

## A DINÂMICA OPERATÓRIA DA INVESTIGAÇÃO HISTÓRICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA

*Iran Abreu Mendis*  
*Universidade Federal do Rio Grande do Norte*  
*iamendes1@gmail.com*

### Resumo

Neste trabalho, apresento alguns aspectos que considero essenciais no processo de investigação histórica como uma abordagem didática para as aulas de matemática, com vistas à construção de significados para a matemática escolar, a partir da exploração do conhecimento produzido ao longo dos séculos. Nesse sentido, considero que a investigação histórica possibilita ao professor e aos estudantes um exercício de reorganização do conhecimento historicamente produzido para uma abordagem didática da matemática ensinada na Educação Básica e na formação de professores de matemática. Além disso, é possível assegurar que o exercício investigativo viabiliza a aprendizagem conceitual do estudante da Educação Básica e a formação conceitual e didática do professor de matemática, bem como também contribui para uma formação de habilidades referentes a autonomia de estudos.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática; História da Matemática; Investigação Histórica.

### 1. Questões Preliminares

Os modos de ensinar adotados atualmente na licenciatura em Matemática e, mesmo na Educação Básica, atendem aos interesses dos estudantes? O que os alunos aprendem a partir do modo como ensinamos como pensamos ensinar? Certamente não tenho resposta para tais questões, mas desde que fui estudante de graduação em Matemática tenho me questionado e muito me preocupado com a tentativa de encontrar respostas para essas questões e é por considerar que tais respostas não são plenas, mas sempre em ampliação, volto sempre a este assunto. Essas são algumas questões levantadas quando tratamos do ensino de Matemática e pensar sobre elas inclui pensarmos em múltiplas abordagens para que se alcance a aprendizagem dos estudantes.

Ao longo de minha experiência docente percebi que usar a investigação no ensino de matemática oportuniza aos estudantes um exercício de leitura, de escrita e de discussão das ideias matemáticas, bem como suas relações com outras áreas de conhecimento. Desde as

duas últimas décadas (1995-2005) percebo que tal exercício pode ser mais enriquecido quando associado inserimos aspectos históricos que envolvem a produção de conhecimento matemático no tempo, no espaço e nos contextos socioculturais em que esse conhecimento foi produzido e utilizado. Por esse motivo considero que essa é uma das formas produtivas para se concretizar um ensino de matemática para oportunizar uma educação autônoma, criativa e ampliadora da cognição humana.

Neste artigo retomo princípios conceituais e didáticos relacionados ao uso da investigação histórica no ensino de Matemática. Trata-se de uma atividade educativa e formativa que propõe a interação de professores e estudantes na produção de conhecimento em sala de aula, que pode contribuir para uma aprendizagem construtiva de tópicos matemáticos abordados na Educação Básica e na formação de professores de matemática. Há, entretanto, alguns apontamentos norteadores para o uso da investigação histórica como abordagem didática para a matemática escolar, dos quais destaco a necessidade de se compreender o significado da investigação histórica para uma aprendizagem ativa e com significado; as funções e a estrutura fundamental para o uso da investigação histórica em matemática, bem como sua utilização prática na organização dos conteúdos matemáticos em sala de aula.

## **2. Investigação e a construção de conhecimento na escola**

Com base em minhas experiências didáticas vivenciadas na formação de professores de Matemática e na Educação Básica desde 1990 e a partir das discussões e reflexões já estabelecidas por mim em vários trabalhos publicados (MENDES, 2009a; 2009b; 2015), admito que o uso didático da investigação histórica tem muita contribuição para o ensino da matemática, no sentido de possibilitar aos estudantes um exercício de verificação dos processos e produtos estabelecidos na construção das matemáticas abordadas pela escola, com relação à sua presença em diversas situações referentes à construção de nossa realidade sociocultural ao longo da história.

