não necessariamente matemáticas, por meio da matemática. No âmbito educacional, tal entendimento está vinculado à modelagem matemática como uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem de matemática (ALMEIDA; BRITO, 2005).

Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 40-41) “a modelagem é uma perspectiva de educar matematicamente que vai problematizar também o currículo e usar as ferramentas matemáticas para aquele tipo de problema específico, que está sendo investigado naquele momento”.

Neste contexto, o presente texto dirige-se aos usos da matemática em atividades de modelagem matemática, em particular, em “como os alunos justificam seus procedimentos matemáticos no decorrer de atividades de modelagem matemática?”. A pesquisa se ampara no referencial teórico sobre modelagem matemática na Educação Matemática e na filosofia de Wittgenstein, autor que possibilita o amadurecimento da noção de usos da linguagem, em particular, da linguagem matemática.

2. Linguagem e Matemática em uma perspectiva wittgensteiniana

Filósofo contemporâneo, Ludwig Wittgenstein, contribuiu com a filosofia da linguagem, sendo um dos nomes citados com referência à virada linguística. Em meados da década de 1930, se interessou pelos fundamentos da matemática, contribuindo para a filosofia da matemática. A obra de Wittgenstein *Investigações Filosóficas* (WITTGENSTEIN, 2013) traz um exame filosófico sobre linguagem. Nela o autor enuncia e discute alguns dos tópicos fundamentais de seu trabalho, como: *jogos de linguagem, regras, significado e formas de vida*. E a obra *Observações Sobre os Fundamentos da Matemática* (WITTGENSTEIN, 1996) compreende uma coletânea de textos do autor que datam de 1937 a 1944, e trazem para discussão reflexões e asserções sobre os fundamentos da matemática, em particular sobre: *provas, proposições matemáticas, regras, matemática pura, matemática aplicada*, entre outros.

As reflexões de Wittgenstein sobre matemática versam, de modo geral, a respeito de proposições matemáticas, o conceito de *seguir uma regra e jogos de linguagem*. Segundo Wittgenstein (1996), para o matemático jogar pode significar agir de acordo com certas regras.

Segundo Wittgenstein (2013), os *jogos de linguagem* se definem como parte de nossas *formas de vida* e consistem de linguagem e das atividades com as quais estão entrelaçadas. Vilela (2011), nos fala que *jogos de linguagem* são como os diferentes usos da matemática em práticas específicas. Já Gottschalk (2004, p. 321), refere-se a eles como meios para que os significados sejam entendidos e ampliados e, segundo a autora “aprender o significado de uma palavra pode consistir na aquisição de uma regra, ou um conjunto de regras, que governa seu uso dentro de um ou mais jogos de linguagem”.

Segundo Wittgenstein (1996, p. 346, tradução nossa),

As palavras ‘linguagem’, ‘proposição’, ‘ordem’, ‘regra’, ‘calcular’, ‘experimento’, ‘seguir uma regra’ estão relacionadas a uma técnica, um costume. Um passo preliminar para agir de acordo com uma regra seria, digamos, ter o prazer em regularidades simples como o toque de ritmos, ou desenhos simples, ou olhando ornamentos simples. Assim, pode-se treinar alguém a obedecer à ordem: “desenhe algo regular”, “toque regularmente”. E aqui novamente é preciso imaginar uma técnica particular.

As proposições, de modo geral, obedecem a determinadas regras gramaticais que determinam sua significação e desempenham papel de instrumentos de linguagem, em particular as proposições matemáticas. O termo gramática, segundo Moreno (2003, p. 116):

[...] pode ser entendido, em uma primeira aproximação, como sendo o conjunto de usos que fazemos das palavras que podem ser expressos sob a forma de um sistema de regras; uma vez cristalizados em regras e assim sistematizados, os usos das palavras esclarecem a significações dos conceitos e dos enunciados.

Para Wittgenstein (1996, p. 99, tradução nossa), “a proposição matemática tem a dignidade de uma regra” e regras, por sua vez, segundo Wittgenstein (2013, §85), apresenta-se como “um indicador de direção [...]”. O autor sinaliza que em matemática estamos convencidos sobre proposições gramaticais e, por isso, os resultados expressos por meio de proposições matemáticas são, por nós, aceitos como uma regra.

