RACIOCÍNIO PROPORCIONAL EM UM PROBLEMA ENVOLVENDO RELAÇÕES DE PROPORCIONALIDADE: ASPECTOS EVIDENCIADOS NA CoP-PAEM

Laís Maria Costa Pires de Oliveira
Universidade Estadual de Londrina
lais_mariaa@hotmail.com

Resumo:
A identificação e compreensão das diferentes ideias subjacentes às relações multiplicativas bem como a produção de significados para as razões, registradas na forma fracionária, são consideradas como alguns dos aspectos centrais do Raciocínio Proporcional e demandam dos indivíduos o desenvolvimento do pensamento relativo. Neste artigo analisamos aspectos relacionados ao Raciocínio Proporcional que emergiram no trabalho de professores participantes da CoP-PAEM com um problema envolvendo relações de proporcionalidade. Os resultados apontam obstáculos enfrentados pelos professores quanto à legitimação do pensamento relativo como base para a elaboração de estratégias de resolução para o problema e à produção de significados para as razões. Concluímos que, se há a preocupação em promover o desenvolvimento do Raciocínio Proporcional em alunos, faz-se necessário o engajamento de professores que ensinam Matemática em estudos e discussões que oportunizem a (re)significação de seu conhecimento matemático, especialmente de aspectos relacionados ao Raciocínio Proporcional.
Palavras-chave: Raciocínio Proporcional; Pensamento Relativo; Razão; Formação de Professores em Comunidade de Prática.

1. Introdução

Ao considerar o processo de formação de professores, inicial e continuada, como uma aprendizagem contínua, torna-se relevante oportunizar a participação/engajamento de professores em ações coletivas, trabalhos conjuntos com seus pares, em que sejam propiciadas discussões e reflexões a respeito de elementos de seu conhecimento profissional, levando em conta suas vivências. Organizar e cultivar espaços de formação delineados nessa perspectiva, contribui para (re)significação do conhecimento profissional de professores que ensinam Matemática, especialmente do conhecimento a respeito da Matemática e de seu ensino. Nesse sentido, organizamos um grupo de estudos formado por pesquisadores/formadores e professores de Matemática, cultivado de maneira a constituir uma Comunidade de Prática – CoP (LAVE; WENGER, 1991; WENGER, 1998) na perspectiva da Teoria da Social de Aprendizagem (WENGER, 1998), denominado por seus participantes como Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática – CoP-PAEM.

Neste artigo, apresentamos resultados de uma pesquisa desenvolvida nessa CoP, na busca de investigar que aspectos relacionados ao Raciocínio Proporcional (LAMON, 2012) emergiram no trabalho de professoras participantes com um problema envolvendo relações de proporcionalidade. Para tanto, apresentamos aspectos teóricos das Comunidades de Prática como espaços de formação e do Raciocínio Proporcional, seguidos do contexto de investigação e encaminhamentos metodológicos. Na sequência discutimos os resultados encontrados e apresentamos algumas considerações.

2. Comunidades de Prática como espaços para a (re)significação do conhecimento matemático do professor

Uma Comunidade de Prática – CoP na perspectiva de Wenger (1998), é caracterizada como um contexto no qual os indivíduos desenvolvem *práticas* (incluindo valores, normas e relações) e *identidades,* por meio de diferentes formas de *participação* (que envolvem o desejo de pertencer à comunidade, a compreensão mútua e o "progresso" ao longo de toda a trajetória de participação) em empreendimentos articulados. Essa organização é uma combinação única de três elementos fundamentais: um *domínio* de conhecimento, uma *comunidade* de pessoas e uma *prática* compartilhada por essa comunidade, que efetiva o domínio de conhecimento que lhe é característico (WENGER; McDERMOTT; SNYDER, 2002). Para Wenger (1998), a aprendizagem dos indivíduos está diretamente relacionada à sua participação em CoPs, e acontece por meio do processo de *negociação de significados*[1].