Considero que o exercício de investigação histórica em sala de aula está no ato de planejar uma sequência organizada de tarefas que abordem situações-problema, em busca de fins práticos, que envolvam as ações humanas realizadas, direta e indiretamente, ao longo da história, na construção das ideias matemáticas. Trata-se de uma ação planejada e orientada por diretrizes previamente estabelecidas para a realização de ações didáticas nas aulas de

matemática (planejamento, execução e avaliação), que podem atender às necessidades do professor no sentido de tornar suas aulas mais dinâmicas, de modo a desenvolver nos estudantes a habilidade de busca de explicação para os conteúdos estudados, ocasionando assim uma aprendizagem matemática com mais significado.

É necessário, entretanto, que se identifique situações provocadoras (construção, problema, experimentação, levantamento) que instiguem os estudantes em busca de uma ação objetiva que justifique o seu envolvimento na investigação histórica a ser operacionalizada. A partir da situação provocadora identificada, será preciso que o professor tenha clareza da problemática a ser investigada e dos conteúdos que deverá extrair da situação investigada. Daí em diante será o momento de planejar o trabalho a ser realizado e executá-lo. Neste momento deve-se fazer o levantamento das informações necessárias à execução da tarefa investigatória e estabelecer uma linha lógica e progressiva de ações, executando cada uma delas para que os objetivos sejam alcançados.

### **3. Sobre uma didática matemática baseada na investigação histórica**

Uma questão base para a elaboração e execução de uma atividade investigatória desse tipo refere-se aos os envolvidos no processo: o estudante, o professor, ou quaisquer outras pessoas que possam ser consideradas fazendo parte do processo de investigação histórica a ser realizada em sala de aula e fora dela. Nesse momento, o papel do estudante será de tomar para si e explorar um tópico de investigação que seja de seu interesse ou que tenha sido indicado pelo professor. O trabalho deve ser realizado de forma profunda para que ao final o aluno possa preparar e organizar seu relatório descritivo e analítico da problemática investigada. Daí em diante deverá socializar os resultados com toda a classe, de modo a destacar os aspectos matemáticos que se pretende discutir na sala de aula.

Com relação ao tipo de encaminhamento a ser dado pelo professor, durante essa ação didática em sala de aula, sugerimos que o professor não antecipe aos estudantes quaisquer indícios dos resultados que eles possam obter na investigação, pois eles precisam exercitar a busca de explicações para o tema investigado. É importante, porém, que ele aponte caminhos e mostre aspectos fundamentais a respeito da investigação para que os estudantes possam orientar-se no desenvolvimento da mesma. Nesse sentido, o professor pode indicar

bibliografias, sites da internet, bibliotecas, revistas, filmes, entre outros meios de obtenção de informação para a pesquisa dos estudantes durante o exercício investigatório.

É importante mencionar, também, que o professor deve explicar aos estudantes que a investigação histórica contribui para que os estudantes obtenham informações sobre o desenvolvimento histórico de aspectos conceituais da matemática, que poderão esclarecer melhor os porquês matemáticos, propriedades e relações existentes entre os conceitos investigados. A esse respeito, o professor deve explicar que cada fase da investigação inclui aspectos referentes a outros projetos de investigação, muitas vezes já realizados, mas que servirão para ampliar alguns conceitos matemáticos já estudados. Além disso, o professor precisa orientar os estudantes na escolha das temáticas a serem investigadas, pois as mesmas deverão ter o máximo de relações com os conteúdos matemáticos a serem tratados na classe, pelo professor. Todavia, é necessário que o professor faça um levantamento prévio desses temas e acessá-los no momento em que os mesmos forem necessários.

Quanto à orientação na busca das fontes de investigação, o professor deve explicar os possíveis locais onde os estudantes poderão iniciar o levantamento de informações referentes a sua investigação temática, bem como as fontes de pesquisa ou referências de projetos já desenvolvidos sobre o assunto a ser investigado: biblioteca, home pages da internet, jornal, periódicos, filmes, entre outros. Isso não significa apontar os modos de investigação e os níveis de abordagem a ser dada ao objeto e ao problema da pesquisa, e sim contribuir de maneira didática para que os estudantes possam encaminhar-se no processo de investigação temática em direção a construção do seu conhecimento matemático.

