

## MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES E ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NO ENSINO DE FUNÇÕES (parte 2)

*Luciana Dutra Pereira*  
Instituição  
*lucianadutra@prof.educacao.rj.gov.br*

*André Seixas de Novais*  
IFRJ-Instituto Federal do Rio de Janeiro  
*andre.novais@ifrj.edu.br*

### **Resumo:**

Este trabalho tem como objetivo analisar a forma em que o conceito de função tem sido desenvolvido pelos professores de Matemática, visto que é um tema relevante e abrange outras áreas do conhecimento. Para encontrar respostas à questão “*Que sequência didática tem sido utilizada com maior frequência no desenvolvimento do conceito de Função?*” foi levantado um embasamento sobre a teoria de Registros de Representações Semióticas e Atividades Investigativas no ensino de funções, além disso, foi realizada uma análise de livros didáticos de Matemática e das respostas de um questionário de pesquisa aplicado a professores. Nesse artigo (parte 2), apresentaremos uma discussão sobre Atividades Investigativas, assim como análise das respostas do questionário, deixaremos a discussão sobre Registros de Representações Semióticas e análise de livros didáticos para outro artigo (parte 1). Chegou-se a conclusão que as Atividades Investigativas são pouco utilizadas, bem como as transformações do tipo conversões entre os diferentes registros de representações das funções.

**Palavras-chave:** Ensino de funções; atividades investigativas; registros de representação semiótica.

## 1. Introdução

O tema em questão contribui para o ensino de funções à medida que muitos alunos apresentam dificuldades na compreensão desses conceitos, principalmente nas questões relacionadas à simbologia, terminologia e nas transformações entre as suas diferentes representações. Uma questão que nos leva a reflexão é a “*Que sequência didática tem sido utilizada com maior frequência no desenvolvimento do conceito de Função?*”, com isso o objetivo dessa pesquisa é analisar a forma em que esse conceito tem sido desenvolvido pelos professores de Matemática.

Para nortear essa pesquisa alguns pressupostos foram levantados, podemos destacá-los na forma de questionamentos reflexivos:

- Haveria uma maior tendência no uso de sequências tradicionais, focadas na explanação do professor, seguida pela apresentação de definições, propriedades e exemplos de exercícios?
- No desenvolvimento do conceito de funções, haveria uma baixa frequência no uso de sequências envolvendo Atividades Investigativas?
- A utilização de atividades que empregue a conversão entre as diversas representações de funções seria pouco explorada?
- No desenvolvimento dos conceitos de funções, haveria pouca utilização de Atividades Investigativas pelos livros didáticos?

A fim de atingir nosso objetivo e responder em parte a questão de pesquisa, foi realizada uma análise em quatro livros didáticos da educação básica e aplicado questionário a 93 professores que ensinam funções no ensino fundamental, médio e superior. Para esse artigo, parte 2, nos concentraremos apenas nas discussões relacionadas ao questionário de pesquisa aplicado nos professores.

## 2. Atividades investigativas e o ensino de funções

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) retratam duas correntes no processo de ensino e aprendizagem: a primeira identifica ensino como transmissão de conhecimento e a aprendizagem com mera recepção de conteúdos, nela poder-se-ia, em tese, atingir um grande número de alunos ao mesmo tempo, exigindo bastante

motivação por parte desses, que seriam meros receptores, passivos, e o professor fica numa posição de detentor e transmissor do conhecimento; na segunda, transfere-se ao aluno boa parte da responsabilidade pela sua própria aprendizagem, colocando-o como coautor desse processo, cabendo ao professor assumir o papel de mediador, propiciando ao aluno situações problemas que estimulem o encadeamento de ações voltadas à aprendizagem.

A Atividade Investigativa pode ser caracterizada como metodologia de ensino que vai de encontro com a segunda corrente, nela são utilizados problemas que tendem a ser mais livres e menos sistematizados, que comportam um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas. Segundo Ponte et. al. (2003) investigar “[...] significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos respostas prontas, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso”. A aula deve estar centrada na atividade dos alunos, nas suas ideias e nas suas pesquisas, eles devem estar à vontade para pensar, questionar e discutir, inclusive com os colegas.