Como contextos que oportunizam aprendizagens, as CoPs formadas por professores que ensinam Matemática têm se apresentado como espaços fecundos para promover a exploração, a discussão e a reflexão de práticas de sala de aula bem como a (re)significação de elementos do conhecimento profissional desses professores: conhecimento da Matemática e de seu ensino, de seus alunos, da estrutura disciplinar, do currículo, dos processos de ensino e de aprendizagem (CYRINO, 2009; CYRINO; CALDEIRA, 2011; CYRINO, 2016). Especificamente quanto à (re)significação de seu conhecimento matemático, a participação conjunta de professores em CoPs oportuniza o engajamento desses profissionais em trabalhos que os possibilitam compartilhar dúvidas e certezas, bem como rever ideias e conceitos matemáticos, por vezes pouco explorados em sua trajetória de formação (como aqueles

ISSN 2178-034X

[1] Segundo Wenger (1988), o processo de negociação de significados envolve a interação entre outros dois processos, o de *participação* (caracterizado pelo envolvimento e engajamento dos indivíduos em ações e empreendimentos das CoPs) e o de *reificação*.(caracterizado pelas projeções feitas pelos participantes de CoPs a respeito dos significados que produzem).

subjacentes ao Raciocínio Proporcional) e, sobretudo, (re)significá-los durante estudos e discussões com seus pares nesses espaços de formação (OLIVEIRA, 2014).

Essa oportunidade de interação, com foco no compartilhamento e discussão de experiências e informações, é algo relevante para ampliar e aprofundar o conhecimento profissional dos professores que ensinam Matemática, especialmente o conhecimento a respeito da Matemática, o que propicia maior segurança aos professores na elaboração e organização de propostas de ensino mais significativas para a aprendizagem e desenvolvimento matemático dos alunos em diferentes níveis de ensino.

3. Raciocínio Proporcional como parte do conhecimento matemático dos professores

Durante a trajetória escolar de alunos e de professores, o trabalho com relações de proporcionalidade tem sido centrado, e por vezes reduzido, aos conceitos de razão e proporção e à memorização e aplicação de dispositivos algébricos (como a regra de três) em problemas de valor omisso (LAMON, 2012; LESH *et al.* 1988). Um tratamento limitado para razões e proporções, que não explore seus significados e suas particularidades em diferentes contextos, pode comprometer o desenvolvimento/mobilização do Raciocínio Proporcional dos indivíduos, algo necessário para lidar, especialmente, com relações e comparações de natureza multiplicativa.

Uma razão é caracterizada como uma comparação multiplicativa entre duas quantidades (SMITH III, 2002), em um contexto específico, que resulta em um valor abstrato, uma quantidade relativa cujo significado demanda interpretação e, cuja natureza difere daquela das grandezas que lhe deram origem (LAMON, 2012). Segundo Smith III (2002), proporções e relações de proporcionalidade relacionam-se ao raciocínio com razões. Assim, raciocinar proporcionalmente envolve projetar a mesma razão, existente entre duas grandezas, para outras grandezas relacionadas de forma multiplicativa. Ampliando essa ideia, Lesh *et al.* (1988) apontam que o termo Raciocínio Proporcional tem sido empregado na Educação Matemática para caracterizar um tipo de raciocínio que envolve noções de covariância e invariância, comparações multiplicativas entre razões e demanda dos indivíduos a capacidade de interpretar, armazenar e processar conjuntos de informações mobilizando aspectos quantitativos e qualitativos do pensamento.

Lamon (2012) destaca que o Raciocínio Proporcional não deve ser considerado como um sinônimo de proporcionalidade, mas como condição necessária para que os indivíduos sejam capazes de compreender contextos e aplicações matemáticas que envolvam conceitos de proporção e relações de proporcionalidade. Para a autora, o Raciocínio Proporcional

> refere-se a detectar, expressar, analisar, explicar e oferecer evidências em apoio às afirmações sobre relações proporcionais. A palavra *raciocínio* sugere ainda que usemos a razão, o bom senso e uma abordagem cuidadosa para resolver problemas, em vez de arrancar números dos enunciados e cegamente aplicar regras e operações. [...] (associamos raciocínio) com processos mentais livres que exigem análise consciente das relações entre quatidades. (LAMON, 2012, p.4. grifo da autora).

Lamon propõe a existência de uma rede de aspectos (conceitos, formas de pensar, contextos, representações e ideias matemáticas) que se relacionam e mostram-se centrais para sustentar o desenvolvimento do Raciocínio Proporcional, a saber: as diferentes fontes de significado do número racional na forma $\frac{a}{b}$, pensamento relativo, processo de unitização, partilha e comparação, quantidades e covariação, medida e raciocínio progressivo e regressivo. Dentre esses aspectos, destacamos a relevância da compreensão do número racional em seu registro na forma $\frac{a}{b}$ enquanto uma razão, e da mobilização do pensamento relativo para lidar com relações de proporcionalidade e proporção em problemas que envolvam comparações entre razões e para desenvolver/mobilizar o Raciocínio Proporcional.

