A EDUCAÇÃO ALGÉBRICA E A PRODUÇÃO ESCRITA DE ESTUDANTES DO 8º ANO DO ESNINO FUNDAMENTAL

Janaína Mendes Pereira da Silva
Faculdade Projeção
Janaina.mendes.ps@gmail.com

Paulo Vinícius Pereira de Lima
Faculdade Projeção
paulovinicius49@gmail.com

Philipe Rocha Cardoso
Universidade Católica de Brasília
philipexyx@hotmail.com

Regina da Silva Pina Neves
Departamento de Matemática, Universidade de Brasília
reginapina@unb.br

Resumo:
Neste estudo, são apresentados resultados de uma investigação desenvolvida com o objetivo de analisar a produção escrita de estudantes de 8º ano do Ensino Fundamental, em expressões algébricas, conforme o desenvolvimento do pensamento algébrico. O estudo considerou a literatura atual no ensino de álgebra como apresentada por Fiorentini (1993, 2005), Neves (1995) e Ribeiro e Oliveira (2015). O material de análise foi constituído pelas avaliações escritas da disciplina de Matemática dos anos de 2013 a 2015, realizadas em escolas particulares de Ensino Fundamental do Distrito Federal, que foram investigadas segundo a metodologia de análise de produções escritas desenvolvida por Buriasco (2004; 2015). O estudo apresenta uma amostra de como a álgebra vem sendo abordada e cobrada nas avaliações. Foi possível identificar que há padrões comuns apresentados nas avaliações elaboradas pelos docentes, assim como existem algumas dificuldades de conhecimento do conteúdo, apresentadas pelos estudantes na identificação, fatoração e simplificação das expressões.

Palavras-chave: Análise da produção escrita; pensamento algébrico; Ensino Fundamental.

1. Introdução

A aprendizagem em álgebra tem se tornado um obstáculo para os estudantes. Muitas são as dificuldades encontradas por eles para resolverem uma equação, fatorar, simplificar ou reduzir um termo algébrico, que tem sua solução a partir do uso de técnicas memorizadas, limitada por um padrão pré-estabelecido. Neves (1995) aponta que a aprendizagem em álgebra não é muito significativa porque muitos docentes e estudantes acreditam que a álgebra está presente apenas dentro da sala de aula, na resolução de exercícios, e que enxergá-la para além dessa compreensão seria trabalhar com fatos já constituídos. Um fator que pode contribuir para a mudança dessa realidade, apontado pelo autor, é o trabalho da história da álgebra e o seu desenvolvimento na aprendizagem Matemática, para que o futuro docente possa estender sua construção e saiba lidar com os conceitos e fundamentos teóricos, propondo atividades significativas para os estudantes, de modo que eles consigam desenvolver habilidades a partir dos conhecimentos que já dominem. Uma das evidentes barreiras é a dificuldade quanto à passagem da aritmética para a álgebra, o que se revelou nas avaliações um modo seco e descontextualizado de se trabalhar com álgebra. Nesse sentido, procuramos identificar possíveis mudanças de linguagem durante a passagem da linguagem aritmética para a algébrica, apresentando o que existe em comum em termos de pensamento e quais habilidades o estudante deve ter para alcançar um pensamento algébrico, com o intuito de obter informações a respeito do processo do ensino de álgebra, a partir das análises da produção escrita em matemática dos estudantes.

Desses procedimentos buscou-se extrair particularidades que fossem relevantes para a aprendizagem algébrica, utilizando como ferramenta a análise da produção escrita. Analisar a produção escrita em matemática (erros e acertos) de estudantes da educação básica contribui para que o professor entenda os mecanismos utilizados por eles na resolução de atividades avaliativas ou não (BURIASCO, 2004). Com isso, para atender aos objetivos, tomamos como fonte a análise de avaliações de álgebra de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental dos anos de 2013 a 2015, realizadas em escolas particulares do Distrito Federal.

O objetivo deste trabalho é investigar as produções escritas, procurando identificar as dificuldades apresentadas em comum no que diz respeito ao ensino de álgebra, bem como responder as seguintes questões: 1) O que tem mudado ao longo desses anos nas avaliações? 2) Como a álgebra tem sido abordada e cobrada? Assim, buscou-se entender porque os estudantes, em sua maioria, apresentam barreiras quanto à aprendizagem em álgebra.

