

JOGOS E ATIVIDADES LÚDICAS PARA A DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS E O TEOREMA FUNDAMENTAL DA ARITMÉTICA

Janine Oliveira Mello
Secretaria Municipal de Educação de Duque de Caxias
nynemello@gmail.com

Roberta Marcele Vaz da Costa
Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro
roberta_mvc@yahoo.com.br

Gabriela dos Santos Barbosa
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Gabrielasb80@hotmail.com

Resumo:

Neste minicurso temos como objetivo apresentar e refletir sobre as atividades que compõem uma intervenção de ensino voltada para a aprendizagem da decomposição em fatores primos e do Teorema Fundamental da Aritmética por alunos do sexto ano do Ensino Fundamental. A intervenção é composta por jogos, atividades lúdicas e proposta de resolução de problemas. Ela foi elaborada à luz da Teoria dos Campos Conceituais que afirma que um conceito não pode ser compreendido isoladamente. Ele se associa a outros conceitos compondo um campo conceitual. Como consequência, a intervenção é caracterizada pela diversidade das situações propostas, por questionamentos que favoreçam processos de generalização e pelo uso de diferentes representações.

Palavras-chave: decomposição em fatores primos; teorema fundamental da aritmética; teoria dos campos conceituais.

1. Introdução

A construção dos conceitos e o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo devem ser de presença marcante no ensino da Matemática. Para tanto, contamos com duas estratégias hoje amplamente defendidas: o ensino da matemática por meio da resolução de problemas e por meio de atividades lúdicas. Com relação à resolução de problemas, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) enfatizam que:

(...) o fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos — que admitem diferentes respostas em função de certas condições — evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos (Brasil, p. 83).

Na verdade, o simples fato de se deparar com um problema já faz com que o aluno se sinta minimamente curioso sobre sua solução. Quando o mesmo se vê ativo nesse processo de busca pela solução, tendo o seu repertório de conhecimento reconhecido por meio de discussões e debates, surge uma real motivação. Solucionada a questão, os alunos devem ser levados a concluir que não somente aplicaram o que já sabiam, mas que construíram novos conceitos e moldes de resolução.

A outra estratégia, defendida por Borin (1998) e Lino de Macedo (2000), entre outros, está na utilização do lúdico dos jogos, do estímulo, e da interação social que eles proporcionam, para a descoberta de propriedades matemáticas, para treino e memorização de conceitos já assimilados, para a formulação de novas teorias. Nesse sentido, Borin (1998) afirma que:

Dentro da situação de jogo, é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, nota-se que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam de matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem. A introdução dos jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir os bloqueios apresentados por muitos dos alunos que temem a matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la (p. 71).

Concordando com os autores aqui mencionados, desenvolvemos e apresentamos nesse minicurso visando à aprendizagem do Teorema Fundamental da Aritmética e dos principais conceitos associados a por alunos do sexto ano. A seguir, descrevemos a intervenção e o quadro teórico que serviu de base para sua elaboração.

2. Bases Teóricas da Intervenção

Segundo Ribenboim (2001), o Teorema Fundamental da Aritmética (TFA) garante que todo número natural maior do que um, ou é primo, ou pode ser decomposto de maneira única num produto de números primos, a menos de permutações dos fatores. Dessa forma, os conceitos que se associam favorecendo a sua compreensão são as relações de múltiplos e fatores que podem se estabelecer entre um par de números naturais e as propriedades que derivam destas relações, os critérios de divisibilidade, a diferenciação entre primos e compostos e decomposição de um número em fatores primos. Barbosa (2008) sinalizou que estes conceitos se integram durante todo o processo de aprendizagem do TFA. Percebendo isso, fomos buscar na Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud (1990). Vergnaud afirma que um conceito não pode ser ensinado isoladamente. Ele está associado a muitos outros conceitos, compondo um campo conceitual.