A habilidade de analisar e compreender a coerência de variações entre grandezas em termos absolutos e relativos é importante para o desenvolvimento do Raciocínio Proporcional. O pensamento absoluto (aditivo) baseia-se na visualização e quantificação direta de objetos (quantidades discretas ou contínuas), já o pensamento relativo (multiplicativo) demanda dos indivíduos maior abstração, o que possibilita a criação e quantificação de grandezas mais complexas. Por conta de sua natureza multiplicativa, a análise de razões e o trabalho com proporções e relações de proporcionalidade exigem a mobilização de pensamento relativo, algo que não é desenvolvido de maneira natural e que deve ser estimulado durante toda a trajetória escolar de alunos e de professores por meio do trabalho com tarefas desafiadoras, que envolvam razões em contextos variados, para além daqueles caracterizados como problemas de valor omisso.

Consideramos importante que professores que ensinam Matemática envolvam-se em estudos e discussões a respeito das ideias e conceitos subjacentes ao Raciocínio Proporcional, de maneira que (re)signifiquem seu conhecimento matemático sobre o tema e organizem

ISSN 2178-034X

propostas de ensino significativas em sala de aula, ampliando o trabalho com razões e proporções para além da aplicação de fórmulas e reprodução mecânica de estratégias.

4. Contexto da pesquisa e encaminhamento metodológicos

O grupo de estudos investigado, formado por pesquisadores[2] e professores de Matemática que atuam na Educação Básica, foi constituído em 2011 na busca de fomentar uma CoP na perspectiva de Lave e Wenger (1991) e Wenger (1998). No decorrer de sua trajetória, esse grupo apresentou elementos que nos permitiram caracterizá-lo como uma CoP, denominada "Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática – CoP-PAEM"[3]. Os encontros da CoP aconteceram semanalmente, entre os anos de 2011 e 2013, por um período de duas horas, no Laboratório de Matemática do Colégio Estadual de Paranavaí - Ensino Fundamental, Médio, Normal e Profissional. A partir do segundo semestre de 2013, até o presente momento, os participantes negociaram uma alteração na frequência dos encontros, que passaram a ser quinzenais.

O *Estudo do Raciocínio Proporcional*[4] foi um dos empreendimentos da CoP-PAEM, proposto pelas formadoras/pesquisadoras e negociado com os participantes, no ano de 2012. O interesse inicial e o consequente engajamento dos professores no desenvolvimento de ações desse empreendimento tiveram como motivação o empreendimento anterior, *Estudo dos Números Racionais e do Conceito de Fração*[5] e as preocupações quanto à aprendizagem e desenvolvimento matemático dos alunos, no trabalho em sala de aula com ideias e conceitos matemáticos e formas de pensar necessários para o desenvolvimento/mobilização de Raciocínio Proporcional. Além disso, os professores preocuparam-se com sua própria aprendizagem, a (re)significação de conhecimentos matemáticos necessária para subsidiar propostas de trabalho significativas durante as aulas de Matemática, que oportunizassem a mobilização/desenvolvimento desse raciocínio nos alunos.

Nos encontros de 2012 foi negociado com a CoP a resolução e discussão de problemas adaptados de Lamon (2012), em que estavam presentes relações de proporcionalidade e

[2] Os encontros da CoP-PAEM são coordenados pela formadora Tânia Garcia, docente do Colegiado de Matemática da Unespar – Paranavaí e doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina – UEL, e pela autora deste artigo, aluna de doutorado do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina – UEL.

[3] Abordagens detalhadas sobre a trajetória da CoP-PAEM em Rocha (2013), Oliveira (2014), Garcia (2014).

[4] Informações sobre o desenvolvimento desse empreendimento na/pela CoP-PAEM em Oliveira (2014).

[5] Uma abordagem detalhada da trajetória da CoP-PAEM na articulação deste empreendimento pode ser encontrada em Rocha (2013)

proporção. Os participantes deveriam resolver os problemas sem recorrer de imediato às propriedades das proporções (por exemplo: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$), justificando suas resoluções. A expectativa era de que os participantes apresentassem indícios de mobilização de aspectos do Raciocínio Proporcional, que percebessem as diversas possibilidades de resolução para um problema dessa natureza, sem recorrer à aplicação mecanizada de regras e algoritmos, e que, dessa forma, se engajassem no estudo a respeito do Raciocínio Proporcional.