Para realizar o estudo proposto, surgiu a necessidade primordial e processual de discutir acerca do atual ensino e aprendizagem algébrica, de modo a realizar uma revisão literária que busca compreender os aspectos e concepções que estão presentes na aprendizagem aritmética e sua conversão para a álgebra. O objetivo é encontrar um modo para que o ensino de álgebra seja mais significante tanto para professor quanto para o estudante.

2. Concepções em educação algébrica e pensamento algébrico

A álgebra é apresentada, de acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), como uma linguagem matemática estruturada por rígidas regras e formalizações. Os autores identificaram três concepções diferentes relacionando esta disciplina como seu papel, como linguagem: a concepção linguístico-pragmática, que está vinculada a resoluções de problemas, favorecendo os mecanismos de técnicas fundamentais para o ensino de álgebra; a fundamentalista-estrutural, que enfatiza as propriedades estruturais das operações e justifica a lógica a cada passagem pelo transformismo algébrico, qualificando o estudante a aplicá-la a diferentes contextos; e a fundamentalista-analógica, que tem caráter pedagógico de ferramenta (materiais manipuláveis e figuras geométricas) para resolver problemas, mas que se fundamenta nas concepções anteriores.

Os autores caracterizam concepções associadas à linguagem, como sendo específica para expressar procedimentos na resolução de problemas, o foco na atenção do significado dos símbolos e a concepção na qual a álgebra é compreendida como uma linguagem simbólica. Quando os símbolos desta linguagem adquirem o caráter de símbolos, o uso das letras para representar genericamente quantidades discretas ou contínuas (abstração e generalidade) traduz a capacidade de efetuar e expressar. A partir destas concepções, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 83) apresentam algumas tendências que influenciaram o ensino de álgebra durante o século XIX e a metade do século XX, tanto no Brasil como em outros países, e informam que prevaleceu a tendência linguístico-pragmática, que enfatiza o domínio da linguagem literal e a prática para a resolução de equações.

> [...] vincula o papel pedagógico da Álgebra como instrumento de resolução de problemas a concepções linguístico-semânticas dessa disciplina. Nessa concepção prevalece a crença de que a aquisição, ainda que mecânica, das técnicas requeridas pelo "transformismo algébrico" seria necessária e suficiente para que o aluno adquirisse a capacidade de resolver problemas, ainda que esses problemas fossem, quase sempre, artificiais, no sentido de que não era a natureza e relevância deles que determinariam os conteúdos algébricos a serem aprendidos [...] (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 83).

A concepção fundamentalista-estrutural, vinculada ao movimento da Matemática Moderna, nas décadas de 1970 e 1980, era focada nas propriedades estruturais, para a formação lógica da matemática, de modo a reorganizar conteúdos e justificar cada passagem presente no transformismo algébrico. Os autores destacam a tendência fundamentalista-analógica (como uma síntese das outras anteriores), que procura resgatar o valor instrumental da álgebra, fazendo o uso de recursos analógicos geométricos, denominados físicos e geométricos (PANOSSIAN, 2014). O ponto didaticamente negativo entre essas três concepções seria que o ensino e a aprendizagem da álgebra ficariam reduzidos aos aspectos linguísticos e transformistas, dando mais ênfase à construção da linguagem algébrica do que ao pensamento algébrico. Tais concepções priorizam o domínio por parte do estudante de habilidades manipulativas das expressões algébricas, sendo que a álgebra não se limita ou não se reduz a instrumentos técnicos ou formais que possam facilitar a resolução de certos problemas (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005).

Historicamente, a Aritmética antecede a Álgebra por questões de conhecimento histórico e por se considerar necessário um conhecimento prévio e consistente dos conceitos numéricos que permitam adquirir competências essenciais à aprendizagem de conceitos algébricos (PIMENTA; SARAIVA, 2013). Lins e Gimenez (1997 apud PANOSSIAN, 2014, p. 51) apresentam a compreensão do conceito de igualdade, assim como, o de incógnitas, característica marcante na transição do pensamento aritmético para o algébrico. Os autores também contribuem com algumas concepções, tais como: a concepção letrista (cálculo com letras); a concepção letrista facilitadora (aquela que recorre a o uso de materiais manipulativos para o ensino); a concepção que parte de uma situação real (“concreto”); e a concepção da álgebra como conhecimento para elucidar e sistematizar (problema ou situação). Mesmo assim, averígua-se que os autores apresentam o uso do recurso simbólico (concepções letrista e letrista facilitadora) e ressaltam a concepção que se pode assimilar à álgebra como um conhecimento para organizar situações problemas, como também a reconhecem como possibilidade de entender acontecimentos da realidade (LINS; GIMENEZ, 1997 apud PANOSSIAN, 2014, p. 51).