No início da atividade o professor deverá auxiliar os alunos, fazendo com que reflitam sobre suas ações, superando suas dificuldades e enriquecendo a investigação. Deve proporcionar um ambiente de curiosidade e questionamento, onde os alunos se sintam à vontade para pensar, argumentar, expor ideias, sem medo de avaliações e críticas, ou seja, um ambiente propício à aprendizagem. Neste momento surgem as conjecturas e os testes para prová-las, o professor deve conduzir o aluno neste processo. Em diversas situações será necessária a intervenção do professor, que deverá conduzir a atividade de maneira questionadora, sem respostas concretas, estimulando a curiosidade dos alunos. O papel do professor é ser um facilitador do processo de aprendizagem.

Ao final de uma aula investigativa, os alunos podem expor suas estratégias, gerando discussões, desenvolvendo a capacidade de comunicar matematicamente, refletir sobre seu trabalho e desenvolver a argumentação. Importante ressaltar que sem a discussão final a investigação pode perder o sentido (Ponte et. al., 2003, p. 41).

A aprendizagem deve ocorrer de maneira que o aluno participe da transformação do conhecimento, não devendo apenas memorizar os conteúdos, o aluno precisa ter vontade de aprender e não ser um mero observador.

O conceito de função, por estar presente em diversos campos do conhecimento, pode ser contextualizado, conforme sugerem os PCN:

Os problemas de aplicação não devem ser deixados para o final desse estudo, mas devem ser motivo e contextos para o aluno aprender funções. A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. (BRASIL, 2002, p. 121).

Somente encontrar as respostas corretas para os problemas propostos não garante que o aluno apropriou-se dos conceitos envolvidos no tema. O que concretiza o aprendizado são as reflexões e inferências que o aluno pode fazer a respeito do que lhe foi apresentado. Conforme afirmam os PCN:

Aprender a dar uma resposta correta, que tenha sentido, pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido. Além disso, é necessário desenvolver habilidades que permitam provar os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos para obter a solução. (BRASIL, 1998, p.42).

Usar as Atividades Investigativas no ensino de funções dá-se pelo fato de ser uma tendência metodológica que pode contribuir com o desenvolvimento das habilidades de organização do pensamento, análise crítica, formulação de hipóteses e tomada de decisão, promovendo, assim, uma aprendizagem significativa. Portanto, o aluno passa a ter interesse em aprender e deixa de ser apenas observador do que está sendo apresentado.

Os PCN (BRASIL, 1998) sugerem que, ao final do ensino fundamental, os alunos tenham atitudes de desenvolvimento da capacidade de investigação, perseverança na busca de resultados, predisposição para apresentar exemplos, contraexemplos, formulação de hipóteses, argumentação matemática, comprovações e justificativas. Essas atitudes podem ser bem desenvolvidas em aulas que se baseiam em Atividades Investigativas.

### 3. Métodos

Os métodos propostos visam a confirmação, ou não, dos pressupostos inicialmente levantados e responder à questão de pesquisa. Foi realizada uma pesquisa bibliográfica a fim de apresentar uma fundamentação sobre o uso de Atividades Investigativas na apresentação do conceito de função. Foi realizada também uma pesquisa de campo envolvendo um questionário aplicado em professores. A fundamentação teórica desenvolvida nesse trabalho possui o papel de destacar a importância da utilização de Atividades Investigativas no ensino

de Matemática, mais precisamente no ensino de funções e analisar as questões levantadas inicialmente de que “haveria uma tendência maior no uso de sequências tradicionais, focadas na explanação do professor, seguida pela apresentação de definições, propriedades e exemplos de exercícios?” e de que “no desenvolvimento do conceito de funções, haveria uma baixa frequência no uso de sequências envolvendo Atividades Investigativas?”.

Foi elaborado um questionário de pesquisa a ser respondido em uma plataforma online pelos participantes. Um instrumento com sete itens foi disponibilizado online para grupos de professores de Matemática. Participou da pesquisa uma amostra de noventa e três professores da Região Sul do Estado do Rio de Janeiro (Barra Mansa, Volta Redonda, Resende, Itatiaia, Quatis, Porto Real, Rio Claro, Pinheiral e Barra do Pirai).

Os dois primeiros itens do instrumento de pesquisa analisaram o perfil do participante, como o tempo de experiência profissional em sala de aula e o nível de ensino com que o professor leciona o conteúdo função.