No presente artigo, nos empenhamos em apresentar e analisar um recorte da *Ação 1: Resolução e discussão de problemas que envolvem proporção/proporcionalidade* do empreendimento *Estudo do Raciocínio Proporcional*, a fim de investigar aspectos do Raciocínio Proporcional evidenciados por participantes da CoP-PAEM, na resolução de um problema com potencial para mobilizar pensamento relativo, no compartilhamento dessas resoluções e dos significados produzidos por eles. As análises foram feitas com base nos aspectos considerados centrais por Lamon (2012) para mobilização/desenvolvimento do Raciocínio Proporcional, a partir de resoluções registradas pelos participantes em cadernos individuais e de suas justificações compartilhadas oralmente nas discussões ocorridas na comunidade, audiogravadas e posteriormente transcritas.

5. Aspectos do Raciocínio Proporcional mobilizados na COP-PAEM

O problema do suco de maçã (Figura 1), assim denominado pelos participantes da CoP-PAEM, desencadeou a análise a seguir. Esse problema apresenta um contexto distinto daqueles que solicitam o valor omisso (LAMON, 2012; LESH *et al.* 1988), comumente explorados no trabalho com relações de proporcionalidade. É um problema de mistura, que solicita a comparação quantitativa entre duas razões, que não estão evidentes em seu enunciado.

A Sra. Júlia prepara e vende suco de maçã com canela em sua lanchonete. No jarro A, ela misturou 4 cubos de essência de canela com 3 cubos de essência de maçã com uma quantidade de água. No jarro B, ela usou 3 cubos de essência de canela e 2 de sabor maçã, e a mesma quantidade de água. Se você pedir a ela para tomar o suco que tem o gosto mais forte de canela, de qual jarro ela deverá servir sua bebida?

Figura 1 - Problema do suco de maçã. Fonte: adaptado de Lamon (2012)

Para além da manipulação correta de cálculos matemáticos e da obtenção de uma resposta numérica, os participantes deveriam interpretar o resultado obtido para uma tomada de decisão justificada. A seguir, são apresentadas resoluções acompanhadas das justificações apresentadas nas discussões da CoP. Ao resolver o problema, Iara[6] mostra-se insegura com a estratégia de resolução escolhida e exterioriza, em voz alta, seu raciocínio como forma de compartilhá-lo e de tentar obter a validação da formadora Tânia:

Iara	4 (canelas) para 3(maçãs) e aqui 3(canelas) para 2 (maçãs), não é para fazer essa conta (divisão)?
Tânia	Pode fazer, você é quem sabe...
Iara	Aqui vai dar (um e) meio... (aqui) dá 1,3; mas é o mesmo tanto de água. Esse é que é "o porém"...Não é? É o mesmo tanto de água, então eu acho que esse aqui (jarro B) vai estar mais fraquinho, [...] vai colocar menos canela, vai colocar menos maçã, (então) vai estar mais fraco de tudo... Não é? [...] Eu vou arriscar: o mais forte é o (jarro com) 4 de canela com 3 de maçã...

(Encontro do dia 31/07/12)

Ao analisar a fala de Iara, é possível identificar que comparações de diferentes naturezas foram utilizadas como estratégias para resolver o problema. Inicialmente, a participante evidencia a mobilização de pensamento relativo, ao relacionar as quantidades de canela e de maçã em cada jarro, por meio de razões, e calcular o valor dessas razões. No entanto, para a elaboração de sua resposta final, Iara desconsidera a mistura de elementos nos jarros, as razões encontradas e seus respectivos valores, e afirma que o suco com sabor mais acentuado de canela está no jarro A, recipiente que contém a maior quantidade absoluta de canela. Essa afirmação evidencia a mobilização do pensamento absoluto.

Cléa, então, compartilha sua estratégia e sua resposta para o problema e, na negociação que segue, Iara novamente justifica sua resolução compartilhada no episódio anterior, esclarecendo seu raciocínio.

Cléa	(Pela) razão, seria no (jarro) B.
Iara	É, a maior razão está no (jarro) B. [...] um (jarro) dá 1,333 e outro (jarro) dá 1,5. Mas, no gosto, eu acho que é ainda o (jarro) A, que vai ter mais canela no litro... Eu vou colocar assim: eu acho que é o (jarro) A, pois...
[...]	
Tina	Tem mais cubo de (canela) [...] são 4 cubos de essência de canela, não é?