A álgebra se faz presente, desde cedo, sua apresentação é simples e quase não notada nos primeiros anos, porém tem maior visibilidade no 8º ano, em que é trabalhada com maior espaço e o estudante parte de um raciocínio aritmético, trabalhado nos anos anteriores, para um raciocínio mais abstrato. Isso faz com que essa seja uma das disciplinas com um grande índice de mau desempenho. De fato, temos notado que, no decorrer dos últimos anos, o ensino de álgebra, nos anos finais do Ensino Fundamental, tem se fundamentado apenas no livro didático e esse, por sua vez, está focado nas resoluções de exercícios e técnicas repetitivas estruturadas por regras e conceitos que requerem a memorização. Assim a álgebra é trabalhada como algo sem importância, sem relação nenhuma com o ambiente social do estudante, como se não fizesse parte da história da Matemática com uma abordagem distante da sua realidade.

O pensamento algébrico pode ser desenvolvido progressivamente antes mesmo de uma linguagem algébrica simbólica. Isso se o estudante conseguir estabelecer as relações e comparações entre as expressões numéricas, percepção das estruturas aritméticas de uma situação problema, podendo, assim, produzir um ou mais modelos aritméticos para uma mesma situação problema, dentre outros, (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO; 2005).

Para chegar à caracterização do pensamento algébrico, os mesmos autores, apresentam situações em que esse tipo de pensamento pode se manifestar em maior ou menor grau, em uma investigação sobre as potencialidades pedagógicas das tarefas/atividades exploratório-investigativas na construção e desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes no momento que iniciam intencionalmente o estudo da álgebra elementar. Diante disto os autores evidenciam em suas pesquisas o desenvolvimento interdependente da linguagem e do pensamento matemático, quando proposta uma concepção de educação algébrica, para a qual o ensino de álgebra tenha princípio mediante investigação/exploração de situações problemas (tarefas exploratório-investigativas ou problematização de fatos aritméticos ou geométricos que demandem a construção de generalizações) (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005).

Com relação à linguagem, acontece um movimento da linguagem algébrica, como forma do conteúdo do pensamento algébrico. Para a autora:

> As diferentes formas de linguagem alcançadas na experiência humana (retórica, sincopada, geométrica e simbólica), possibilitam de formas diferentes limitações ou avanços em relação aos conteúdos algébricos. Nesse contexto, a linguagem como fenômeno, constitui uma particularidade determinante para a constituição da álgebra. (PANOSSIAN, 2014, p. 95)

Do que já foi apresentado nas concepções de álgebra e educação algébrica, vimos que o ensino enfatiza a manipulação simbólica ou a álgebra como aritmética generalizada e o desenvolvimento interdependente da linguagem e do pensamento matemático. Levando em consideração quando os estudantes são capazes de pensar algebricamente para que se possa inserir a álgebra. Para o desenvolvimento do pensamento algébrico progressivamente antes de uma linguagem algébrica simbólica, como exposto pelos autores.

3. Método

A presente pesquisa foi realizada segundo a metodologia de análise de produção escrita. Ao analisar uma produção escrita, é possível discorrer sobre as respostas dadas, indagar-se sobre a sua configuração, procurar encontrar quais relações elas constituem. Isso porque a produção escrita não deixa de ser uma forma de comunicação e, como tal, deve receber atenção especial por parte dos docentes, sendo esta, muitas vezes, a única forma de diálogo existente entre "professores e alunos" e uma rica fonte para entender os processos de ensino e aprendizagem, bem como os procedimentos e as estratégias utilizados para resolver problemas (BURIASCO, 2004). O estudo teve como foco as investigações de produções escritas, dos anos de 2013 a 2015, de estudantes que cursavam o 8º ano do Ensino Fundamental. Nele procurou-se compreender e interpretar os mecanismos e as consequências do ensino de álgebra com base no tecnicismo, de modo a observar o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes e a maneira como o docente apresenta esse conteúdo, além de verificar o que tem mudado, no ensino desse conteúdo, no decorrer desses anos.