Para analisar o pressuposto de que “há uma tendência maior no uso de sequências tradicionais, focadas na explanação do professor, seguida pela apresentação de definições, propriedades e exemplos de exercícios” e “o uso de sequências de Atividades Investigativas é utilizada com menor frequência pelos professores”, o item número três foi enunciado conforme figura 1.

	Primeira ação que executo	Segunda ação que executo	Terceira ação que executo	Quarta ação que executo	Quinta ação que executo	Sexta ação que executo
Formulação de conjecturas (propriedades e fórmulas)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Apresentação da definição de funções	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Justificativas Matemáticas (propriedades e fórmulas)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Apresentação de um problema envolvendo funções	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Apresentação das propriedades, elementos e fórmulas de funções	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Apresentação de exercícios de funções	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

**Figura 1:** Tipo de sequência que mais se aproxima de sua prática e exemplo de marcação

Para propor as ações descritas na figura 1, baseamo-nos em Ponte et al. (2003), que apresenta um roteiro para ser desenvolvido quando se utiliza Atividade Investigativa no desenvolvimento de uma tarefa: exploração do problema e formulação de questões; conjecturas; testes e reformulação; justificação e avaliação. Na elaboração desse item, para ser considerada uma Atividade Investigativa, utilizamos apenas a sequência ‘apresentação de um problema’, seguido da ‘formulação de conjecturas’ e ‘justificativas matemáticas’, descartamos a parte de ‘testes e reformulação’, pois precisamos acrescentar outros termos que poderiam fazer parte da sequência didática de alguns professores, tais como ‘apresentação da definição’, ‘apresentação das propriedades’ e ‘apresentação de exercícios’. Assim poderíamos conhecer professores com sequências mais tradicionais e outras sequências mais informais.

Nesse item o professor deveria assinalar a sequência de ações que mais se aproximava de sua prática no desenvolvimento do conceito de funções. Exemplo de marcação na figura 1.

O item quatro é aberto e complementa a anterior, deixando o professor à vontade para comentar a respeito da sua prática em sala de aula.

O item cinco, figura 2, solicita ao participante que indique quem é o principal executor das ações assinaladas no item 3: professor ou aluno, devendo marcar apenas uma opção por ação. Para caracterizar uma aula ou tarefa como investigativa, o aluno deve ser o principal executor de determinadas ações como: formular conjecturas, justificar essas conjecturas e exploração do problema, em alguns casos o professor faz uma sugestão, mas os alunos tomam as decisões.

	Professor	Aluno
Formulação de conjecturas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Definição de funções	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Justificativas Matemáticas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Exploração do problema	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Apresentação das propriedades, elementos e fórmulas de funções	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Resolução dos exercícios	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**Figura 2:** Principal executor das ações realizadas em sala de aula

O item seis questiona se o professor sabe o que significa Atividades Investigativas, pois assim poderíamos mensurar se o professor que utiliza essa estratégia conhece a teoria ou apenas usa-a de forma não intencional.

E por fim, o item sete é aberto e complementa a anterior, deixando o professor à vontade para comentar a respeito sobre Atividades Investigativas.

#### 4. Análise do questionário

Aqui analisamos as respostas dos professores com base no questionário, os itens estão relacionados ao desenvolvimento de suas aulas.

A tabela 1 mostra os resultados obtidos no item 3 que propunha seis ações para apresentação do tema função e o professor deveria enumerar a sequência que ele utiliza. Os números da tabela representam a frequência absoluta de professores que escolheu determinada ação em uma determinada ordem de apresentação.

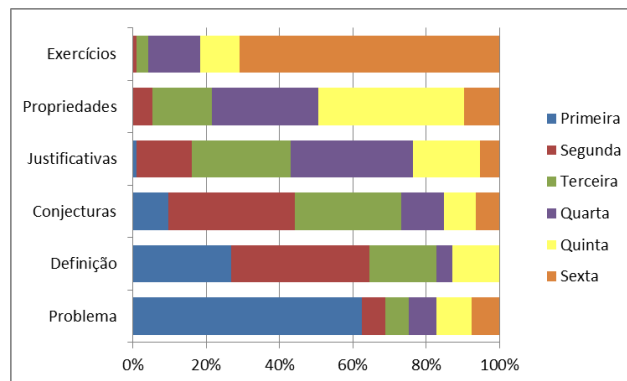
	Problema	Definição	Conjecturas	Justificativas	Propriedades	Exercícios
Primeira	58	25	9	1	0	0
Segunda	6	35	32	14	5	1
Terceira	6	17	27	25	15	3
Quarta	7	4	11	31	27	13
Quinta	9	12	8	17	37	10
Sexta	7	0	6	5	9	66