Ainda para Vergnaud (1990), conceitualizar é o centro do processo cognitivo e o conceito é constituído por três conjuntos: S: O conjunto das situações. A análise de um campo conceitual se inicia a partir de situações, que são responsáveis pelo sentido que é atribuído ao conceito; I: O conjunto dos invariantes. Representam aquilo que se preserva nos conceitos e em seus processos de manipulações. São suas propriedades e os teoremas relacionados. Os invariantes simbolizam o significado do conceito; e R: O conjunto das representações simbólicas. São as diversas formas em que um conceito pode se apresentar, uma ideia pode ser descrita, por exemplo, através de um gráfico, tabela, por uma linguagem algébrica ou ainda pela própria linguagem idiomática tanto oral, quanto escrita. Trata-se do significante do conceito.

Sendo assim, nossa intervenção se caracteriza pela diversidade de situações, por questionamentos que favoreçam o reconhecimento dos invariantes de cada situação e pelo uso de representações variadas.

3. A Intervenção

Atividade 1: Dividindo com material concreto

Objetivos: Reconhecer que todo número natural é divisível sempre por 1 e por ele mesmo; Identificar números que só possuem dois divisores; Associar o conceito de múltiplo às divisões com resto zero.

Organização da Classe: Alunos distribuídos em duplas.

Material Didático: Um recipiente com feijões; Um conjunto de 6 pratinhos; Fichas de registro semelhantes à que segue no anexo 1.

Procedimento: O professor pedirá que a primeira ficha seja preenchida com o número total de 10 feijões, a segunda com 12 e a terceira com 19. Tais fichas serão entregues às duplas, assim como os seis pratinhos e o pote com feijões.

O total de feijões deverá ser repartido, de forma que todos os pratos devem ter o mesmo número de feijões, recebendo cada um o maior número possível. Primeiramente utilizarão apenas 1 prato, em seguida 2, e assim sucessivamente, até o sexto prato.

Questões para reflexão ao fim da atividade:

- Qual o maior número de pratos que pode ser utilizado na realização dessa atividade, quando utilizamos 10 feijões? E 12? E 19?
- Sem ampliarmos a tabela, considerando todas as possibilidades de pratos, quais as quantidades de pratos que não deixam resto para esse valor? O que essas quantidades representam?

- Crie sentenças utilizando as palavras divisor e múltiplo, relacionadas aos elementos da tabela.

Atividade 2: Jogo dos Restos

Objetivos: Observar que o resto de cada divisão é sempre maior ou igual a zero, e que nunca ultrapassa ou é igual ao valor do divisor; Listar os possíveis valores de restos para diversos divisores; Construir a Relação Fundamental da Divisão.

Organização da Classe: Alunos distribuídos em duplas.

Material Didático: Um recipiente com feijões; Um conjunto de pratinhos; Fichas de registro semelhantes à que segue no anexo 1; Um dado com seis faces.

Procedimento: Cada aluno da dupla vai retirar inicialmente um punhado de feijões do recipiente, sem contá-los. Em seguida, jogará o dado e o resultado obtido irá determinar o número de pratos que o mesmo deverá pegar. Os feijões serão distribuídos nos pratos, seguindo as regras:

- 1) Os pratos devem conter o mesmo número de feijões, recebendo sempre o maior número possível;
- 2) Os valores devem ser registrados nas fichas dadas;
- 3) Ganhará a partida quem ficar com o maior resto, após essa repartição.

Questões para reflexão ao fim da atividade:

- Quando o resto é igual a zero, temos uma divisão exata. Isso significa que o total de feijões é o que do número de pratos?

- Seria possível que o resto de feijões fosse maior que o número de pratos? Qual parte das regras do jogo estaria sendo infligida caso isso ocorresse?

- Analise as possibilidades de restos para o número de pratos igual a 15, a 80 e a 100 por exemplo. O que podemos concluir a respeito dos possíveis valores dos restos em relação aos valores dos divisores?

