

## ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS ATRAVÉS DO *SOFTWARE GEOGEBRA* ALIADO À MODELAGEM MATEMÁTICA

*Enaldo Vieira de Melo*  
*Universidade Federal de Alagoas - UFAL*  
*enaldov@gmail.com*

### **Resumo:**

A presente pesquisa qualitativa, está em fase de aplicação. 18 alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública de Marechal Deodoro, Alagoas, participam desta. O estudo analisa as contribuições da utilização do *software Geogebra* aliado à Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem das funções seno e cosseno, à luz da Aprendizagem Significativa. São objetivos da pesquisa: usar o Geogebra como um recurso computacional que otimize o ensino-aprendizagem das funções trigonométricas; utilizar a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino para as referidas funções; fazer os discentes compreenderem o comportamento dos parâmetros destas funções; e fazer com que estabeleçam uma relação direta entre este conteúdo e os fenômenos periódicos do seu dia a dia. Até o momento, os resultados parciais mostram que o *Geogebra* é um material potencialmente significativo, o qual facilita a visualização do comportamento das funções trigonométricas, e isto leva o discente a aprender de forma mais eficaz.

**Palavras-chave:** Ensino-Aprendizagem; Geogebra; Modelagem Matemática; Funções Trigonômétricas.

### **1. Introdução**

A presente pesquisa de mestrado é motivada por uma preocupação e inquietação pessoal, diante da precária aprendizagem proporcionada pelo método tradicional de ensino (quadro-giz), onde o professor é apenas um mero transmissor e o aluno o receptor do conhecimento; vislumbrando ainda a busca por métodos e práticas de ensino-aprendizagem que possam relacionar a matemática com o dia a dia.

O conteúdo de trigonometria, especificamente funções que é o nosso objeto de estudo, tem grande relevância nas áreas de engenharias e tecnologia, setores que impulsionam o desenvolvimento. Este assunto pode ser associado a vários fenômenos periódicos do nosso cotidiano, como a altura da maré, as fases lunares, o ciclo menstrual das mulheres, a variação da pressão nas paredes dos vasos sanguíneos de um indivíduo, dentre outros e, principalmente, serve de base para vários conteúdos da matemática. A dificuldade em assimilá-lo - considerando a experiência pessoal no exercício da docência (09 anos de ensino) colabora com os baixos níveis de aprendizado que reflete na falta de profissionais nas áreas de

exatas. Isto nos leva a questionar: a metodologia tradicional de ensino-aprendizagem tem contribuído para que os alunos aprendam os conteúdos e façam a conexão com o dia a dia? De que maneira o professor pode colaborar para que esta ocorra? Segundo Lévy (2010, p.169), “os indivíduos toleram cada vez menos seguir cursos uniformes ou rígidos que não correspondem a suas necessidades reais e à especificidade de seu trajeto de vida.” Ainda segundo Freire, citado por Barroqueiro e Amaral (2011, p.129), “o docente deve acima de tudo ser um pesquisador e um contínuo estudioso de novos métodos e técnicas de aprendizagem para poder orientar melhor os seus alunos.”

Assim, vimos no uso de tecnologias, por meio do *software* matemático *Geogebra* e na metodologia de Ensino Modelagem Matemática, um “fazer educativo que ofereça múltiplos caminhos e alternativas” (GUIMARÃES; DIAS apud COSCARELLI, 2006, p.23); objetivando que esse fazer educativo possa levar o aluno a ter outra visão do conteúdo de funções trigonométricas; que este assunto possa fazer-lhe sentido e se conecte com sua realidade, seu cotidiano, facilitando ainda a aprendizagem em outros conceitos matemáticos, ou seja, que ele consiga atingir a uma aprendizagem Significativa, segundo os preceitos de Ausubel.

## 2. Fundamentação Teórica

A inserção das tecnologias na educação matemática tende a otimizar o processo de aprendizagem uma vez que “os ambientes gerados por aplicativos informáticos dinamizam os conteúdos curriculares e potencializam o processo pedagógico” (PARANÁ, 2008, p.65). Dentre os *softwares* de Matemática Dinâmica, a escolha do *Geogebra* é justificada por ser atualmente um dos mais completos, comprovado por pesquisas realizadas como as de Silva et al (2012), Ramalho (2013), Santos, Nunes e Sá (2014), Ferreira (2010), Gomes e Penteado (2013), Lopes (2013), Silva (2011) e Pereira (2012). Segundo o site oficial no Brasil, (<http://www.geogebra.org/about>), o *Geogebra* é um *software* de matemática dinâmica destinado a todos os níveis de ensino (básico e superior) reunindo Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos reunidos em um único pacote de fácil utilização.