**Tabela 1:** Sequência das aulas

Associando os resultados explicitados na tabela 2 e gráfico 1, pode-se observar que 58 professores (62% dos participantes) iniciam suas aulas por um problema, já 35 professores (37% dos participantes) optam por definição como segunda ação executada durante a aula o que está bem próximo dos 32 professores (34% dos participantes) que utilizam de conjectura como segunda ação. Como terceira ação 27 professores (29% dos participantes) utiliza conjectura como terceira ação a ser executada, o que é muito próximo dos 25 professores (26% dos participantes) que utilizam as justificativas.

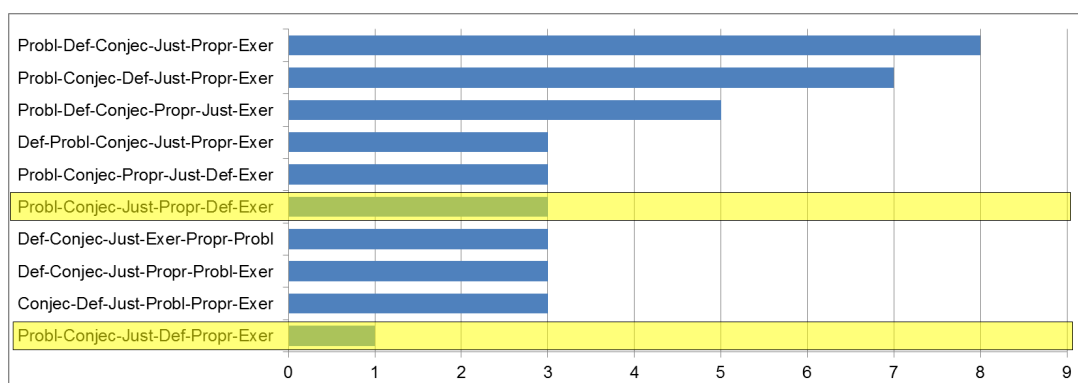
Como quarta ação a ser executada (gráfico 1) 31 professores (33% dos participantes) utiliza as justificativas, o que também é muito próximo dos 27 professores (29% dos participantes) que utilizam as propriedades. Já as propriedades foram escolhidas por 37 professores (39% dos participantes) como quinta ação a ser executada e para terminar as aulas, como sexta ação a ser executada estão os exercícios, sendo elencada por 66 professores (71% dos participantes). De maneira geral, a maioria dos professores inicia o desenvolvimento do conceito por meio da exploração de um problema, o que consideramos

muito bom para informalizar o tema e situar o aluno, todavia isso não é suficiente para se caracterizar como uma atividade investigativa, conforme Ponte (2003).



**Gráfico 1:** Sequência apresentada nas aulas<sup>1</sup>

Das dez seqüências destacadas no gráfico 2, nove delas são as que apareceram com maior frequência dentre todas as 93 amostradas, todas as demais seqüências que não aparecem no gráfico tiveram apenas 1 ou 2 participantes que as assinalaram. Observa-se que as seqüências “Prob-Def-Conjec-Just-Prop-Exer” e “Prob-Conjec-Def-Just-Prop-Exer” são as com maior frequência entre os professores pesquisados, aparecendo 8 e 7 vezes respectivamente, totalizando 16,1% desses professores, um bom número por se tratar de seqüências bem informais e próximas de um tratamento investigativo, entretanto, na classificação se Ponte (2003) elas não são caracterizadas com investigativas por incluírem a definição logo no início do desenvolvimento.



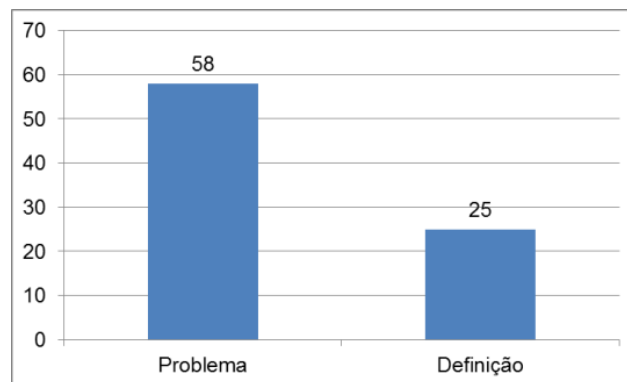
**Gráfico 2:** Seqüências com maior frequência

<sup>1</sup> Para o gráfico ficar com uma melhor apresentação, utilizamos as sentenças exercícios, propriedades, justificativas, conjecturas, definição e problema no lugar de apresentação de exercícios de funções, apresentação das propriedades, elementos e fórmulas de funções, justificativas matemáticas (propriedades e fórmulas), formulação de conjecturas (propriedades e fórmulas), apresentação da definição de funções, apresentação de um problema envolvendo funções.



