

MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES E ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NO ENSINO DE FUNÇÕES (parte 1)

Luciana Dutra Pereira
SEEDUC - RJ
lucianadutra@prof.educacao.rj.gov.br

André Seixas de Novais
IFRJ-Instituto Federal do Rio de Janeiro
andre.novais@ifrj.edu.br

Resumo:

Este trabalho tem como objetivo analisar a forma em que o conceito de função tem sido desenvolvido pelos professores de Matemática, visto que é um tema relevante e abrange outras áreas do conhecimento. Para encontrar respostas à questão “Que sequência didática tem sido utilizada com maior frequência no desenvolvimento do conceito de Função?”, foi levantado um embasamento teórico sobre a teoria de Registros de Representações Semióticas e Atividades Investigativas no ensino de funções, foi realizada uma análise de livros didáticos de Matemática e as respostas de um questionário de pesquisa aplicado em professores. Nesse artigo (parte 1), apresentaremos uma discussão sobre a teoria de Registros de Representações Semióticas, assim como análise de quatro livros didáticos da educação básica, deixaremos a discussão sobre Atividades Investigativas e a análise do questionário de pesquisa para outro artigo (parte 2). Chegou-se a conclusão que as Atividades Investigativas são pouco utilizadas, bem como as transformações do tipo conversões entre os diferentes registros representações das funções.

Palavras-chave: Ensino de funções; atividades investigativas; registros de representação semiótica.

1. Introdução

O tema em questão contribui para o ensino de funções à medida que muitos alunos apresentam dificuldades na compreensão desses conceitos, principalmente nas questões relacionadas à simbologia, terminologia e nas transformações entre as suas diferentes representações. Uma questão que nos leva a reflexão é “Que sequência didática tem sido utilizada com maior frequência no desenvolvimento do conceito de Função?”, com isso o objetivo dessa pesquisa é analisar a forma que esse conceito tem sido desenvolvido pelos professores de Matemática.

Para nortear essa pesquisa alguns pressupostos foram levantados, podemos destacá-los na forma de questionamentos reflexivos:

- Haveria uma tendência maior no uso de sequências tradicionais, focadas na explanação do professor, seguida pela apresentação de definições, propriedades e exemplos de exercícios?
- No desenvolvimento do conceito de funções, será que há uma baixa frequência no uso de sequências envolvendo Atividades Investigativas?
- A utilização de atividades que empregam a conversão entre as diversas representações de funções seria pouco explorada?
- No desenvolvimento do conceito de funções, haveria pouca utilização de Atividades Investigativas pelos livros didáticos?

A fim de atingir nosso objetivo e responder em parte a questão de pesquisa, foi realizada uma análise em quatro livros didáticos da educação básica e aplicado um questionário em 93 professores que ensinam funções no ensino fundamental, médio e superior. Para esse artigo, parte 1, nos concentraremos apenas nas discussões relacionadas à análise dos livros didáticos.

2. Registros de Representações Semióticas na Matemática

A dificuldade que os alunos têm na compreensão da matemática não pode ficar restrita ao campo matemático:

É necessária uma abordagem cognitiva, pois o objetivo do ensino da matemática, em formação inicial, não é formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que só lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, e sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização (DUVAL, 2003, p.11).

A atividade cognitiva requerida pela matemática tem duas características, segundo Duval (2003): a importância primordial das Representações Semióticas e a grande variedade de Representações Semióticas utilizadas em matemática. A primeira diz respeito ao objeto matemático, em que o único meio de acesso é pelo seu registro de representação, diferentemente de outras ciências. Já a segunda, trata-se das diversas formas de se representar um objeto matemático, números, figuras geométricas, escritas algébricas, gráficos, língua natural.

Duval (2003) elenca quatro tipos diferentes de registros: a língua natural, as escritas algébricas e formais, as figuras geométricas e as representações gráficas. O primeiro são as associações verbais, a argumentação a partir das observações e crenças. O segundo são as escritas numéricas, simbólicas e algébricas propriamente ditas. O terceiro são as figuras geométricas planas ou em perspectivas, a apreensão operatória e não somente perceptiva. O último tipo de registro são os gráficos cartesianos e mudanças de sistema de coordenadas.

Duval (2003) afirma que para se compreender matemática é necessária a mobilização de pelo menos dois registros de representação semiótica ao mesmo tempo, por exemplo: 2, $4/2$, $5-3$, referem-se ao mesmo número, mas não tem o mesmo significado operatório. O aluno pode saber efetuar a subtração e não saber efetuar a divisão, não possui a mesma natureza cognitiva. Conforme Moretti (2002, p. 346) “para um certo tipo de transformação o custo cognitivo pode ser maior ou menor [...]”.