Proposições gramaticais são proposições que dependem de relações internas para serem elucidadas. São proposições em que “não há relações hipotéticas, mas sim gramaticais, que nos dizem o que faz sentido dizer ou o que não faz sentido dizer”, tais proposições são vistas, ainda, como *condições de sentido* para outras proposições (GOTTSCHALK, 2004, p. 313). As proposições empíricas, por sua vez, apresentam também natureza pragmática, mas se fazem dependentes dos fatos na medida em que as utilizamos neste sentido, segundo Moreno (2003, p. 129) “é o uso que fazemos de certas proposições que tornam seus sentidos dependentes dos fatos. Os fatos participam do sentido das proposições empíricas porque é

assim que definimos o uso que delas devemos fazer com a finalidade de levantar hipóteses e construir raciocínios”.

Enquanto uma proposição gramatical está associada ao que o objeto é em uma gramática específica, uma proposição empírica está associada aos fatos, aos fenômenos, mas quem as torna empíricas somos nós, baseados nos usos que delas fazemos. Utilizamos essas proposições como descritivas, para falar como as coisas são. Por exemplo, a proposição citada por Wittgenstein (1996, p. 245, tradução nossa), “A palavra ‘Bismark’ tem letras” pode ser concebida como uma proposição empírica, visto que descrevemos o uso de tal palavra na linguagem, de acordo com a proposição. Wittgenstein também se refere a essa proposição como sintética *a priori*.

Os termos discutidos por Wittgenstein *jogos de linguagem, proposições, regras e significado* são alguns dos termos utilizados na análise apresentada neste artigo.

3. Procedimentos Metodológicos

Para investigar a questão de pesquisa, atividades de modelagem matemática foram desenvolvidas com dezoito alunos de um curso de Licenciatura em Matemática no decorrer da disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias, durante o ano letivo de 2015, sendo que tais alunos não tinham tido contato com atividades de modelagem matemática. As atividades foram desenvolvidas em quatro grupos, sendo a escolha dos grupos opção dos alunos. A fim de facilitar a identificação dos alunos, neste artigo, os denominamos, no grupo 1 (G1) de A1, A2, A3, A4 no grupo 2 (G2) de B1, B2, B3, B4, B5 no grupo 3 (G3) de C1, C2, C3, C4, C5, e no grupo 4 (G4) de D1, D2, D3, D4.

Os dados que sustentam as reflexões, interpretações e apontamentos feitos pelas pesquisadoras, são provenientes de anotações em diário de campo, registros escritos dos alunos e gravações em áudio e vídeo. Neste artigo, apresentamos a análise da atividade “a temperatura do café e a garrafa térmica” a fim de evidenciar como os alunos justificam seus procedimentos matemáticos em atividades de modelagem matemática. O texto inicial da atividade foi elaborado pelas pesquisadoras, autoras deste artigo, e desenvolvida pelos alunos.

A literatura sobre modelagem matemática aborda diferentes procedimentos que podem ser utilizadas no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática: “a busca de informações, a identificação e seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de uma representação matemática (modelo matemático), a resolução do problema

por meio de procedimentos adequados e a análise da solução que implica numa validação, identificando a sua aceitabilidade ou não” (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009, p. 121). No processo de análise, recorremos a tais procedimentos a fim de identificar os passos percorridos pelos alunos para desenvolver a atividade.

Para cruzar os dados coletados com o referencial teórico que embasa a pesquisa utilizamos a metodologia de Spink (2013), que trata da análise de práticas discursivas e produção de sentidos no cotidiano. Utilizamos como instrumento de análise de dados a construção de árvores¹ de associação: “as árvores de associação constituem mais um recurso para entender como um determinado argumento é construído no afã de produzir sentido num contexto dialógico” (SPINK, 2013, p. 91).

As árvores elaboradas pelas pesquisadoras são precedidas de análises interpretativas, sendo que o processo de interpretação é concebido como um processo de produção de sentido. “A interpretação emerge, dessa forma, como um elemento intrínseco do processo de pesquisa. [...] Durante todo o processo da pesquisa estamos imersos no processo de interpretação.” (SPINK, 2013, p. 82).

4. A atividade “a temperatura do café e a garrafa térmica”

Uma garrafa térmica é também conhecida como Vaso de Dewar. A característica da garrafa térmica é conservar a temperatura dos líquidos de seu interior pelo maior tempo possível. Desse modo, a função da garrafa térmica é evitar a troca de calor entre o meio ambiente e um corpo qualquer cuja temperatura deve manter. Na garrafa térmica as paredes duplas dificultam a troca de calor por radiação, enquanto o vácuo entre essas paredes tenta evitar a troca de calor por condução e convecção, já que estes dois processos não ocorrem no vácuo. A tampa da garrafa, por sua vez, impede o contato com o ar externo evitando o processo de convecção.