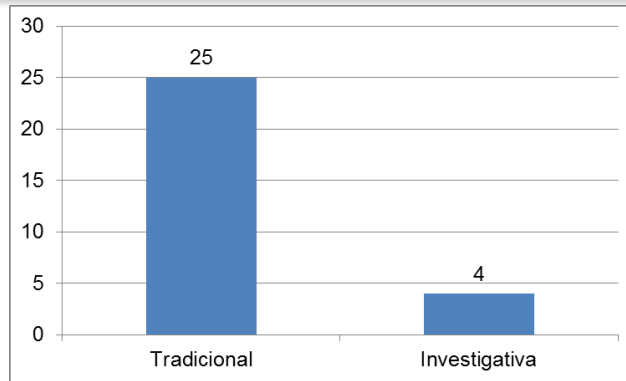
As únicas sequências classificadas como investigativas são “Prob-Conjec-Just-Prop-Def-Exer” e “Prob-Conjec-Just-Def-Prop-Exer” (destacadas no gráfico), que aparecem 3 e 1 vez respectivamente, totalizando 4,3% dos professores, um número muito baixo, vindo a confirmar nossa hipótese sobre “o uso de sequências de Atividades Investigativas, que favorecem a construção do conceito por parte do aluno, estimulando a reflexão e a discussão dos conceitos, é utilizada com menor frequência”.

Em seguida, no gráfico 3, podemos perceber que 58 professores inicia sua sequência com a ação “apresentação de um problema envolvendo funções”, o que representa a maioria dos participantes da pesquisa, porém somente isso não basta para caracterizar uma Atividade Investigativa.



**Gráfico 3:** Sequências que se iniciam com um problema

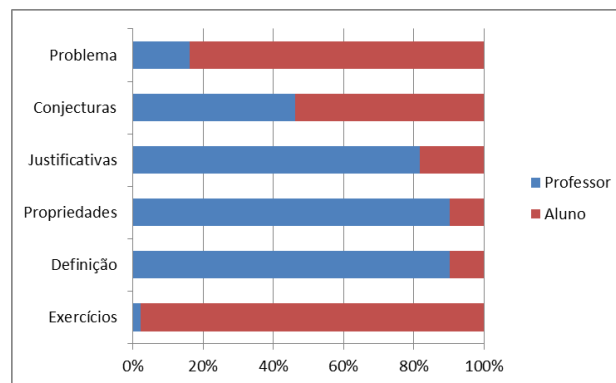
O gráfico 4 apresenta a quantidade de professores que elencaram uma sequência em que apareciam as ações “apresentação de um problema”, “formulação de conjecturas”, “justificativas matemáticas” como primeira, segunda e terceira ações respectivamente, como sugere Ponte et al. (2003), consideradas sequências investigativas e também a quantidade de professores que iniciaram pela definição de funções, consideradas como sequências tradicionalistas. Percebe-se que apenas quatro professores (4,3% dos participantes) destacaram a sequência investigativa como mais próxima de seus trabalhos, contra 25 professores (26,9% dos participantes) que iniciam pela definição, seguida da apresentação de propriedades e exercícios, sendo considerados mais tradicionais. Isso vem confirmar a hipótese de que “haveria uma tendência maior no uso de sequências tradicionais, focadas na explanação do professor, seguida pela apresentação de definições, propriedades e exemplos de exercícios”.



**Gráfico 4:** Sequências classificadas como tradicionais e investigativas

O item 4, deixava o professor à vontade para comentar a respeito da prática em aulas com atividade investigativa.

De modo geral, percebemos nos comentários de alguns professores o uso de momentos de uma Atividade Investigativa, como iniciar a atividade pela exploração de um problema, porém, logo em seguida as ações já se modificam, alguns permitem a formulação de conjecturas, outros fazem as justificativas, mas não foi possível perceber nos comentários todas as ações de uma Atividade Investigativa.