Os sujeitos participantes são adolescentes de escolas particulares de grande porte do Ensino Fundamental e Médio do Distrito Federal, que cursavam o 8º ano, na faixa etária compreendida entre 13 a 14 anos de idade. Esses estudantes têm em comum as seguintes características: 1) estudantes de escolas particulares do Distrito Federal; 2) dificuldades na aprendizagem matemática; 3) frequentam reforço escolar no contraturno.

Inicialmente, houve a separação das avaliações[1] e a identificação dos conteúdos destacados; no caso das avaliações, o foco da pesquisa foi os conteúdos que abordavam o desenvolvimento de expressões algébricas[2]. Na escolha das questões, procurou-se identificar as convergências apresentadas em comum nos enunciados. Em seguida, todas as respostas das questões foram digitalizadas e organizadas em sequência anual. Posteriormente, fomos para a análise de exploração do material, na qual se buscou identificar particularidades de cada questão e também possíveis relações entre as informações apresentadas, com o objetivo de conhecer essa produção escrita e o que apresentaram do assunto.

Finalmente, foi realizado o tratamento dos resultados. Nele foram descritas as semelhanças apresentadas nas avaliações, elaboradas pelas diferentes escolas, as produções escritas dos estudantes e a elaboração da síntese dos resultados apresentados.

[1] Avaliações escritas e aplicadas pelas escolas particulares.
[2] Expressões algébricas, usualmente também chamadas "frações algébricas", são usadas para representar uma constante, uma variável ou uma combinação de variáveis e constantes relacionadas por um número finito de operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, radiciação, potenciação).

4. Resultados e análises

Viola dos Santos (2007) defende que o conceito de erro nos remete a julgar um aluno pelo falta do saber e não pelo que eles que já sabem. Nesse sentido, o autor propõe o abandono da ideia de erros para adotar outra maneira de lidar, valorizando os modos peculiares dos estudantes construírem seus conhecimentos, na busca de legitimá-los não como certos ou errados, mas como diferentes, possibilitando, com isso, interpretar e validar todas as atividades matemáticas dos alunos. Dessa forma, entendemos que a produção escrita quando vista como um processo para uma execução da avaliação ou como ferramenta de investigação oportuniza, entre muitos fatores, investigar e questionar como estudantes e docentes enxergam as questões abertas, os erros e acertos e as suas maneiras de lidar e o papel que a avaliação cumpre.

Para apresentar as questões selecionadas das avaliações, são indicadas as respostas corretas ou incorretas. É utilizada a representação das escolas pelas letras do alfabeto A, B, C e D, separadas anualmente. Optou-se por apresentar e comentar as questões, em especial, os tipos de padrões; o modo de cobrar os conteúdos nas avaliações; nas questões com semelhanças, as que tiveram maior ocorrência.

A primeira e a segunda questões são do ano de 2013. A primeira questão, da escola A, teve o seguinte enunciado:

> O Brasil abriga $\frac{24a+12b}{x^2-4} \div \frac{4a+2b}{x^2+4x+4} \times \frac{2x-4}{x+2}$ de toda a água doce de fácil acesso existente no planeta. Mas essa água se distribui de maneira desigual. A maior parte está na Amazônia, que abriga 5% da população brasileira. Já o superpopuloso Sudeste conta com apenas 6% das reservas hídricas do país. Resolva a operação e determine quantos por cento de água doce tem o Brasil em relação ao planeta.

Fonte: Atualidades Vestibular + ENEM

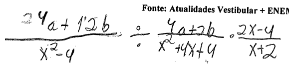


Figura 1 – Registro da resolução do estudante, escola A
Fonte: Dados da pesquisa

A segunda questão, da escola B, teve o seguinte enunciado:

Fatore, simplifique e, em seguida, efetue as operações indicadas.