(Encontro do dia 31/07/12)

Iara, ao concordar com a resolução de Cléa para o problema (resolução que evidencia a mobilização de pensamento relativo), valida a estratégia de relacionar as grandezas "quantidade de canela" e "quantidade de maçã", por meio de razões, e de comparar os valores resultantes para a elaboração de uma resposta. Porém, a participante não legitima o significado desses valores abstratos no contexto do problema e reifica sua resposta (Figura 2) com base na contagem, na comparação entre as quantidades absolutas de canela em cada jarro, reificando a mobilização de pensamento absoluto.

[6] São utilizados nomes fictícios para os professores participantes da CoP-PAEM.

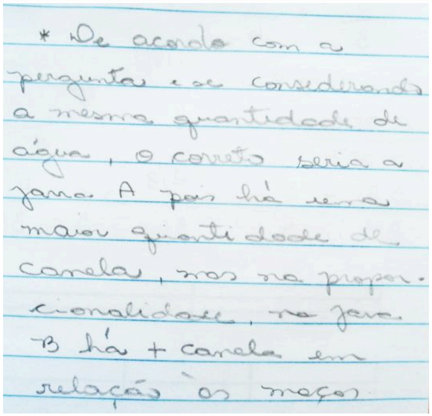
* De acordo com a pergunta e se considerando a mesma quantidade de água, o correto seria a Jarra A pois há uma maior quantidade de canela, mas na proporcionalidade, na Jarra B há + canela em relação às maçãs

Figura 2 - Registro da participante Iara. Fonte: Arquivo CoP-PAEM

Apesar de utilizar uma estratégia mais sofisticada para resolver o problema, comparando as grandezas de maneira relativa, é possível observar, pelas justificações e registros de Iara, fragilidades em seu conhecimento matemático, especialmente quanto a aspectos centrais do Raciocínio Proporcional. A participante não identifica que, comparações de natureza aditiva entre as quantidades de canela de cada jarro não fornecem uma resposta coerente ao contexto do problema. Ela evidencia dificuldades em produzir significados para os valores das razões unitárias encontradas, não validando as comparações relativas efetuadas. Segundo Lamon (2012), tais aspectos do Raciocínio Proporcional mostram-se mais exigentes aos indivíduos e, assim, demandam maior capacidade de abstração para mobilizá-los e interpretá-los, por serem *concepções* e não apenas *percepções*.

Outra resolução que, de maneira semelhante à de Iara, tem sua justificativa ancorada no pensamento absoluto, foi compartilhada pela participante Eva.

Eva Lá (no jarro A), ela colocou 4 cubos de essência de canela e 3 cubos de essência de maçã, (no jarro B) 3 de canela e 2 de maçã. Pensando bem, a proporção seria a mesma [...] acho que o sabor seria o mesmo, por maior que seja a quantidade (de canela) e de água igual, é 4 por 3 e 3 por 2...

Tânia Você acha que ficaria com o mesmo sabor?

Eva Eu acho que vai dar a mesma coisa.

(Encontro dia 31/07/12)

Apesar de a participante afirmar que as misturas dos dois jarros são "proporcionais", apresentando assim o mesmo sabor, inferimos que sua justificativa não foi formulada com base em uma proporção entre as unidades de canela e de maçã nos jarros de sucos. Como há uma unidade a mais de cubos de canela em relação aos cubos de maçã em ambos os jarros (4-3 = 1; 3-2 = 1), a participante afirma que há uma relação de proporcionalidade entre as misturas. No entanto, a proporcionalidade existente nos jarros é: aproximadamente 1,3 vezes mais canela que maçã no jarro A e 1,5 vezes mais canela que maçã no jarro B.

ISSN 2178-034X

A incoerência na justificativa de Eva está em usar o resultado de uma comparação aditiva, baseada na contagem direta e na visualização (evidências de mobilização de pensamento absoluto), para justificar uma afirmação que envolve a ideia de proporcionalidade (pensamento relativo). Compreender os diferentes significados do termo “mais” ou da expressão “quanto a mais” requer, segundo Lamon (2012), uma mudança cognitiva de perspectiva na interpretação de contextos, algo que comumente mostra-se confuso para alguns indivíduos, especialmente na resolução de problemas envolvendo misturas, como foi possível observar no episódio de Eva. Apesar do raciocínio equivocado, Eva encontra nas discussões da CoP uma forma de reificar os significados que produziu para as comparações feitas em sua resolução. Isso fica evidente no episódio a seguir, em que Cléa apresenta outra resolução para o problema, cuja estratégia foi denominada como *simplificação*.