Atividade 3: Desvendando o Segredo dos Números Primos

Objetivos: Definir número primo e número composto; Decompor em fatores primos;

Organização da Classe: Os alunos trabalharão em grupos com cerca de 4 alunos, que serão formados da seguinte maneira: Cada aluno da turma receberá um cartão com uma expressão matemática. Cabe a cada estudante, para a formação das equipes, resolver sua expressão e encontrar os colegas que tenham obtido o mesmo resultado, ou ainda associá-las pela aplicação da noção de potência, o que seria um procedimento que indicaria o aprendizado

das propriedades de potenciação. As expressões serão sempre decomposições em fatores primos. Os exemplos de cartões se encontram no anexo 1.

Material Didático: Cartões contendo as expressões mencionadas anteriormente; Cartões com números compostos fatorados atribuindo um símbolo a cada número primo.

Procedimento: Cada grupo receberá os cartões como os números compostos fatorados e deverá descobrir que símbolo corresponde a cada número primo. Num segundo momento, os alunos deverão usar a simbologia para fatorar outros números compostos.

Questões para reflexão ao fim da atividade:

- Seria possível decompor 2, 3 e 5 como a multiplicação de números diferentes de 1 e deles mesmos?
- Quantos e quais são os divisores de 2, 3 e 5?
- Existe alguma relação entre as respostas dadas nas questões anteriores?
- Quais números entre 6 e 15 tem exatamente dois divisores? E entre 16 e 20? E entre 21 e 30?

Atividade 4: Construção da Árvore

Objetivos: Decompor um número em fatores compostos e em fatores primos; Reconhecer que todo número natural maior que um, ou é primo, ou pode ser decomposto de maneira única, a menos da ordem dos fatores, como um produto de números primos (TFA); A partir da observação da decomposição de um número em fatores primos, determinar seus divisores.

Organização da Classe: A turma ficará organizada em duplas, porém cada aluno fará seu registro individual.

Material Didático: Quadro e caneta para quadro; Caderno e caneta para o registro da atividade; Folhas de papel A4.

Procedimento: Inicialmente serão apresentados exemplos da decomposição de um número em fatores primos por meio do Método da Árvore. Em seguida, serão propostos números para que os alunos decomponham usando este método. Para exemplificarmos, escolhemos um caso (24) em que o número a ser fatorado, nos dá mais de uma possibilidade para a árvore:

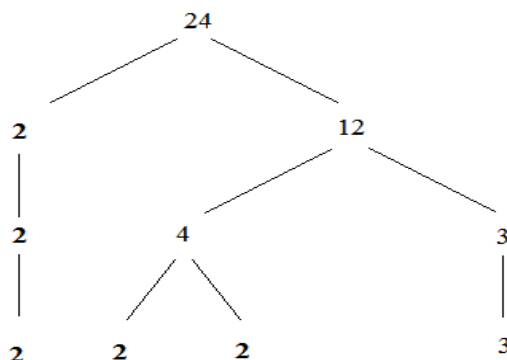


Figura 1: Árvore de decomposição do 24.

Questões para reflexão ao fim da atividade:

- A última linha apresenta os números 3, 2, 2, e 2. O que isso significa? Podemos afirmar que $3 \cdot 2^3 = 2^3 \cdot 3$?

- Como vocês explicariam para alguém o processo de decomposição em fatores primos de um número n , sendo n natural e maior do que 1?

- Temos necessariamente que, dado um número natural n , pensar em exatamente dois números a e b , tais que $n = a \cdot b$? Ou poderíamos pensar em três números x , y , z tais que $n = x \cdot y \cdot z$, ou ainda, quatro números m , n , p , q , tais que $n = m \cdot n \cdot p \cdot q$, e assim sucessivamente?

Atividade 5: O jogo da Árvore

Objetivos: Decompor um número em fatores primos; Reconhecer igualdades envolvendo multiplicação e divisão presentes na árvore de decomposição dos números dados; Listar os divisores dos números com base nestas igualdades.

Organização da Classe: A turma ficará dividida em grupos de 4 alunos. Cada grupo será dividido em duas duplas, que competirão durante a atividade.