Segundo a ABIC (Associação Brasileira da Indústria de Café) o café deve ser preparado para ser consumido imediatamente ou, no máximo, durante a hora seguinte. E, ainda, para o preparo da bebida a água deve ser apenas aquecida (não pode ferver), visto que a perda de oxigênio altera a acidez do café. A temperatura ideal, da água, para o preparo é de 90°C.

¹ Consideramos as árvores de associação esquemas diagramáticos construídos com base na elaboração dos argumentos matemáticos, ou não, produzidos pelos sujeitos, pois são “estratégias potentes de visualização da construção argumentativa” (SPINK, 2013, p. 93).

A fim de estudar como se dá a variação da temperatura do café em uma garrafa térmica foi realizada a coleta dos dados: o café foi preparado com 750 ml de água na temperatura de 90°C; o café foi depositado na garrafa térmica; a cada 10 min aproximadamente 50 ml de café foi retirado da garrafa e a temperatura medida utilizando um termômetro químico²; no dia da coleta de dados a temperatura ambiente estava entre 20°C e 21°C.

Com base nas informações do texto e da Tabela 1, como obter a temperatura do café, em uma garrafa térmica, em qualquer instante de tempo?

Tabela 1: Variação da temperatura do café

Tempo (min)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Temperatura (°C)	69	69-70	66-65	65	62-63	62	56	56-57	53-54

Fonte: Coleta de dados realizada pela professora da disciplina.

Na próxima seção apresentamos as árvores de associação construídas com base nos registros de cada grupo de alunos, bem como a interpretação das autoras embasadas na literatura sobre modelagem matemática e linguagem.

5. Árvores de associação e a produção de sentidos

A questão que move essa pesquisa (“como os alunos justificam seus procedimentos matemáticos no decorrer de atividades de modelagem matemática?”) diz respeito à justificação dos alunos para seus procedimentos durante a atividade de modelagem e, a justificação depende do jogo de linguagem. Em Wittgenstein (2013, § 486) discute-se “[...] eu estava justificado em tirar estas consequências? O que se *chama* aqui justificação? – Como é usada a palavra “justificação”? Descreva jogos de linguagem! Deles poder-se-á deduzir também a importância do estar-justificado”.

No caso da atividade em análise, os jogos de linguagem *jogados* pelos alunos estão associados à matemática. Os registros do grupo G1 foram divididos em duas árvores de associação que mostram o percurso dos alunos, isso porque uma das alunas caminhou de modo diferente da maioria, explicitando seus passos no desenvolvimento da atividade (Figuras 1 e 2).

² Termômetro utilizado em laboratórios, em vidro com enchimento de mercúrio (Hg), com escala -10+250°C que sobe de 1 em 1°C a 350 mm da marca Incoterm. Vidro de diâmetro 8 – 9 mm com erro de até 20°C/+ - 1°C e acima de 210°C/2+ -2°C.