A) $\frac{5x^2+5y^2}{5x^2+10xy+5y^2} \div \frac{3x^2+3xy^2}{x^2-xy}$; B) $\frac{98x^2-28x^2+2x}{2x^2-4x+2} \times \frac{5x-5}{21x^2-3x}$

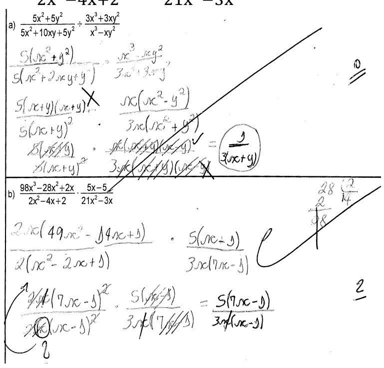


Figura 2 - Registro das resoluções do estudante, escola B
Fonte: Dados da pesquisa

A primeira questão abordou a simplificação de expressão de forma contextualizada. O estudante da escola A, ao se confrontar com a questão, não conseguiu desenvolve-la, apenas repetiu a expressão. A segunda questão abordou o conteúdo de forma direta e repetitiva, o estudante da escola B, no item “A)”, expressou a resolução, na qual fatorou por fator comum em evidência, depois seguiu pela propriedade distributiva (que é muito aplicada na resolução de equações e nas simplificações de várias expressões), em que percebemos que ele se perdeu justamente neste procedimento de resolução, não conseguindo efetuar a operação. No item “B”, ele se expressou da mesma maneira fatorou por fator comum em evidência, utilizou a ideia de fazer grupos de polinômios para simplificação, mas não conseguiu efetuar corretamente a operação, pois pode ter se equivocado na manipulação dos fatores algébricos presentes na expressão. A terceira e a quarta questões são do ano de 2014. A terceira questão, da escola C, teve o seguinte enunciado:

> A expressão a seguir, para $x = -1 \; e \; y = -2$, tem como valor um número inteiro. $2x^2 + 3xy - y^2 - \frac{5y}{2}$. Determine o oposto desse número.

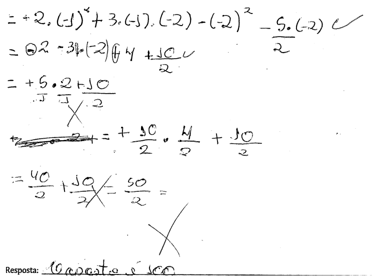


Figura 3 – Registro da resolução da estudante, escola C
Fonte: Dados da pesquisa

A quarta questão, da escola A, teve o seguinte enunciado: Sendo $x = 2 \; e \; y = 4$, determine o valor numérico da expressão $\frac{3x^2-\sqrt{y}}{5-x} + \frac{5xy}{x+\sqrt{y}} - \frac{5x}{y-x}$ (registre os cálculos).

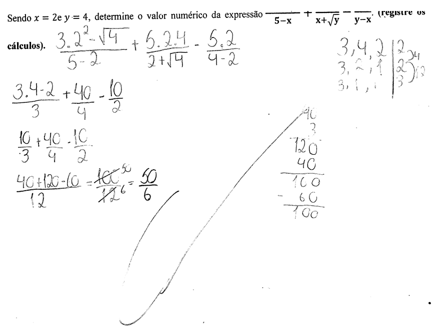
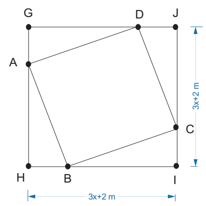


Figura 4 – Registro da resolução da estudante, escola A
Fonte: Dados da pesquisa

ISSN 2178-034X

A terceira e quarta questões abordaram o conteúdo de forma direta. Na terceira questão, o estudante da escola C substituiu os termos corretamente, porém explicitou em suas resoluções erros relacionados à potenciação e à multiplicação de números inteiros Na quarta questão, o estudante da escola A conseguiu substituir os termos, efetuar as operações, calculou o mínimo múltiplo comum dos denominadores encontrados e determinou corretamente o valor numérico da expressão, registrou os cálculos como solicitado no enunciado. A quinta, sexta, sétima e oitava questões são do ano de 2015. A quinta questão, da escola D, teve o seguinte enunciado:

Sabendo que o quadrado ABCD possui lado igual a $2x + 3$, escreva o polinômio e simplifique que representa a diferença entre as áreas dos dois quadrados representados abaixo:



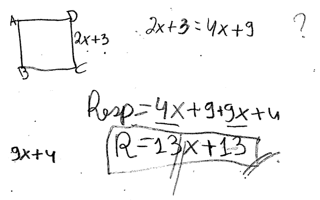
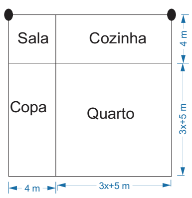


Figura 5 – Registro da resolução do estudante, escola D
Fonte: Dados da pesquisa

A sexta questão, da escola B, teve o seguinte enunciado:

O desenho abaixo representa a planta de uma pequena casa construída sobre um terreno quadrangular. De acordo cm a figura e os conceitos estudados em sala de aula, julgue os itens a seguir em certo (C) ou errado (E).