Material Didático: Quadro e caneta para quadro; Cronômetro; Folha de papel A4.

Procedimento: O professor deverá propor o jogo explicando as regras para a turma:

- 1) Serão jogadas 5 partidas;
- 2) Em cada partida um número será anunciado pelo professor, devendo o mesmo ser decomposto por cada dupla, pelo método da árvore;
- 3) Em seguida a dupla tentará extrair de cada decomposição o maior número possível de igualdades envolvendo multiplicações e divisões;
- 4) Vence a dupla que no intervalo de tempo pré-determinado construir a árvore de forma correta, extraindo da mesma o maior número de igualdades.

Questões para reflexão ao fim da atividade:

- Observando os casos, um número sendo primo, pode ser fatorado como um produto de números primos? Por quê?
- Todo número composto admite uma decomposição cujos fatores sejam todos números primos?
- O processo de decomposição de um número composto é único? E seu resultado é único?

Atividade 6: Resolução de Problemas

Objetivo: Resolver problemas envolvendo os conceitos de números primos, compostos e decomposição em fatores primos.

Organização da Classe: grupos com 4 componentes.

Material Didático: Uma folha para cada aluno apresentando os problemas a seguir; Folhas de rascunho.

Procedimento: Pedir aos alunos que resolvam os problemas, procurando compartilhar as ideias e avaliar os resultados obtidos.

Problema 1: As contas $AB \times C = 195$ e $CDE \div F = 88$ estão corretas, sendo A, B, C, D, E e F algarismos diferentes. Qual é o algarismo que representa a letra F? (OBMEP 2015)

A									
B									
x									
C	D	E	÷	F	=	8	8		
=									
1									
9									
5									

Problema 2: Qual é o menor número que devemos multiplicar por 1485 para que ele seja um cubo perfeito?

Problema 3: Achar todos os pares de números primos p e q, tais que $p - q = 3$.

Problema 4: O produto de três números é igual a 1105. Sabendo que, nenhum dos números possui três algarismos e que a soma dos algarismos do maior número é igual ao dobro da soma dos algarismos do número do meio, determine a diferença entre o maior e o menor número.

Considerações Finais

Com base na Teoria dos Campos Conceituais, apresentamos uma intervenção com o objetivo de favorecer a construção dos principais conceitos associados ao TFA no sexto ano do Ensino Fundamental. É evidente que, embora testadas e validadas por Barbosa (2008) e Costa

(2015), estas atividades podem ser adaptadas pelos professores de acordo com a realidade da turma onde trabalha e dos recursos de que dispõe.

Referências

BARBOSA, G. S. *O teorema fundamental da aritmética: jogos e problemas com alunos do sexto ano do ensino fundamental*. 2008. Tese de Doutorado. São Paulo: PUC/SP/Educação Matemática, 2008.

BORIN, J. *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática*. São Paulo: IME-USP, 2004.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília, DF, 1998.

COSTA, R. M. V. *Números primos e o teorema fundamental da aritmética: conceitos e atividades para o sexto ano do ensino fundamental*. 2015. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: IMPA, 2015.

MACEDO, L. *Aprender com jogos*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

RIBENBOIM, P. *Números primos: mistérios e recordes*. Rio de Janeiro: IMPA, 2001.

VERGNAUD, G. *La théorie des champs conceptuels*. Recherches en Didactique des Mathématiques. 1990; 10(23):133-170.

Anexo

Ficha de Registro da Atividade 1

N.º de pratinhos	N.º de grãos em cada prato	Resto	N.º total de grãos
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Ficha de Registro da Atividade 2

N.º de pratinhos	N.º de grãos em cada prato	Restos	N.º total de grãos

Modelo de Cartão para organização dos grupos da Atividade 3

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Modelo de Cartão para a decodificação proposta na Atividade 3

$$6 = \triangle \cdot \bigcirc$$

$$8 = \triangle \cdot \triangle \cdot \triangle$$