Duval cita três tipos de atividades cognitivas ligadas a semiose:

- i. “A formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado”. (2012, p.271): pode ser o enunciado de uma frase ou o desenho de uma figura geométrica e etc.;
- ii. “O tratamento de uma representação é a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada. O tratamento é uma transformação interna a um registro”. (2012, p.272): efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou representação dos números; e

- iii. “A conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial”. (2012, p.272): passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica.

Observa-se, em alguns casos, o oposto do que é afirmado por Duval, onde o tratamento tem muito mais atenção dos professores nas aulas de matemática do que as conversões, onde o desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático é muito mais explorado.

Segundo Duval (2003, p.30) “se se quer analisar as dificuldades de aprendizagem em matemática, é preciso estudar prioritariamente a conversão das representações e não aos tratamentos”, para uma compreensão efetiva da matemática o indivíduo deve ser capaz de entender o que está sendo solicitado em sua língua natural, em uma expressão simbólica ou na apresentação de um gráfico, e ser capaz de transcrever de uma linguagem para outra.

3. Múltiplas representações no estudo de funções

Algumas dificuldades apresentadas por alunos em relação ao conteúdo de função estão relacionadas às diversas formas de registros e suas possíveis transformações.

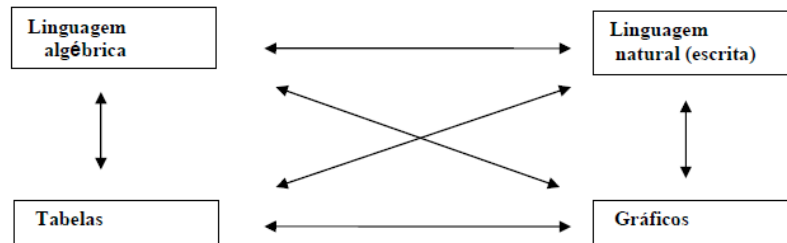
Deve-se apresentar e discutir as diferentes maneiras de representar uma função (analiticamente, graficamente e verbalmente), além de desenvolver atividades que possibilitem os registros de conversão de uma representação em outra.

Para Trindade e Moretti (2000), o professor deve explorar a representação verbal das funções “Os alunos devem ser estimulados a descreverem em linguagem corrente a lei que rege um fenômeno e a apresentarem argumentos que justifiquem a validade da lei para qualquer caso, para então representá-la em linguagem algébrica ou geométrica”. (TRINDADE e MORETTI, 2000, p.43).

Comumente segue-se a seguinte sequência na apresentação de função: representação algébrica, construção de uma tabela de valores e finalmente traçam, no plano cartesiano seu gráfico, permanecendo somente neste sentido, não explorando o inverso deste processo.

Lopes e Freitas (2005, p.2) apresentam um grande número de articulações que o professor poderá explorar em suas atividades buscando uma maior apreensão do conceito de função. Conforme figura abaixo:

Figura 1: Tipo de conversões na representação de funções



4. Métodos

Os métodos propostos visam confirmar, ou não, os pressupostos inicialmente levantados e responder a questão de pesquisa. Foram realizadas duas pesquisas bibliográficas, uma a fim de apresentar uma fundamentação sobre Registros de Representação Semióticas e outra que envolve a análise de livros didáticos recomendados pelo PNLD2014 e PNLD2015 na apresentação do conteúdo função.

A fundamentação teórica desenvolvida nesse artigo (parte 1) possui o papel de explorar a teoria de Registros de Representação Semiótica na Matemática, além de destacar sua relevância no ensino de funções.

Para a análise dos livros didáticos foram utilizados dois livros sugeridos pelo guia do PNLD2014 (Ensino Fundamental anos finais) e dois livros do PNLD2015 (Ensino Médio). A escolha desses livros se deu pela facilidade de acesso aos mesmos e também por serem de grande utilização na cidade onde se realizou a pesquisa, Barra Mansa interior do estado do Rio de Janeiro. Para explorar esses textos, a análise aconteceu da seguinte forma: verificou-se a existência do tema funções, o desenvolvimento do conceito, o uso de Atividades Investigativas e transformações do tipo conversões entre os Registros de Representação nos exemplos e exercícios propostos.

Objetiva-se com essa abordagem, assim como foi feito na fundamentação teórica, confirmar que “a utilização de atividades que empregam a conversão entre as diversas representações de funções seria pouco explorada”, e também que “no desenvolvimento do

conceito de funções, haveria pouca utilização de Atividades Investigativas pelos livros didáticos”.¹

Destaca-se que não há interesse em realizar inferências a nível populacional, haja vista que a amostra de quatro livros é muito pequena frente à população de livros indicados pelo PNLD.