Cléa [...] Na *simplificação* vai dar igual (o sabor)...
Iara Na *simplificação* dá igual?
Cléa Olha, (imaginem uma) criança. Faz de conta... (vai ao quadro registrar a resolução) No jarro A, ela pegou e colocou 4 canelas e 3 maçãs. No jarro B, ela colocou 3 canelas e 2 maçãs, (representa canela pela letra “c” e maçã pela letra “m”) canela, canela, canela, canela, maçã, maçã, maçã.[...] (ao riscar uma letra “c”, risca uma letra “m” – Figura 3) canela, canela, canela, maçã, maçã. Sobrou uma canela aqui (referente ao jarro A), sobrou uma canela aqui (referente ao jarro B)! (risos)
Eva É a mesma coisa!
Cléa Na simplificação, (o sabor) vai ser (igual)! [...] Agora na razão, é o (jarro) B, com certeza.

(Encontro dia 31/07/12)

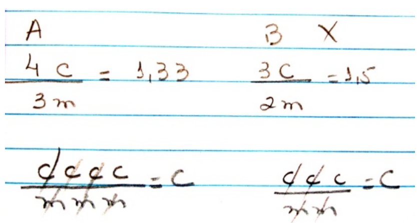

Figura 3 - Registro da Participante Cléa. Fonte: Arquivo CoP-PAEM

A participante Cléa, ao levar em conta o conhecimento que desenvolveu a respeito de seus alunos (particularmente o conhecimento de suas potencialidades e fragilidades na resolução de tarefas matemáticas), compartilha uma resolução possível de ser elaborada por um jovem aluno, e que evidencia a mobilização de pensamento absoluto. Por essa estratégia, cada unidade de canela anularia o sabor de uma unidade de maçã, ou seja, as grandezas estariam relacionadas na razão 1:1, e não nas razões unitárias 1,3:1 (no jarro A) e 1,5:1 (no jarro B). Assim, o sabor mais acentuado do suco seria indicado pelos tipos e quantidades de unidades restantes nos jarros após as “simplificações”. Como restaram quantidades iguais de canela nos dois jarros, Cléa afirma que a intensidade desse sabor é a mesma, resposta que é legitimada por Eva.

Mesmo considerando diferentes estratégias, essa é mais uma resolução apresentada na CoP que evidencia a mobilização de pensamento absoluto, o que não é coerente com o contexto do problema, em que comparações de natureza multiplicativa forneceriam uma resposta correta ao questionamento feito. Pensar em termos absolutos, mobilizar estratégias aditivas para lidar com problemas, matemáticos ou não, é algo muito familiar aos indivíduos, já que esta maneira de pensar é base de experiências de contagem direta e do trabalho com números naturais. Porém, esse raciocínio mostra-se limitado em contextos que demandam a criação e quantificação de quantidades mais complexas, as quantidades relativas, como na resolução do problema do suco de maçã.

Lamon (2012) destaca que o processo de transição da mobilização de pensamento absoluto para o pensamento relativo, na trajetória de estudos de alunos e professores, é algo complexo e que demanda "algum grau de maturidade matemática para compreender a diferença entre somar e multiplicar e os contextos em que cada operação é apropriada" (p. 9; 2012). No entanto, por meio das análises, destacamos que, tal maturidade não deve ser dimensionada pelos anos de estudos ou pela idade dos indivíduos, já que, mesmo professores que ensinam Matemática mostram-se inseguros ao mobilizar/validar o pensamento relativo em situações onde sua mobilização mostra-se mais coerente, e apresentam dificuldades em produzir significados para grandezas abstratas como os valores das razões.

6. Considerações Finais

Neste artigo apresentamos aspectos do Raciocínio Proporcional evidenciados por participantes da CoP-PAEM, relacionados ao pensamento relativo e à produção de significados para a razão, que emergiram no trabalho com um problema envolvendo relações de proporcionalidade. Pela análise das justificações e dos registros escritos, foram evidenciados obstáculos/dificuldades enfrentados pelas professoras, relacionados a esses dois aspectos do Raciocínio Proporcional. Tais dificuldades residem, especialmente, na interpretação de um problema envolvendo contexto de mistura, em que comparações multiplicativas são necessárias; na validação do pensamento relativo como base para a elaboração de estratégias coerentes para resolver o problema; e na produção de significado para as comparações multiplicativas e seus valores resultantes.