Quanto ao processo de Modelagem Matemática, percebemos que esta é uma excelente metodologia de ensino uma vez que, à medida que se realiza uma investigação em busca de um modelo matemático que possa retratar uma determinada situação real do nosso cotidiano,

o discente se depara com conceitos matemáticos necessários à sua solução (BASSANEZI, 2011), (BIEMBENGUT; HEIN, 2003). Esta metodologia trás ainda a oportunidade de o aluno refletir sobre sua realidade de forma crítica (BARBOSA, 2001), além de trabalhar os conteúdos matemáticos.

### 3. Aplicação da Sequência Didática

A sequência didática, em andamento, foi dividida em 05 (cinco) etapas. Antes de iniciarmos, seguindo o aspecto qualitativo e considerando a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, analisamos o conhecimento do aluno com relação ao conteúdo de funções trigonométricas no que diz respeito à sua visão deste assunto e sua relação com mundo real, bem como o nível de aprendizagem já adquirido pelos mesmos. Logo, aplicamos um questionário com perguntas abertas e fechadas, onde os resultados serão discutidos no próximo tópico.

A primeira etapa, já aplicada, constou de uma oficina cujo objetivo foi conhecer o *software Geogebra*, suas principais funções e ferramentas, em particular, às necessárias ao estudo das funções trigonométricas e posteriormente às necessárias ao processo de Modelagem Matemática.

A segunda, também já executada, atendeu a uma das etapas da modelagem que é a interação, onde o estudante deve se familiarizar com o tema escolhido para o processo de modelagem (BIEMBENGUT; HEIN, 2003). Para isto ministramos uma aula, composta de slides e vídeos sobre a importância das funções trigonométricas para outras áreas do conhecimento, tais como computação, física, geografia, engenharias, música, arquitetura, topografia, navegação por satélites, astronomia e aviação.

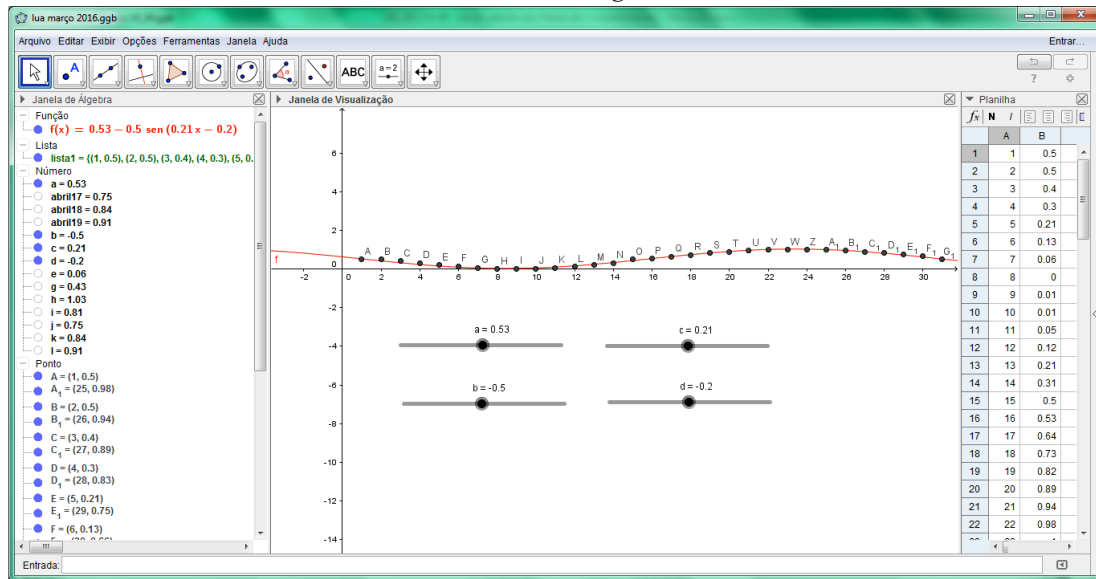
Na terceira etapa, também executada, aplicamos uma oficina onde os estudantes analisaram o comportamento das funções trigonométricas  $f(x)=a+b\sin(cx+d)$  e  $g(x)=a+b\cos(cx+d)$ .

Na quarta, que ainda será aplicada, será exposto oralmente, o processo de modelagem e sua aplicação no mundo real. Mostraremos como se dá este processo e algumas situações onde foram feitas modelagens na busca de solucionar questionamentos. Será discutida ainda a importância das funções trigonométricas no contexto dos fenômenos periódicos em nosso dia a dia, além de sua utilização nas diversas áreas. Discutiremos ainda o problema a ser modelado no próximo encontro.