5. Análise dos livros didáticos

A análise dos quatro livros objetiva identificar se as conversões dos diferentes registros de representação das funções são exploradas e se os livros propõem o uso de Atividades Investigativas na apresentação deste conteúdo, no 9º ano do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio. Para facilitar a compreensão das citações desses materiais didáticos, utilizaremos as letras A, B, C e D para identificar os livros.

5.1. Livro A²

O livro A (Imenes, Lellis, 2012) faz parte de uma coleção publicada pela editora Moderna, composta de quatro livros para o ensino fundamental anos finais e constou do catálogo do PNLD2014.

Os autores iniciam o capítulo apresentando a importância do conceito de Função na Matemática e nas outras áreas do saber, como na Biologia, na Economia, na Física e na Química. Eles afirmam que para termos uma ideia do que é Função, podemos pensar em duas grandezas que variam, uma dependendo da outra. Para mostrar essa ideia de Função enquanto relação entre duas grandezas, os autores apresentam um exemplo de variação, uma tabela e uma fórmula.

Encontramos tarefas do tipo: completar uma tabela a partir de uma situação apresentada e escrever a fórmula dessa função, construir uma tabela a partir de uma fórmula, a construção de gráficos a partir de fórmulas e tabelas, e descobrir a fórmula da função segundo o gráfico apresentado.

O livro apresenta alguns problemas em que não há uma técnica definida para sua resolução, o aluno fica livre para descobrir a fórmula observando as regularidades, sendo

¹ Uma discussão sobre Atividades Investigativas poderá ser encontrada no artigo “Múltiplas Representações e Atividades Investigativas no ensino de funções (parte 2)”, desses mesmos autores.

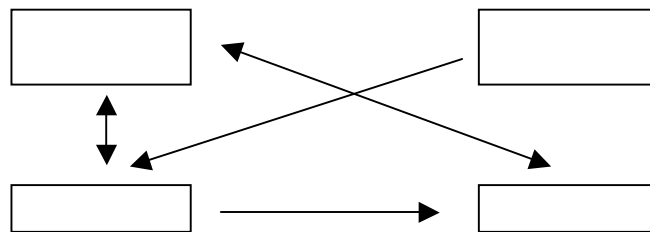
² IMENES L. M. P.; LELLIS M. C. T. Matemática: Imenes&Lellis. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2012. 4 v.

assim é possível que haja diferentes respostas gráficas. Para o professor, assim como para o aluno, utilizar as técnicas de Atividades Investigativas, embora o autor não deixe isso explícito.

Para o fim do capítulo são apresentados problemas que contemplam o uso das funções em outras áreas do conhecimento.

Pode-se perceber que as tarefas propostas no livro apresentavam os seguintes tipos de conversão na representação das funções (diagrama 1):

Diagrama 1: Conversões realizadas no livro A



A conversão do tipo gráfico para algébrica, não é muito frequente no livro analisado, em parte pela maturidade matemática dos alunos do 9º ano que ainda é incipiente. Conforme figura 1 proposta por Lopes e Freitas (2005) existem doze tipos de conversões, no entanto, observa-se no diagrama 1 que o livro A apresentou apenas seis conversões diferentes.

5.2. Livro B³

O livro B (Bianchini, 2011) faz parte de uma coleção, composta de quatro livros para o ensino fundamental anos finais. Esse livro foi publicado em 2011 e constou do catálogo do PNLD2014.

O autor inicia o capítulo apresentando o conceito de função por meio de uma situação descrita, que é colocada em uma tabela e com uma fórmula para representá-la, em seguida o autor apresenta a definição de função como correspondência entre duas grandezas.

Encontramos tarefas do tipo: completar uma tabela a partir de uma situação apresentada, construir uma tabela a partir de uma fórmula, escrever uma fórmula a partir de uma situação apresentada, construir gráfico a partir de uma fórmula dada, construir um gráfico a partir de uma tabela.

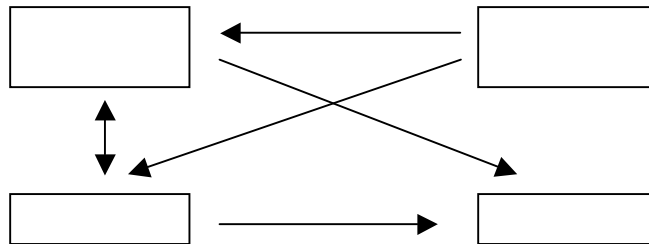
³BIANCHINI, Edvaldo. Matemática: Bianchini. 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011. (coleção do 6º ao 9º ano – EF2).