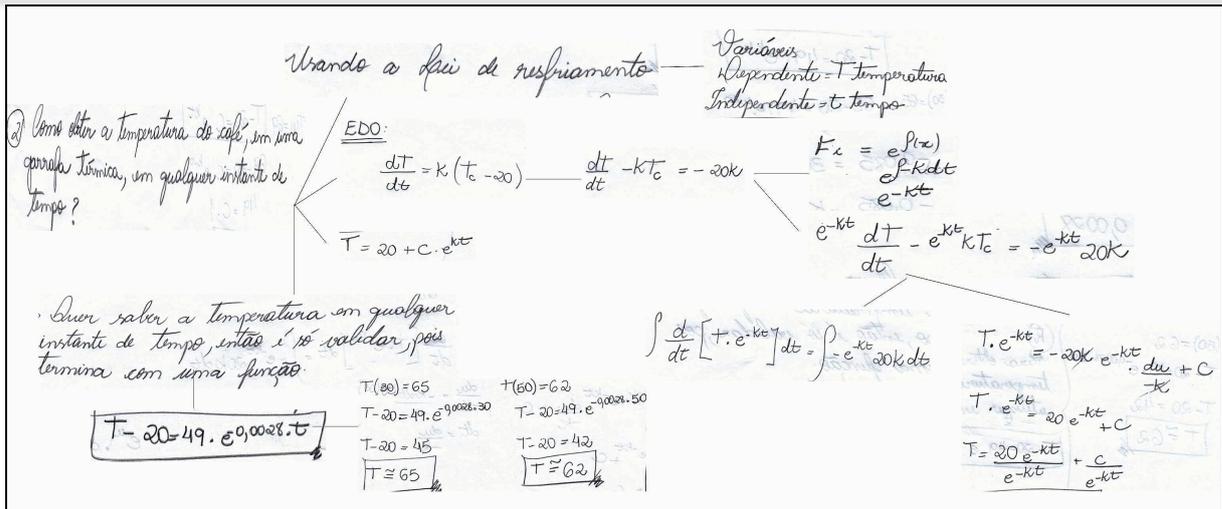


Figura 1 Árvore de associação para os registros do aluno A4.

A Figura 1 indica que A4 utiliza de proposições associadas à matemática e à linguagem natural. Para obter a temperatura do café em uma garrafa térmica, em qualquer instante de tempo, utiliza-se a lei do resfriamento de Newton por meio da solução de uma equação diferencial ordinária (EDO). Os alunos já haviam tido contato com esse modelo matemático no desenvolvimento da disciplina de equações diferenciais ordinárias. Segundo Wittgenstein (2013, p. 225):

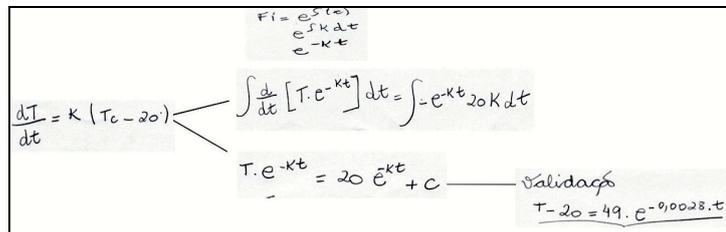
Por que as leis de Newton não são axiomas da matemática? Porque nós bem poderíamos imaginar que as coisas são de outra maneira. Mas - eu quero dizer - isso só atribui certo papel a essas proposições, em contraste com outros. Isto é, dizer que uma proposição: “Poderia ser imaginada ao contrário” ou “Podemos imaginar o oposto”, dá à proposição o papel de uma proposição empírica.

A lei do resfriamento de Newton afirma que a temperatura de algo, no caso do café, varia proporcionalmente em relação à temperatura do café em qualquer instante de tempo e a temperatura ambiente. A proposição é empírica pois estabelece uma relação externa à matemática, mostra a escolha do jogo de linguagem que os alunos adentram para solucionar a situação-problema, os colocando nos passos da solução de uma EDO. Solução esta feita com base na utilização de matemáticas que são delineadas de acordo com a utilização das regras matemáticas para a solução de equações diferenciais ordinárias. Tais regras podem ser denominadas gramaticais, pois determinam a significação da EDO no jogo de linguagem da matemática e desempenham papel de instrumentos de linguagem.

A aluna utiliza do fator integrante para obter uma função que resolve a EDO linear de primeira ordem e pode responder ao problema colocado na atividade de modelagem.

As regras matemáticas utilizadas na solução da EDO não são explicitadas, e pode-se dizer que A4 as utiliza *mecanicamente*, por exemplo, o cálculo de integrais, a utilização de propriedades matemáticas para simplificar as expressões matemáticas, entre outras. Para Wittgenstein (1996, p. 422, tradução nossa), o conceito de seguir uma regra mecanicamente pode ser comparado com um mecanismo em que “‘mecânico’ – significa: sem pensar. Mas inteiramente sem pensar? Sem refletir”. Não é possível dizer se A4 refletiu ou não sobre a utilização de propriedades matemáticas, fato é que a utilização de tais regras culminou na obtenção de um modelo matemático que soluciona a situação-problema. Lembremos de Wittgenstein (2013, § 289) ao sinalizar que “usar uma palavra sem justificação não significa usá-la indevidamente”.