(1) ( ) A área da sala é 8m².
(2) ( ) A expressão que representa a área do quadrado é $9x^2 + 25$.
(3) ( ) A planta da casa é formada por dois quadrado e dois retângulos.
(4) ( ) A área total da casa é representada pelo trinômio $9x^2 + 54x + 81$.
(5) ( ) O produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo mais o quadrado do segundo.

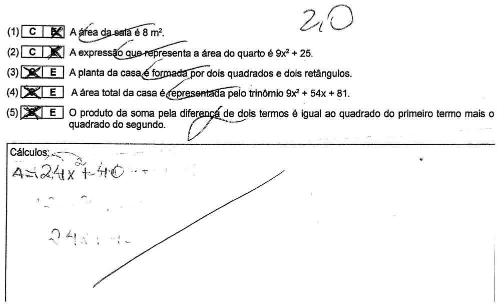


Figura 6 – Registro das resoluções da estudante, escola B
Fonte: Dados da pesquisa

A quinta questão abordou o conteúdo de forma direta. A sexta questão abordou o conteúdo de forma contextualizada e utilizou a múltipla escolha. Percebemos que o estudante da escola B não registrou os cálculos para a resolução da questão. A sétima questão, da escola D, teve o seguinte enunciado:

> Simplifique as expressões a seguir, usando as regras dos produtos notáveis estudados. A) $4(2y+1)^2 - 2(3y+2)^2 + (y+5)^2$; B) $(x-3)^2 - (x+2)(x-2) - (x+1)^2$.

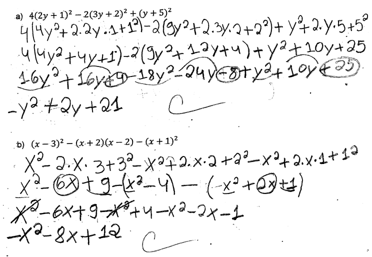


Figura 7 – Registro das resoluções da estudante, escola D
Fonte: Dados da pesquisa

A oitava questão, da escola B, teve o seguinte enunciado:

> Simplifique ao máximo as expressões abaixo: A) $x(3x-2)+(x+3)^2$; B) $(7x+6)^2 - 6x(x+14)$.

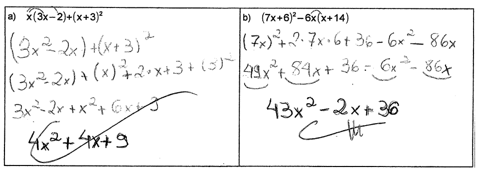


Figura 8 – Registro das resoluções da estudante, escola B
Fonte: Dados da pesquisa

A sétima e oitava questões foram abordadas de forma diretas e repetitivas. Para a sétima, o estudante da escola D, expressa a resolução "A)", na qual fatorou os polinômios, depois seguiu pela propriedade distributiva, somou e subtraiu os componentes e chegou ao resultado; na resolução "B)", fatorou os polinômios, depois somou e subtraiu os componentes e chegou também ao resultado. Para a oitava questão, o estudante da escola B, expressa a resolução "A)",

ISSN 2178-034X

em que iniciou pela propriedade distributiva, após fatorou os polinômios, somou e subtraiu os componentes e chegou ao resultado; na resolução "B)", ele fatorou os polinômios e utilizou simultaneamente a propriedade distributiva, depois somou e subtraiu os componentes e chegou ao resultado, não completamente correto. Isso revela que há dificuldades na identificação dos procedimentos para realizar a fatoração e simplificação das expressões.