A quinta e última etapa da sequência didática, tem o objetivo de modelar dois fenômenos periódicos, a saber, a altura da maré em função do tempo e a porcentagem de visualização da lua (fases lunares) em função do tempo, visando ao final do processo de modelagem responder à seguinte sequência de atividades:

1. Escolha um mês e encontre a função que representa a porcentagem de visualização da lua em função do tempo.
  - a) Calcule a porcentagem de visualização para alguns dias. Elas se aproximam com os do site (<http://www.calendario-365.com.br>)? Se sim, prossiga. Do contrário, retorne à modelação;
  - b) Calcule a porcentagem de visualização para um dia qualquer do mês seguinte (Ex. você modelou um mês de 31 dias. Saber a porcentagem de visualização da lua no dia 17 do mês seguinte: chamando a função de  $f$ , basta calcular  $f(31+17) = f(48)$ ). O resultado se aproxima com o do site? Se sim prossiga, do contrário retorne à modelação.
  - c) Neste dia a lua esta crescendo ou decrescendo? Justifique usando a função encontrada.
2. Para o dia escolhido acima, do mês seguinte, encontre a função que representa a altura da maré (consultar dados na tábua de marés no site da marinha disponível em: <http://www.mar.mil.br/dhn/chm/box-previsao-mare/tabuas>);
3. Com relação a este dia, usando a função modelada:
  - a) Calcule a altura da maré para as horas da tabela fornecida pela Marinha;
  - b) Os resultados são aproximados? Se sim, prossiga. Do contrário, retorne à modelação;
  - c) Calcule a altura da maré numa hora diferente da tabela. (Ex. dia 17, às 09h35min: chamando a função de  $h$  e convertendo os minutos em horas, calcular  $h(9+35/60)$ );
  - d) É uma boa hora para tomar banho? Justifique usando a função modelada mostrando a altura da maré neste horário;
  - e) Considerando a fase lunar e altura da maré neste dia e nesta hora, é um bom momento para pesca?

Figura 1 – modelo de modelagem da altura da maré com informações do site da marinha, a ser realizada pelo aluno com o *Geogebra*.



Fonte: o autor.

Com esta sequência didática, esperamos que os alunos entendam como os parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , influenciam os gráficos das funções  $f(x) = a + b \operatorname{sen}(cx + d)$  e  $g(x) = a + b \operatorname{cos}(cx + d)$ ; compreendam os conceitos de período, imagem, domínio e a relação entre essas duas funções; e principalmente, através da modelagem, percebam a importância da matemática e sua relação com o cotidiano.

#### 4. Resultados parciais

Os primeiros resultados são, a priori, relativos ao conhecimento prévio, necessário ao prosseguimento da pesquisa, uma vez que precisamos comparar a abordagem de ensino tradicional, ou seja, a transmissão meramente via quadro e giz, com a metodologia de ensino proposta de Modelagem Matemática associado ao *software Geogebra*. Assim, precisávamos saber quão os discentes tinham de subsunçores, segundo Ausubel (MOREIRA, 2006), necessários à continuidade da aprendizagem. Assim, verificamos que de forma geral, os alunos pesquisados trouxeram consigo, ainda do conteúdo ensino pelo seu professor, um leve conhecimento prévio sobre o conteúdo de funções trigonométricas no tocante às análises de gráficos, períodos e imagens. No entanto, esse pouco conhecimento fora suficiente para que pudessemos dar continuidade ao processo de Modelagem Matemática usando o *software Geogebra*.

Figura 2 – recorte de respostas dos alunos sobre o comportamento dos parâmetros e construção gráfica com o *Geogebra*.

<p>d) Qual a função do parâmetro <math>a</math> no gráfico? <u>Ele maximiza o gráfico para cima e para baixo de acordo com as unidades.</u></p> <p>f) Qual é a função do parâmetro <math>b</math> no gráfico? <u>Ele diz a amplitude e o tamanho - se <math>b</math> for 2, a amplitude da onda é igual a 2.</u></p> <p>h) Qual é a função do parâmetro <math>c</math> no gráfico? <u>Varia a altura do período, comprimentos, expandindo ou comprimindo a função.</u></p> <p>g) Qual é a função do parâmetro <math>d</math> no gráfico? <u>Movimento o gráfico para direita ou esquerda.</u></p>	<p>5. Qual a sua opinião sobre construir gráficos com o software <i>Geogebra</i>? <u>Por mais construir gráficos com software <i>Geogebra</i>, é muito interessante, então trabalho com gráfico manualmente e comative.</u></p> <p>6. Ele ajuda a perceber mais facilmente o comportamento dos gráficos? Sim (X) Não ( )</p> <p>5. Qual a sua opinião sobre construir gráficos com o software <i>Geogebra</i>? <u>Ele ajuda muito a ter melhor entendimento, porque através dele a gente vê como a função de seno e cosseno e seus parâmetros alteram o gráfico.</u></p> <p>6. Ele ajuda a perceber mais facilmente o comportamento dos gráficos? Sim (X) Não ( )</p>
---	---

Fonte: o autor.