Há indícios nos registros de A4 de que por meio do modelo matemático é possível obter a temperatura do café em qualquer instante de tempo, ou seja, de conexões internas matemáticas a aluna responde uma questão baseada em um experimento empírico. O desenvolvimento de A4 mostra um dos modos de ver do grupo 1 para a atividade. A Figura 2 sinaliza que o jogo de linguagem *jogado* pelos demais alunos, do grupo, está associado à matemática.



$$F_i = e^{\int k dt}$$

$$e^{\int k dt}$$

$$e^{-kt}$$

$$\frac{dT}{dt} = k(T_c - 20)$$

$$\int \frac{dT}{dt} [T \cdot e^{-kt}] dt = \int -e^{-kt} 20k dt$$

$$T \cdot e^{-kt} = 20 e^{kt} + C$$
 Validação

$$T - 20 = 49 \cdot e^{-0,0028 \cdot t}$$

Figura 2 Árvore de associação para os registros de A1, A2 e A3.

Não é possível perceber a interpretação da situação-problema, nem ao menos uma resposta para o mesmo, apenas a solução da EDO.

Os procedimentos da atividade de modelagem matemática podem ser notados no trabalho de A4 (Figura 1) como, a seleção de variáveis, a obtenção de uma representação matemática (modelo matemático), a resolução do problema por meio de procedimentos adequados, e a análise da solução matemática, obtida com a lei do resfriamento de Newton, que implica em uma validação da matemática utilizada face à situação-problema original. Mesmo a elaboração de hipóteses não ficando clara nos registros, a hipótese utilizada diz respeito ao uso da lei do resfriamento de Newton, modelo matemático, que soluciona a atividade.

Os registros dos alunos de G2 denotam a seleção de variáveis, interpretação matemática dos dados dispostos na situação-problema, obtenção de um modelo matemático e interpretação, com vistas à situação, do modelo obtido (Figura 3).

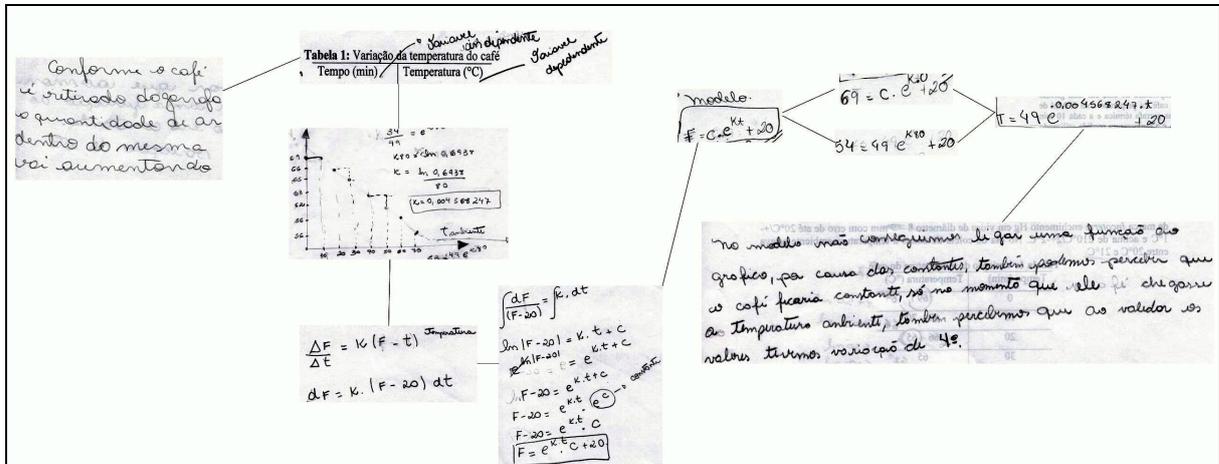


Figura 3 Árvore de associação do G2

Os alunos deste grupo não justificaram por escrito as conexões matemáticas utilizadas e o que a situação-problema requeria. Ainda que utilizando regras matemáticas para solução da EDO proveniente da lei do resfriamento de Newton, eles não a veem como uma função matemática que relaciona a temperatura e o tempo, o que responderia à situação-problema.

Isso não é o que acontece com o grupo G3, em que os alunos definem uma hipótese, selecionam variáveis, utilizam de equações diferenciais ordinárias para obtenção de um modelo matemático, fazem a validação do modelo matemático e respondem à situação-problema (Figura 4).

Os registros do grupo 3 se pautam na mesma matemática utilizada pelo grupo 1, bem como na mesma hipótese utilizada pelo aluno A4, o que muda é que os alunos explicitam seu curso de pensamento, bem como as regras matemáticas utilizadas, demonstrando as relações matemáticas expressas por meio de proposições gramaticais.