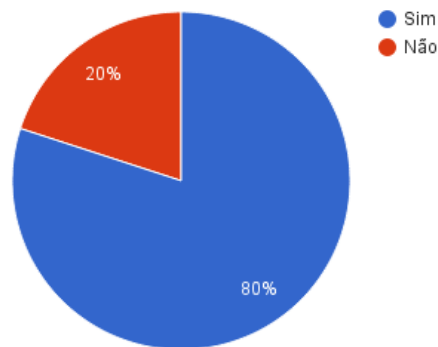


**Gráfico 5:** Principal executor de cada ação

O gráfico 5 apresenta quem é o principal executor de cada uma das seis ações relacionadas com o desenvolvimento das aulas.

Oitenta e três por cento dos professores indicaram que os alunos exploram os problemas, 53% dos professores indicaram que os alunos fazem as conjecturas, 81% dos participantes admitem ser o professor o principal executor das justificativas, 90% dos professores apresentam as propriedades, 90% dos professores apresentam as definições de

função e por fim, 97% dos professores indicaram que os alunos são os principais executores dos exercícios. Embora os professores tenham indicado que utilizam algumas etapas propostas pelas atividades investigativas, nesta questão observa-se que o protagonista de algumas ações não condiz com esta proposta. O que propõe Ponte et al. (2003, p. 23) é que o aluno seja protagonista em todas as ações, é chamado a agir como um matemático em todos os momentos propostos em uma aula baseada nas Atividades Investigativas. Portanto, em aulas baseadas em Atividades Investigativas as ações problema, formulação de conjecturas e justificativas, deveriam ser prioritariamente executadas pelos alunos.



**Gráfico 6:** O que são Atividades Investigativas?

Com relação às Atividades Investigativas, o gráfico 6 mostra que 80% dos professores têm conhecimento do assunto e 20% não conhecem, mas isso não indica que as utilizam em suas aulas. A questão seguinte a esta, deixa o professor à vontade para comentar esta prática.

Apesar de a grande maioria dos professores ter respondido que sabe o que são Atividades Investigativas, observamos em suas respostas espontâneas que eles relatam falta de tempo, de incentivo da escola, falta de abordagem no material didático e alguns realmente não têm conhecimento do tema.

## 5. Considerações finais

Pela análise das respostas do questionário percebe-se que muitas são as sequências utilizadas pelos professores e um grande número delas inicia-se pelo problema, o que consideramos uma excelente forma de situar o aluno ao tema, informalizando-o sem perder as características principais do conceito de funções. Porém não podemos considerar tais sequências como Atividades Investigativas na visão de Ponte (2003), se não atendem a descrição apresentada. Sequências classificadas como Atividades Investigativas foram apenas

4,3% de um total de 93 participantes. Além disso, 26,9% dos participantes assinalaram sequências mais tradicionais, logo, podemos confirmar as hipóteses de que as sequências tradicionais são utilizadas com maior frequência do que as atividades investigativas.

Pela fundamentação teórica foi possível promover uma melhor compreensão sobre as Atividades Investigativas, além relacioná-la com o ensino de funções ratificando que o uso de Atividades Investigativas desenvolve de forma significativa a compreensão de funções.

Conclui-se nesse artigo (parte 2) que os pressupostos, introdutoriamente colocados como reflexão, foram respondidos com base na amostra selecionada, ou seja, as Atividades Investigativas são pouco utilizadas pelos professores no desenvolvimento do conceito de funções, além disso, apesar de haver um grande número de professores que optam por iniciar o conceito por meio de um problema, ainda há um número significativo de professores que iniciam pela definição de funções, seguida pela apresentação das fórmulas e partindo para exercícios e problemas, caracterizando assim o ensino mais tradicional.

Com relação aos demais pressupostos, uma discussão sobre Registros de Representações Semióticas e de livros didáticos foi explorada em outro artigo de mesmo título classificado como parte 1.

## 6. Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio**. 2006. 135 p. (volume 2)

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A., MIGUEL, A. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar, In: **Pro-Posições**, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação – Unicamp. Vol. 4, nº 1 [10]. Campinas: Cortez Editora, 1993, p.78-91.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003, 160 p. (Tendências em Educação Matemática)