Uma parte ainda dos resultados iniciais veem da oficina “trabalhando os parâmetros das funções seno e cosseno no *Geogebra*” (figura 2), que objetivou compreender a influência de cada um dos quatro parâmetros,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  nas funções  $f(x)=a+b\text{sen}(cx+d)$  e  $g(x)=a+b\text{sen}(cx+d)$  e, ao mesmo tempo, conhecer e dominar as ferramentas do *software* necessárias ao processo de modelagem. Pelas respostas obtidas com questionários pós-oficina, percebemos que uma das contribuições do programa, até então, citada pelos próprios discentes, é a facilidade de percepção proporcionada por este. Isto é reflexo do dinamismo que o mesmo oferece, uma vez que as alterações nos gráficos, decorrentes dos parâmetros, são vislumbradas de forma instantânea, e isto implica numa aprendizagem mais eficaz, corroborando assim com as pesquisas de Borba (2012) e com as afirmações de Santos, Loreto e Gonçalves (2010, p.48) sobre *softwares* quando dizem que estes “visam oportunizar a motivação e apropriação do conteúdo estudado em sala de aula.” Logo, confirma-se o caráter facilitador da aprendizagem proporcionada pelo *Geogebra*, decorrente deste dinamismo oferecida por este através de suas várias ferramentas. Assim sendo, podemos considerá-lo um material potencialmente significativo segundo os preceitos de Ausubel (MOREIRA, 2006).

Ao final da oficina, constatamos, pelas observações do caderno de campo e através dos questionários aplicados, que os discentes conseguiram atender à proposta da mesma: ter o domínio do *Geogebra*, enquanto ferramentas, necessárias à modelagem matemática que seguem na próxima etapa da sequência didática; compreenderam o comportamento de cada um dos quatro parâmetros das funções seno e cosseno; e, além disso, o *software* lhes ajudou a entender melhor e internalizar, fatos básicos relacionados às funções trigonométricas, como o entendimento sobre período, imagem, valores máximo, mínimo e amplitudes.

## 5. Considerações Finais

A pesquisa que surgiu do anseio em vislumbrar novas abordagens de ensino e novas maneiras de aprender, até o momento mostra-se satisfeitas com os resultados parciais obtidos, concluindo, pelas falas e reações dos próprios discentes, durante observações e via questionários, que o software Geogebra é realmente uma ferramenta potencialmente significativa (MOREIRA, 2006). A dinamicidade e as interfaces gráficas proporcionadas pelo aplicativo entusiasma os discentes, fazendo com que se mostrem dispostos a aprender.

A metodologia de ensino de Modelagem Matemática, associado ao *software* - apesar de ainda estar em andamento na parte final da pesquisa -, vem mostrando quão importante o fato de o aluno perceber a aplicação prática da matemática uma vez que o objetivo neste processo é traduzir e prever fenômenos da natureza através da matemática.

Portanto, acreditamos com este estudo, estar contribuindo com um “fazer educativo que ofereça múltiplos caminhos e alternativas” (GUIMARÃES; DIAS apud COSCARELLI, 2006, p.23), levando o aluno a ter outra visão do conteúdo de funções trigonométrica, fazendo-lhe este sentido, uma vez que se conecta com sua realidade e seu cotidiano.

## 6. Referências

BARBOSA, Jonei C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. Anais. Disponível em <<http://www.anped.org.br/24/T1974438136242.doc>>. Acesso em: 28 mai. 2015.

BARROQUEIRO, Carlos Henrique; AMARAL, Luiz Henrique. **O Uso das Tecnologias da Informação e da Comunicação no Processo de Ensino-Aprendizagem dos Alunos Nativos Digitais nas Aulas de Física e Matemática**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 2, n.2, jul/dez 2011.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M.S; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam. **Informática e educação matemática**. 5. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2012. 104 p.

COSCARELLI, Carla Viana (Org.). **Novas tecnologias, novos textos, novas formas de pensar**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 144 p.

LÉVY, Pierre. **Cibercultura**. 3. ed. São Paulo: Ed. 34, 2010. 270 p.

MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006. 186 p.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. 2008.

SANTOS, Rosana, LORETO, Aline Brum, GONÇALVES, Juliano Lucas. **Avaliação de softwares matemáticos quanto a sua funcionalidade e tipo de licença para uso em sala de aula**. Revista Ensino de Ciências e Matemática, v. 1, n. 1, p. 47-65, 2010.