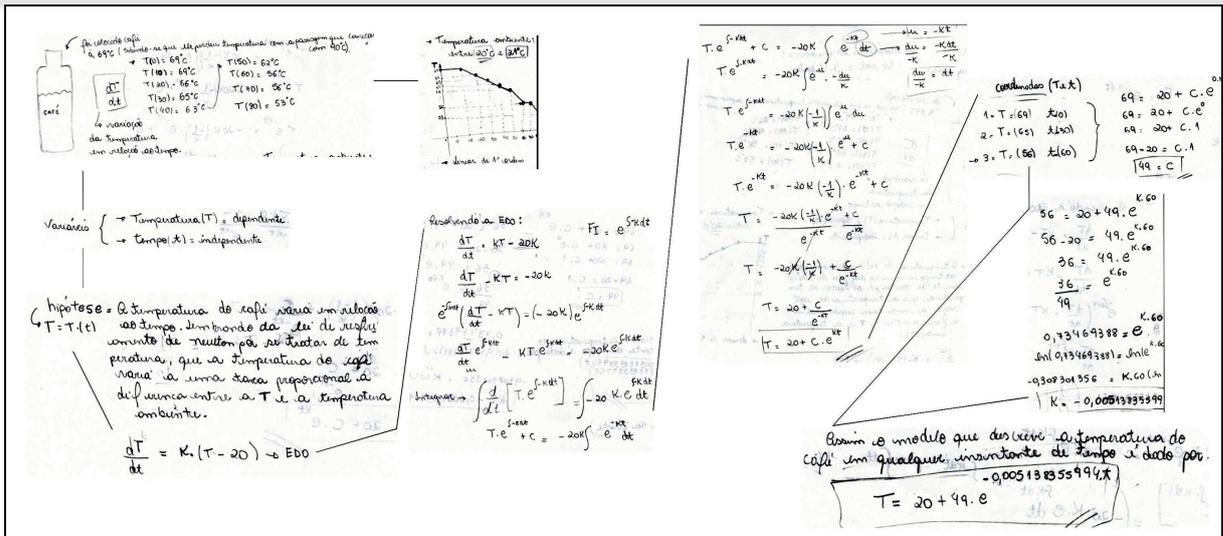


Figura 4 Árvore de associação para os registros do grupo 3

Por fim o grupo 4 apresenta dois desenvolvimentos (Figura 5 e 6). Este é o único grupo em que os alunos explicitam os passos feitos no desenvolvimento da atividade. No que diz respeito aos procedimentos da modelagem matemática os passos declarados por Almeida e Ferruzzi (2009) são seguidos tanto para obtenção do primeiro modelo matemático (modelo exponencial, obtido por meio da solução de uma EDO proveniente da lei do esfriamento de Newton), quanto para o segundo modelo (modelo linear, obtido por meio da análise dos dados declarados na atividade).