ISSN 2178-034X

Essa fragilidade no conhecimento matemático dos professores, que os mantém resistentes em validar, produzir significados para, e justificar estratégias de resolução com base no pensamento relativo, relaciona-se à qualidade das experiências de ensino em suas trajetórias de estudos, enquanto alunos e professores, envolvendo o trabalho com relações de proporcionalidade e proporções. As propostas de ensino organizadas acerca desses temas, para os diferentes níveis escolares, têm se mostrado limitadas, com foco, sobretudo, na resolução mecânica de problemas de valor omisso, que não oportunizam a mobilização de aspectos qualitativos e quantitativos do pensamento (LESH *et al.* 1988).

Propostas de trabalho em sala de aula situadas nessa perspectiva propiciam a origem de concepções equivocadas acerca das relações de proporcionalidade, o que em momentos posteriores configuram-se como obstáculos, por exemlplo, para a mobilização e desenvolvimento do pensamento relativo. As dificuldades apresentadas pelas professoras da CoP-PAEM em relacionar as grandezas e diferenciar o significado das comparações absolutas e multiplicativas podem ser considerados reflexos das propostas de ensino vigentes; que não têm priorizado o desenvolvimento matemático dos indivíduos, sua capacidade de comunicação, argumentação e interpretação ao lidar com relações abstratas de natureza multiplicativas.

Se há a preocupação em promover o desenvolvimento de Raciocínio Proporcional nos indivíduos, dotando-os de maior autonomia e flexibilidade de raciocínio, faz-se necessário oportunizar aos alunos e, sobretudo aos professores em serviço, o engajamento em trabalhos que demandem a discussão da natureza abstrata das comparações multiplicativas, das concepções que sustentam o pensamento relativo e que vão além das percepções diretas das comparações aditivas. A estranheza com relação à mobilização e interpretação do pensamento relativo e das razões, evidenciada por grande parte dos professores da CoP-PAEM, reforça a urgência com que o Raciocínio Proporcional precisa ser explorado por meio de estudos teóricos e da resolução e discussão de tarefas desafiadoras nas trajetórias de aprendizagens de professores que ensinam Matemática.

7. Referências

CYRINO, M.C.C.T. Comunidades de prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de matemática. In: BATISTA, I. L.; SALVI, R. F. (Org.). *Pós-graduação em ensino de ciências e educação matemática*: um perfil de pesquisas. Londrina: EDUEL, 2009. p. 95-110.

CYRINO, M.C.C.T. Mathematics Teachers' Professional Identity Development in Communities of Practice: Reifications of Proportional Reasoning Teaching. *BOLEMA,* Rio Claro, v. 30, n. 54, no prelo, 2016.

CYRINO, M. C. C. T.; CALDEIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de Matemática. *Revista Investigações em Ensino de Ciências*, Porto Alegre, v.16, n.3, p. 373-401, dez. 2011.

GARCIA, T. M. R. *Identidade Profissional de Professores de Matemática em uma Comunidade de Prática*. 2014. 164 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

LAMON, S. *Teaching fractions and ratios for understanding*: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 3th edition. New York: Routledge, 2012.

LAVE, J.; WENGER, E. *Situated Learning*: legitimate peripheral participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991. WENGER, 1998.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional Reasoning. In J. HIEBERT; M. BEHR (Eds.) *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics. 1988. p. 93-118.

OLIVEIRA, L. M. C. P. de. *Aprendizagens no Empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional.* 2014. 208 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

ROCHA, M. R. *Empreendimentos de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações*. 2013. 129 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SMITH III, J.P. Development of students'knowledge of fractions and ratios. In: Litwiller, B.; Bright, G. (Eds.). *Making Sense of Fractions, Ratios and Proportions*: 2002 Yearbook. 2 ed. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics , 2002. p. 3-17.

WENGER, E. *Communities of Practice*: learning, meaning and identity. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E.; McDERMOTT, R.; SNYDER, W. M. *Cultivating Communities of Practice*. Boston: Harvard Business School Press, 2002.