A esse respeito, Helge Kragh (1989), no livro *Introdução à historiografia da ciência* menciona diversos tipos de fontes que podem ser tomadas em busca de informações para o desenvolvimento de uma investigação histórica, devido sua extrema importância para ampliar as compreensões das epistemologias dos objetos da matemática produzida historicamente, em contextos socioculturais diversos, inclusive o acadêmico. Kragh ressalta, ainda, que a informação revelada pela fonte promove um encontro do investigador com o passado, no presente, por meio de um processo dialético que envolve informação do passado e interpretação do presente, pois algumas fontes são relatos do passado, escritos para contar algo do presente de então aos contemporâneos ou às gerações futuras, chamadas de fontes simbólicas por representarem provas intencionais de uma época. Todavia, há outras fontes

que não foram constituídas intencionalmente, mas que no presente são importantes para a construção histórica, denominadas por Kragh como fontes não simbólicas.

Levando em consideração o tema a ser investigado, a matemática que esteja relacionada a ela e o nível de conteúdo a ser explorado em sala de aula, o professor precisa definir, juntamente com os estudantes, os objetivos, os métodos e o tempo de planejamento e execução da investigação. Deve, portanto, explicitar qual o momento ou em quanto tempo a investigação histórica poderá ser realizada, a fim de esclarecer aos estudantes a possibilidade de sua realização no período adequado às necessidades de abordagem de determinados conceitos matemáticos na escola. Deve, ainda, acompanhar e esperar as elaborações escritas dos estudantes, pois eles estarão em um processo de realização da investigação histórica ao mesmo tempo em que esboçam seus primeiros resultados. Esse momento será decisivo na identificação, sistematização e formulação de cada aspecto matemático investigado e percebido pelos estudantes.

Com relação à operacionalização do projeto de investigação histórica, o professor deve explicar aos estudantes, os procedimentos a serem operacionalizados para realizar a investigação histórica. Uma contribuição útil é a apresentação de alguns procedimentos e resultados já obtidos por outros grupos de estudantes, que sejam de conhecimento do professor, pois a leitura e análise desses projetos servirão para guiar o exercício da investigação. Caso o professor não tenha acesso a esse tipo de trabalho, ele deverá procurar livros de história e epistemologia da matemática que contenham explicações dos processos de formulação de conhecimento matemático por matemáticos do passado, como Arquimedes, Galileu, Descartes, Newton, Carnot, dentre outros.

Quanto ao papel da componente histórica, tanto o professor quanto os estudantes devem ter clareza do que será necessário investigar no tempo e no espaço, relacionado ao objeto de investigação. Tal preocupação deve-se ao fato de que ao se planejar e desenvolver uma pesquisa sobre o desenvolvimento histórico de algum tema de matemática, sobre memória da matemática ou da Educação Matemática, bem como sobre as implicações didáticas de algum desenvolvimento histórico temático da matemática, é imprescindível ter-se clareza do grau de envolvimento, importância e impacto da componente histórica nesse processo.

É com essa preocupação que tanto o professor quanto os estudantes de graduação ou mesmo da Educação Básica deverão se envolver na busca das explicações acerca dos modos de investigar, compreender e explicar como a construção matemática pode ser buscada na história.

É importante destacar, também, que antes de elaborar seu projeto de investigação, o professor e os estudantes devem analisar o tema escolhido, de maneira que possam verificar o tipo de investigação a ser realizada.

#### **4. A dinâmica operatória da prática de investigação histórica em Matemática**

De acordo com as investigações realizadas pelos estudantes, é possível mencionar que os projetos de investigação histórica possibilitam o levantamento de diferentes aspectos matemáticos conforme o tema investigado e o interesse de cada professor, cabendo aos estudantes a elaboração de representações e problematizações matemáticas com base na investigação histórica realizada.