Não percebemos no livro a presença de atividades que pudessem ter uma conotação investigativa, todas as tarefas deixam explícitos os métodos de serem resolvidas.
Tabelas Gráficos

Para o fim do capítulo são apresentados problemas que contemplam o uso das funções em outras áreas do conhecimento.

Pode-se perceber que as tarefas propostas no livro apresentavam os seguintes tipos de conversão na representação das funções (diagrama 2):

Diagrama 2: Conversões realizadas no livro B



A conversão do tipo gráfico para linguagem algébrica, de grande relevância, não se observou no livro analisado. Dos doze tipos de conversões possíveis, foi observado no diagrama 2 que o livro B apresenta apenas seis conversões diferentes.

5.3. Livro C⁴

O livro C (Dante, 2013) faz parte de uma coleção composta de três livros para o ensino médio. O livro foi publicado em 2013 e constou do catálogo do PNLD2015.

Inicia-se o estudo com uma breve descrição da importância do estudo de funções em outras áreas do conhecimento e de alguns aspectos do seu desenvolvimento histórico. Depois, explora intuitivamente a noção de função através de alguns problemas matemáticos e, então, apresenta a noção de função por meio de conjuntos. Na sequência, apresenta os conceitos de domínio, contradomínio e imagem através de conjuntos.

As diferentes formas de representar funções estão presentes. Situações contextualizadas aparecem com frequência em atividades envolvendo Física, Geografia, Biologia e Estatística.

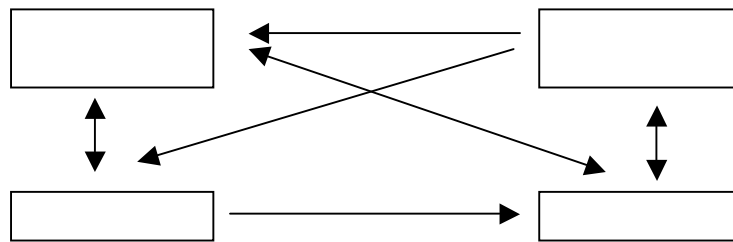
O livro propõe atividades de conversão entre os diferentes registros de representação de uma função do tipo: dada a fórmula construir o gráfico e a tabela, apresenta-se o gráfico e

⁴DANTE, L. R. Matemática: Contexto & Aplicações. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013. 424 p.

pede-se para escrever a fórmula e uma interpretação em linguagem verbal, apresenta-se uma situação verbalmente e pede-se para expressá-la em fórmula, tabela e gráfico, apresenta-se uma tabela e pede-se a fórmula e o gráfico que representa a função.

Pode-se perceber que as tarefas propostas no livro apresentavam os seguintes tipos de conversão na representação das funções (diagrama 3):

Diagrama 3: Conversões realizadas no livro C



Dos doze tipos possíveis de conversões, foi observado nesse diagrama 3 que o livro apresenta nove conversões diferentes.

O autor sugere no Manual do Professor tarefas que contemplam Atividades Investigativas.

5.4. Livro D⁵

O livro D (Paiva, 2013) faz parte de uma coleção publicada pela editora Moderna, composta de três livros para o ensino médio. O livro escolhido foi publicado em 2013 e constou do catálogo do PNLD2015.

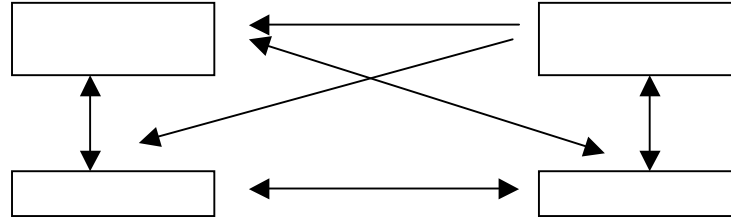
A abordagem ao introduzir o estudo de funções é feita através de problemas contextualizados com aspectos interdisciplinares, evidenciando a variação e a dependência entre grandezas, o que poderá facilitar a compreensão do que é uma função. É sugerido trabalho em grupo, o que incentiva à interação entre os alunos.

O livro propõe atividades de conversão entre os diferentes registros de representação de uma função do tipo: dada uma fórmula construir o gráfico e tabela, apresenta-se o gráfico e pede-se para escrever a fórmula, expressar verbalmente e construir uma tabela, apresenta-se uma situação verbalmente e pede-se para expressá-la em fórmula, em gráficos e tabelas, apresenta-se uma tabela e pede-se a fórmula e o gráfico que representa a função.