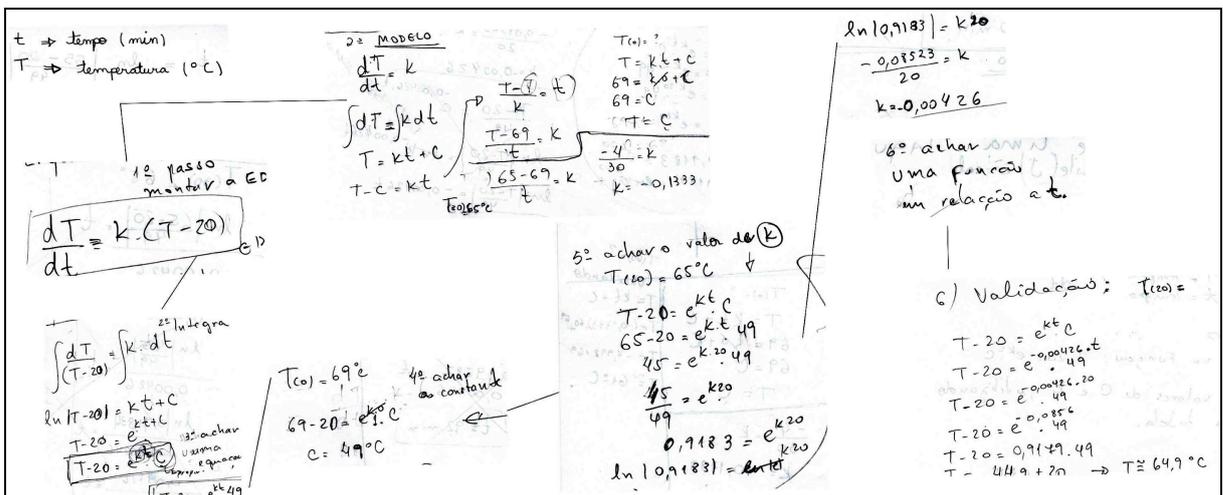


Figura 5 Árvore de associação dos alunos D1, D3 e D4

Por meio da argumentação de D2 com os demais alunos do grupo, eles decidem por obter um modelo linear para a situação-problema, mas é apenas D2 que justifica seu entendimento de que tal modelo é melhor para representar a temperatura do café, em uma garrafa térmica, no intervalo de uma hora (Figura 6). O aluno argumenta que faz sentido olhar

para a temperatura do café na primeira hora, pois é nesse período que o café é tido como bom para o consumo.

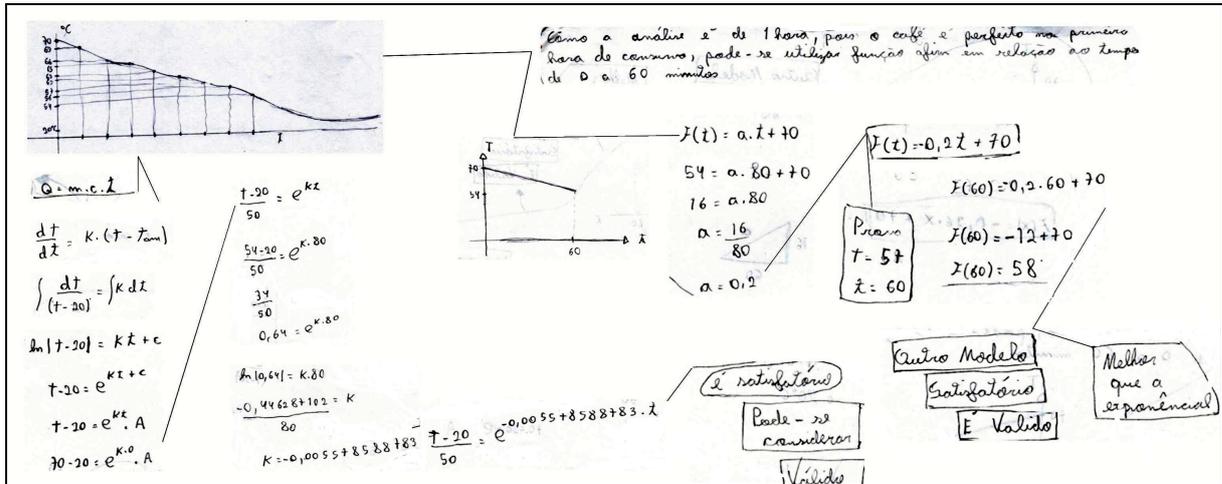


Figura 6 Árvore de associação de D2

O uso de dois modelos para representar os dados da situação-problema, e responde-la, pode estar associado a duas maneiras diferentes de ver a situação, e ainda à utilização de duas hipóteses, uma associada a uma variação linear da temperatura, e outra à variação exponencial. As hipóteses, neste contexto, são suposições fundamentadas na situação-problema, em que os alunos se baseiam para formular *modos de ver*, matematicamente, a variação da temperatura do café na garrafa térmica em um determinado intervalo de tempo.

Para Wittgenstein (1996, p. 387, tradução nossa), “os limites do empirismo não são hipóteses as quais não garantimos, ou intuições concebidas como corretas: estes são caminhos nos quais fazemos comparações e nos quais agimos”.

A utilização da linguagem matemática denota o uso gramatical de proposições, as quais visam solucionar uma EDO proveniente de uma proposição empírica, dada pela lei do resfriamento de Newton. Segundo Wittgenstein (2013, § 496), “a gramática não diz como a linguagem tem que ser construída para cumprir com sua finalidade, para agir desta ou daquela maneira sobre as pessoas. Ela apenas descreve o emprego dos signos, mas de maneira alguma os elucidar”. Para elucidar o uso do modelo declarado na solução da EDO é preciso que os alunos o entendam como representando uma relação empírica entre a temperatura do café e o tempo, como fizeram os alunos de G1, G3 e G4. A justificativa dada por D2 para o uso de outro modelo na resposta da situação-problema pode sinalizar o que Almeida (2014) aponta sobre a hipótese expressar “uma possibilidade de ligação entre expectativa e realidade”.