Minhas experiências com uma abordagem didática focada na investigação histórica nas aulas de Matemática evidenciaram que os alunos têm muitas dificuldades iniciais para realizar atividades investigatórias devido suas in experiências com relação à pesquisa bibliográfica ou documental e para superar essas dificuldades referentes ao exercício de aprender a aprender. Entretanto, o diálogo se mostrou como um importante aliado na conscientização dos estudantes com relação ao valor dessa proposta para a formação deles.

Para citar alguns exemplos de projeto de investigação histórica considero primeiramente que, conforme o nível de ensino em que o professor esteja atuando, ele poderá sugerir alguns tópicos que certamente conduzirão os estudantes a proveitosas investigações históricas, tanto em sala de aula como fora dela, desde que bem orientadas. Com relação aos temas históricos referentes aos conteúdos matemáticos abordados nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, esclareço que o professor poderá orientar os estudantes no planejamento, execução e avaliação de projetos de investigação histórica envolvendo tópicos históricos como:

- A equação do 1º grau em documentos históricos como o papiro de Moscow, o papiro de Rhind, o tablete da Mesopotâmia VAT 8369;
- A equação do 2º grau em documentos históricos como o tablete Babilônico BM 13901, o tablete Babilônico BM 34568;
- Uma investigação histórica sobre os seis livros de Aritmética de Diofanto;
- Um estudo investigatório sobre o livro *Ars Magna*, de Cardano;
- As demonstrações históricas sobre geometria nos Elementos de Euclides;
- Os primeiros aspectos formais das equações presentes no *Em artem analyticam Isagoge* de François Viète;
- Estudos investigatórios sobre os livros *Geometria*, *Meteoros* e *Dioptrica*, de René Descartes e as possibilidades de criação de problematizações para o ensino de matemática atualmente;
- .Estudos históricos sobre razão áurea e retângulo de ouro;
- Investigação histórica sobre poliedros regulares: definição, descrição e propriedades.

O professor deverá sugerir alguns temas e questões de pesquisa de modo que os estudantes possam aprofundar seus estudos sobre alguns tópicos históricos. Uma sugestão já vivenciada é a realização dessas atividades orientadas durante as aulas de matemática. O professor pode desenvolver as investigações históricas sobre história dos números, da geometria euclidiana, das equações, entre outras relacionadas à formação matemática do estudante da Educação Básica.

Com relação ao tema dos poliedros regulares, por exemplo, sugerimos que o professor explore os primeiros estudos históricos sobre o tema e a partir daí estabeleça caracterizações, definições, descrições e propriedades dos poliedros regulares e irregulares e seguir com atividades históricas exploratórias que envolvam a construção e utilização dos poliedros em práticas socioculturais históricas como arquitetura, arte de criação de jóias, entre outras.

## 5. Orientações para a prática de investigação histórica

A investigação histórica como um procedimento didático nas aulas de matemática pode contribuir para que os estudantes se familiarizem com o uso de referências bibliográficas na compreensão do desenvolvimento histórico-epistemológico da matemática, além de ganharem autonomia para trabalhar de maneira independente na construção de sua própria aprendizagem, desenvolverem o espírito investigatório, bem como habilidades de organizar,

analisar e apresentar os resultados de suas investigações ao comunicarem de suas ideias, de forma oral, visual e escrita.

O aprofundamento matemático dos estudantes pode também ser alcançado com a investigação histórica e assim ampliar seu conhecimento sobre os tópicos investigados e os eventos relacionados à construção matemática, oportunizando-lhes uma aproximação transversalizante não disciplinar da matemática e suas conexões com outras atividades socioculturais, conforme são mencionadas por Miguel e Mendes (2010) quando asseveram que as práticas escolares jamais poderão ser efetivamente vivenciadas, pelos estudantes, como práticas não-escolares, tal como as vivenciam aqueles que efetivamente as realizam no contexto de outras atividades humanas.

Além desses benefícios, os estudantes desenvolverão sua autoconfiança de forma crescente e amadurecida, principalmente nos momentos de investigação e na socialização de suas experiências com os outros colegas envolvidos no processo investigatório em sala de aula. Esse exercício implicará na formação de estudantes mais criativos e capazes de encorajar-se na demonstração dos princípios matemáticos percebidos durante a investigação histórica. Isso certamente evidenciará a natureza viva e globalizante da matemática incluída na investigação, por meio de conexões entre a matemática e outras disciplinas acadêmicas que podem fornecer ligações entre o contexto externo e a sala de aula.