⁵ PAIVA, M. Matemática: Paiva. 2. Ed. São Paulo: Moderna, 2013. 135p.

Pode-se perceber que as tarefas propostas no livro apresentavam os seguintes tipos de conversão na representação das funções (diagrama 4):

Diagrama 4: Conversões realizadas no livro D



O diagrama inicial (figura 1) apresenta doze tipos possíveis de conversões, foi observado nesse diagrama 4 que o livro apresenta dez conversões diferentes.

6. Atividades investigativas nos livros analisados e conclusões

A tabela 1 apresenta o uso de atividades investigativas nos livros analisados.

Tabela 1: Atividades Investigativas nos livros analisados

	Livro A	Livro B	Livro C	Livro D
Atividades Investigativas	Não apresenta dessa forma, mas o professor pode fazer uso delas em determinados exercícios	Não percebemos atividades de cunho investigativo	Apresenta como sugestão no Manual do Professor	Não percebemos atividades de cunho investigativo

Após a análise dos livros didáticos, percebe-se que dos 12 tipos de conversões possíveis no desenvolvimento do conceito de funções, nem todas são exploradas nos livros didáticos analisados, logo o pressuposto de que “a utilização de atividades que empregam a conversão entre as diversas representações de funções seria pouco explorada”, pode ser moderadamente confirmada, ou seja, a conversão entre representações está “intrínseca” no desenvolvimento dos conceitos de funções, todavia não são realizadas todas as conversões possíveis.

Já o pressuposto de que “haveria pouca utilização de Atividades Investigativas pelos livros didáticos”, pode ser confirmada, pois apenas o livro C dentre os analisados apresenta sugestão de uso de Atividades Investigativas.

É importante destacar que não há interesse de nossa parte realizar inferências a nível populacional, logo nossas conclusões e confirmações de hipóteses ficam restringidas apenas aos livros analisados.

7. Considerações Finais

Pela análise dos livros didáticos percebe-se que nos do Ensino Médio, das doze conversões possíveis para o registro de uma função, uma média de dez são apresentadas nos livros da amostra, portanto são quase todas exploradas, nota-se a falta de conversão para a linguagem verbal. No entanto nos livros do Ensino Fundamental, poucos registros são explorados. De todas as conversões possíveis os livros apresentam uma média de seis conversões. Em se tratando das Atividades Investigativas, observou-se que em apenas um dos livros foi sugerido esse tipo de metodologia logo confirmamos parcialmente que atividades de conversão entre as diversas representações de funções são pouco exploradas e que os livros didáticos não incentivam o uso de Atividades Investigativas no desenvolvimento do conceito de funções.

Conclui-se nesse artigo (parte 1) que os pressupostos introdutoriamente colocados como reflexão foram respondidos com base na amostra selecionada, ou seja, a transformação do tipo conversão é pouco explorada quando se trata de todas as conversões possíveis entre os registros de funções, além disso, dos quatro livros analisados apenas um apresenta atividade do tipo investigativa no manual do professor, logo podemos conjecturar que há pouca utilização de Atividades Investigativas no desenvolvimento do conceito de funções, feita pelos livros didáticos.

Com relação aos demais pressupostos, uma discussão sobre Atividades Investigativas e a análise sobre as respostas do questionário de pesquisa aplicado em professores será apresentado em outro artigo de mesmo título classificado como parte 2.

8. Referências

BIANCHINI, Edvaldo. **Matemática: Bianchini**. 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011. (coleção do 6º ao 9º ano – EF2).

DANTE, L. R. **Matemática: Contexto & Aplicações**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013. 424 p.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Silvia Dias Alcântara Machado (Org), **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**, Campinas, Papirus, 2003, p. 11-33 (Coleção Papirus Educação)

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat**: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

IMENES L. M. P.; LELLIS M. C. T. **Matemática: Imenes&Lellis**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2012. 4 v.

LOPES, D. J.; FREITAS, J. L. M. **Registros de representação semiótica na compreensão de Função do 1º grau por alunos da 1ª série do ensino médio** In: Caxambu: ANPED, 2005. v. 1. p. 1-7.

MORETTI, M. T. O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática, **Contrapontos** - ano 2 - n. 6 - p. 423-437 - Itajaí, set./dez. 2002

PAIVA, M. **Matemática: Paiva**. 2. Ed. São Paulo: Moderna, 2013. 135p.

TRINDADE, J. A. de O.; MORETTI, M. T. Uma relação entre a teoria histórico-cultural e a epistemologia histórico-crítica no ensino de funções: a mediação, **Zetetiké**, CEMPEM, FE/UNICAMP, v. 8, nº 13/14, p. 29-50, Jan/Dez de 2000