5. Considerações finais

Com base nos resultados e nas análises das questões, observamos que não houve mudanças consideráveis nas abordagens avaliativas no decorrer dos anos; pelo contrário, em 2015 observamos as questões avaliativas serem cobradas de forma seca e sem a perspectiva de contextualização no trabalho com álgebra. Verificou-se, também, que há semelhança de padrões apresentados nas avaliações elaboradas pelos docentes. Além disso, a partir das situações vividas na experiência, sobre o tema "expressões algébricas", pudemos identificar a existência de algumas dificuldades de conhecimento do conteúdo, que foram apresentadas pelos estudantes na identificação, fatoração e simplificação das expressões.

Diante disso, entendemos que as avaliações podem nos revelar possíveis caminhos e estratégias que busquem responder e entender os processos de ensino e aprendizagem no que diz respeito à álgebra e a sua construção. A partir disso, acredita-se ser possível despertar no docente a curiosidade e a preocupação para repensar o ensino de álgebra, buscando refletir sobre as atuais técnicas de ensino.

Assim, a análise da produção escrita pode ser tomada como uma estratégia de ensino a ser utilizada pelo docente, de modo a obter informações a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, como subsídio ao processo de elaboração de intervenções, comentários e/ou questionamentos na produção do aluno, para que ele possa ser autor do seu próprio conhecimento (BURIASCO; SANTOS, 2015). E, como sugere Ribeiro e Oliveira (2015, p. 10), que os docentes adotem o estudo de artigos científicos para preparar "atividades lúdicas, e para escolher uma estratégia pedagógica associada a um conteúdo matemático" e o desenvolvimento e investigações que auxiliem no domínio do conhecimento matemático para o ensino. Desta maneira, vê-se nessas análises que há o desafio de repensar o ensino da álgebra, levando em consideração que este conteúdo também deva ser vista como uma forma de pensamento e de leitura do mundo.

Referências

BURIASCO, R. L. C. *Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido*. In: XII ENDIPE- ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 2004, V.3, Curitiba: Champagnat, *Anais...* 2004. p.243-251.

BURIASCO, R. L. C; SANTOS, E. R. dos. *Análise da Produção Escrita em Matemática como uma estratégia de ensino: Algumas Considerações*. *Educ. Matem. Pesq*., São Paulo, v.17, n.1, p.119-136, 2015.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTÓVÃO E. *Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico*. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO: INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO E NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES. 2005, Lisboa. *Anais...* Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2005. Disponível em: <ftp://ftp.cefetes.br/cursos/Matematica/Alex/06Um%20estudo%20das%20potencialidades%20pedagogicas.pdf>. Acesso em 28 fev. 2016.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. *Contribuição para um repensar a educação algébrica elementar*. *Pro-Posições*, vol. 4, n. 1, p. 78-91, mar. 1993.

NEVES, P. S. de O. *Um estudo sobre o significado, o ensino e a aprendizagem da Álgebra.* 1995. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1995.

PANOSSIAN, M. L. *O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípios para a constituição do objeto de ensino da Álgebra*. 2014. Tese (Doutorado). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.

PIMENTA, C.; SARAIVA, M. J. *O desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos do ensino básico.* In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EIEM 2013. *Anais...* Penhas da Saúde, Portugal, 2013. Disponível em: < http://eiem2013.spiem.pt/wp-content/uploads/2013/05/GD2C4PIMENTASARAIVA.pdf>. Acesso em: 06 mar. 2016.

RIBEIRO, A. J.; OLIVEIRA, F. A. P. V. S. *Conhecimentos Matemáticos dos Professores e o Ensino de Equações: Uma Investigação Acerca do Planejamento de Aulas para a Educação Básica.* In: IV SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - IV SIPEM, 15 a 19 de novembro de 2015. *Anais...* Pirenópolis - Goiás – Brasil, 2015. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/visipem/anais/story_content/external_files/CONHECIMENTOS%20MATEM%C3%81TICOS%20DOS%20PROFESSORES%20E%20O%20ENSINO%20DE%20EQUA%C3%87%C3%95ES_UMA%20INVESTIGA%C3%87%C3%83O%20ACERCA%20DO%20PLANEJAMENTO%20DE%20AULAS%20PARA%20A%20EDUCA%C3%87%C3%83O%20B%C3%81SICA.pdf> Acesso em: 06 mar. 2016.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. *O que os alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática.* 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática)- Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2007.