Minhas experiências de uso dessa prática em sala de aula me fizeram admitir cada vez mais que é na preparação de um projeto de investigação histórica envolvendo a matemática na sala de aula, que os estudantes têm oportunidade de desenvolver sua criatividade e seu senso de propriedade, cujo ponto central baseia-se na habilidade pessoal que cada indivíduo tem em perceber a sua forma de criar mecanismos cognitivos para indagar-se, compreender, explicar, os processos de funcionamento das coisas. Isto porque na medida em que experimentam o exercício de buscar e reorganização de informações históricas que possam esclarecer suas dúvidas acerca do desenvolvimento das idéias, algoritmos e formulações matemáticas, os estudantes tendem a assumir um papel ativo na sua própria aprendizagem, envolvendo-se profundamente na formulação das idéias matemáticas pesquisadas, passando a sentir-se como descobridores de cada tópico investigado.

Sobre a experiência com a investigação histórica nas aulas de matemática, avalio que sua elaboração, execução e análise de resultados envolvem tanto o exercício e a expressão da



subjetividade como da objetividade de quem o pratica. Esses dois aspectos ficarão evidentes de forma mais ampla ou não, de acordo com os critérios utilizados por quem o desenvolve e o avalia. Logo, cabe ao professor conduzir as orientações aos estudantes para que todos passem a identificar tanto os aspectos objetivos como subjetivos da investigação tendo em vista estabelecer parâmetros quantitativos e qualitativos de validação dos resultados obtidos em cada etapa do exercício investigatório em história da matemática.

Além disso, as matemáticas tomadas para a elaboração, execução e análise das informações obtidas por meio dos projetos investigatórios devem levar em conta que um dos aspectos importantes para se desenvolver uma investigação histórica nas séries finais do Ensino Fundamental refere-se aos aspectos biográficos e bibliográficos de alguns matemáticos, pois esse é um aspecto essencial para que os estudantes iniciantes percebam os caminhos da descoberta matemática. Vale ressaltar que nem sempre as histórias de vida sobre matemáticos famosos merecem plena credibilidade dos estudiosos em história da matemática. Todavia, esse é o passo inicial para que se desenvolva nos estudantes a habilidade de duvidar e buscar conclusões na incerteza.

Outra maneira de se tomar o caminho da investigação, principalmente com estudantes mais amadurecidos, são as investigações temáticas. Nelas o professor poderá conduzir o exercício da reconstrução histórico-epistemológica dos tópicos matemáticos que pretende ensinar aos seus estudantes. Esse tipo de investigação histórica pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades de pesquisa, organização, análise e apresentação oral e escrita de trabalhos acadêmicos, além da capacidade de aprender a aprender.

Uma questão que sempre emerge das conversas com os professores é a seguinte; o que fazer durante a execução da investigação? Essa talvez seja a maior dúvida para quem nunca se envolveu diretamente com essa estratégia de ensino de matemática. Com base em minhas experiências e reflexões esclareço que para o professor iniciar suas atividades referentes à utilização de projetos de investigação histórica em sala de aula de matemática deve primeiramente realizar uma pesquisa exploratória com a classe para que tenha em mãos um dossiê da realidade dos seus alunos com relação as suas habilidades investigatórias, interesses e base cognitiva para tal empreitada.

Somente a partir daí poderá lançar as primeiras orientações referentes ao planejamento e a prática da investigação histórica em sala de aula como o tema a ser investigado. Seu

desafio será, portanto, pensar, pesquisar e listar possíveis temas a serem propostos ao grupo. Caso ainda tenha dúvidas quanto aos temas selecione uma série de temas possíveis de serem investigados e elabore alguns projetos de investigação histórica que possam contribuir para o desenvolvimento sistemático dos conteúdos a serem trabalhados com seus alunos (ensino fundamental, médio ou superior).