6. Considerações Finais

Na atividade de modelagem matemática desenvolvida pelos alunos proposições matemáticas são utilizadas com o caráter de regras. A matemática é utilizada para responder à situação-problema e parece se configurar a assertiva de Wittgenstein de que:

A matemática - eu quero dizer - lhe ensina, não apenas a resposta para uma pergunta, mas todo um jogo de linguagem com perguntas e respostas.

[...]

Podemos dizer que a matemática nos ensina métodos experimentais de investigação? Ou nos ajuda a descobrir esses métodos de investigação?

‘Para ser práticos, a matemática deve nos falar de fatos’. - Mas esses fatos têm de ser matemáticos? – Mas, por que não pode a matemática, em vez de ‘ensinar-nos fatos’, criar as formas do que chamamos de fatos?

‘Sim, mas certamente continua a ser um fato empírico o que os homens calculam!’ - Sim, mas isso não faz das proposições utilizadas no cálculo, proposições empíricas (WITTGENSTEIN, 1996, p. 381, tradução nossa).

As justificativas para os procedimentos matemáticos utilizados pelos alunos, quando dadas, são feitas com base na situação-problema em estudo, como no caso do aluno D2, ou com base em relações internas à matemática, ou seja, na gramática que rege as regras matemáticas, o que nesse caso foi feito olhando para as regras de solução de EDOs.

Assim, diferentes jogos de linguagem são utilizados com vistas à utilização de matemática na situação. Observa-se que nem todos os alunos justificam seus procedimentos, denotando pouco entendimento da matemática utilizada e falta de conexão entre a matemática e a situação-problema em estudo.

A justificativa do uso da matemática se dá de acordo com a proposição empírica da lei do resfriamento de Newton; já o uso da função linear para relacionar a temperatura do café com o tempo se dá em proposições empíricas associadas às características da modelagem matemática, como aquela que indica que o café deve ser consumido em até uma hora depois do preparo.

Wittgenstein (1996) aborda demasiadamente o papel de proposições matemáticas na linguagem e coloca importância nas reflexões sobre elas de modo a mostrar o papel da gramática que rege as regras matemáticas. Faz-se importante sinalizar a importância de *olhar* para a matemática como base no papel que desempenha em nossas vidas e na relação que desempenha com outros jogos de linguagem. Nesse sentido acreditamos que a modelagem matemática pode evidenciar a construção de significados por meio de diferentes usos da matemática, seja a partir de proposições empíricas ou seja a partir de proposições gramaticas.

7. Referências

ALMEIDA, L. M. W. The “practice” of mathematical modeling under a wittgensteinian perspective. **Ripem**. V.4, N.2, p. 98-113, 2014.

ALMEIDA; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? Modelling Mathematics activities: what sense do students attribute to them? **Ciência & Educação**, v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005.

BLUM, W. et. al. ICMI study 14: applications and modeling in mathematics education – discussion document. **Educational Studies in Mathematics**, 51: 149–171, 2002.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

GOTTSCHALK, C. M. C. A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. **Caderno de História e Filosofia da Ciência**. Campinas, SP, Série 3, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul.-dez. 2004.

GOTTSCHALK, C. M. C. Educational implications of some of Wittgenstein’s remarks on mathematics propositions, inference and proof. **Ripem**. v. 4, n.2, p. 36-51, 2014.

MEYER, J.F.C.A.; CALDEIRA, A.D.; MALHEIROS, A.P.S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MORENO, A. R. Descrição fenomenológica e descrição gramatical – ideias para uma pragmática filosófica. **Revista olhar**. Ano 4, n. 7, p. 93-139, jul-dez, 2003.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná**. Secretaria de Estado da Educação, Paraná, 2008.

SPINK, M. J. **Práticas discursivas e produção de sentidos no cotidiano**. Ed. Virtual. Centro Edelstein de Pesquisas Sociais. Rio de Janeiro: Editora Cortez, 2013.

VILELA, D. S. Uma concepção das matemáticas como práticas sociais. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, **Anais...** Recife, 2011.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 8 e.d. Petrópolis, RJ: Vozes; Bragança Paulista, SP: Editora Universitária São Francisco, 2013.

WITTGENSTEIN, L. **Remarks on the foundations of mathematics**. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts; London, England, 1996.