No momento seguinte, o professor deve organizar sua turma em grupos e desenvolver alguns dos projetos elaborados, de acordo com os objetivos e conteúdos referentes ao conteúdo e ao nível de ensino que seja do seu interesse. O professor deve pensar em conjunto com a turma, as etapas e os métodos de execução da investigação para o período previsto. Ao executar, orientar e acompanhar as etapas previstas, bem como a sistematização das informações obtidas e a organização da matemática construída na investigação, o professor precisa avaliar se houve ou não produção de conhecimento matemático durante o desenvolvimento dos projetos executados, considerando, ainda, as possibilidades pedagógicas dessas atividades em sala de aula e fora dela.

## 6. A escrita do relatório da investigação

Após a realização da investigação, o professor deve encaminhar as orientações acerca da organização e análise das informações obtidas durante o processo investigatório, tendo em vista a geração e sistematização do conhecimento previsto nos objetivos estabelecidos no projeto. Trata-se da redação do relatório final dos resultados obtidos na execução do projeto de investigação. Essa escrita deve ser elaborada na sala de aula a partir da socialização e discussão de todas as informações produzidas durante a execução das etapas previstas no projeto. O relatório deve ser feito em linguagem clara e precisa, de forma que sejam bem compreendidas todas as informações nele apresentadas.

Um relatório é uma produção escrita, elaborada por um aluno ou por um grupo, tendo em vista apresentar o detalhamento da investigação, principalmente os resultados obtidos e a matemática construída com base nas informações históricas consultadas. O relatório de uma investigação histórica deve priorizar principalmente a identificação das respostas aos questionamentos iniciais relacionados a construção matemática objetivada no projeto, de acordo com as condições propiciadas pela investigação.

Neste sentido, o relatório deve conter informações gerais sobre os objetivos, justificativa, fundamentação teórica, os materiais e métodos utilizados na investigação

histórica e os modos de organização e análise das informações históricas encontradas, levando-se em conta os objetivos estabelecidos inicialmente e qual a sua validade para o conhecimento a ser ensinado a partir das informações produzidas na investigação. Para finalizar, o relatório deve contar as impressões estabelecidas a partir das informações históricas exploradas e de acordo com os objetivos propostos no projeto. Nesse momento os estudantes devem fazer uma síntese de tudo o que aprenderam na investigação, a partir dos documentos e das referências bibliográficas consultadas ou outras informações utilizadas na investigação histórica.

## 7. Considerações Finais

As experiências desenvolvidas com estudantes e professores, referentes à utilização desse tipo de investigação nas aulas de Matemática apontam que os estudantes, quando em contato com essa proposta metodológica, desenvolvem um processo significativo de compreensão da realidade e estabelecem relações com os aspectos matemáticos nela envolvidos. Assim sendo, considero o uso da investigação histórica uma estratégia didática de fundamental importância para a aprendizagem matemática apoiada nas problematizações socio-históricas e culturais nas quais a matemática foi construída.

Assim sendo, ao utilizar projetos de investigação histórica em sala de aula, o professor deve estimular a capacidade de investigar e compreender a realidade que contorna o conhecimento matemática ser estabelecido pedagogicamente na sala de aula. Esse processo poderá levar os estudantes e professores a construir novas representações acerca da matemática, de homem e de mundo, pois quando abrimos novos olhares para as coisas em uma perspectiva investigatória, é possível percebermos novas informações transmitidas por elas.

## Referências

- MENDES, I. A. (a). **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. 2. ed. revista e ampliada. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2009 (Coleção Contextos da Ciência).
- MENDES Iran Abreu. (b). **Investigação histórica no ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.
- MENDES, I. A. **História da matemática no Ensino: entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas**. São paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

MIGUEL, Antonio; MENDES, Iran Abreu. Mobilizing histories in mathematics teacher education: memories, social practices, and discursive games. **ZDM Mathematics Education** (2010) 42: 381–392. Springer Berlin/Heidelberg, 2010.

### Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).