

## PROCESSOS DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO E DIFICULDADES E/OU DISTÚRBIOS DE APRENDIZAGEM

*Debora Cristiane Barbosa Kirnev*  
*Universidade Estadual de Londrina*  
[deborabarbosa09@yahoo.com.br](mailto:deborabarbosa09@yahoo.com.br)

*Renata Karoline Fernandes*  
*Universidade Estadual de Londrina*  
[rentakaroline08@hotmail.com](mailto:rentakaroline08@hotmail.com)

*Keila Tatiana Boni*  
*Universidade Estadual de Londrina*  
[keilaboni@hotmail.com](mailto:keilaboni@hotmail.com)

*Carlos Eduardo Laburu<sup>1</sup>*  
*Universidade Estadual de Londrina*  
[laburu@uel.br](mailto:laburu@uel.br)

### **Resumo:**

Este trabalho tem como objetivo investigar a respeito de processos de desenvolvimento do pensamento matemático e, a partir destes, caracterizar dificuldades e/ou distúrbios da aprendizagem matemática. Para isso realizou-se um estudo de caso com um estudante em momento de transição dos anos finais do Ensino Fundamental I para o Ensino Fundamental II. Ao longo desse estudo foram detectadas dificuldades específicas relacionadas aos conteúdos, linguagem e leitura, problemas com procedimentos algorítmicos, interpretação de enunciados e resolução de problemas. Com a realização desse estudo fica evidente a necessidade de compreensão por parte dos professores sobre dificuldades dos estudantes para que possam planejar e realizar intervenções que auxiliem na aprendizagem matemática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Aprendizagem; Dificuldades e Distúrbios.

### **1. Introdução**

Neste trabalho investiga-se processos de desenvolvimento do pensamento matemático e, a partir desses processos, caracteriza-se dificuldades e/ou distúrbios da aprendizagem matemática evidenciadas em registros escritos de um estudante em resoluções de questões de matemática adequadas ao ano escolar ao qual o mesmo pertence.

A pesquisa é baseada na seguinte questão norteadora: *quais aspectos relativos*

---

<sup>1</sup> Bolsista do CNPq.

*à aprendizagem humana podem estar relacionados à dificuldades e distúrbios em matemática?*

Para responder à questão proposta realizou-se uma pesquisa documental associada a um estudo de caso. O estudante que participou do estudo de caso está vivendo uma etapa de transição dos anos finais do Ensino Fundamental I para os anos finais do Ensino Fundamental II.

## **2. Aprendizagem e desenvolvimento cognitivo**

De acordo com Mizukami (2002) a aprendizagem ocorre quando se dá o processo de modificação de percepções. Nesse mesmo sentido, Moser (2002) indica que ao aprender algo, acontece um fenômeno em que o sujeito adquire um novo conhecimento ou nova atitude.

Existem diversos fatores que podem influenciar nos processos de aprendizagem, entre eles, a hereditariedade, por meio da carga genética; crescimento físico; maturação neurofisiológica, permitindo determinados padrões de comportamento em meio ao qual o sujeito está inserido (BOCK, FURTADO, TEIXEIRA, 1999).

Neste trabalho, compreende-se que a aprendizagem depende de aspectos físicos e sociais, uma vez que influenciam no processo fatores que são internos aos sujeitos, como é o caso da hereditariedade, crescimento e maturação neurofisiológica e também fatores externos, como os ambientes aos quais o sujeito está inserido, apresentando inúmeras influências e estimulações que podem potencializar ou dificultar o desenvolvimento cognitivo. Assim, indica-se que a aprendizagem não acontece de forma igual para todos os sujeitos, devido às estruturas mentais e as contingências as quais são submetidos.

Com relação a aprendizagem matemática, mantendo as especificidades de cada sujeito, é possível afirmar que o pensamento matemático pode ser estimulado por meio da exploração de objetos concretos, manipulações de quantidades, comparações e estabelecimento de relações. Por meio de transições, construções e reconstruções de esquemas mentais em atividades matemáticas ocorre a promoção e desenvolvimento

do pensamento matemático elementar (PME), que com incentivos e novas relações se amplia o conhecimento e desenvolve o pensamento matemático avançado (PMA).

Dreyfus (1991) ao caracterizar o PMA afirma que este pode apresentar: reflexões sobre experiências matemáticas em lidar com problemas não triviais, gerenciamento de complexidade no desenvolvimento de processos mentais, e diversos processos mentais interagindo. O autor ainda ressalta que “não há distinção nítida entre muitos dos processos básico e avançado do pensamento matemático, mas a matemática avançada é mais centrada nas abstrações de definição e dedução” (DREYFUS 1991, p. 26, tradução nossa).

Dos estudantes, espera-se que, diante de um novo objeto matemático atribuam representações mentais semelhantes, que deverão se integrar a outras representações mentais pré-existentes, sintetizando as características estruturais e levando a um processo de generalização e abstração.

Dreyfus (1991) afirma que generalizar é derivar ou induzir, a partir de alguma situação, pontos comuns para expandir domínios de validade e, quanto a sintetizar, descreve-se como combinação ou composição de partes, de modo que constituam um todo.

O processo de abstração permeia o desenvolvimento do PMA, devido ao processo reflexivo em torno de um conceito. Sendo assim, construir processos mentais flexíveis, juntamente com a abstração de conceitos, promove

[...] o potencial para generalização e sintetização; e vice-versa, torna-se sua finalidade, principalmente a partir desse potencial de generalização e de síntese. A natureza do processo mental de abstração é, contudo, muito diferente da generalização e do de síntese. Abstrair é antes de tudo um processo de construção - a construção de estruturas mentais a partir de estruturas matemáticas, ou seja, de propriedades e relações entre objetos matemáticos. Este processo é dependente do isolamento de propriedades adequadas e estabelecimento de relações. Requer a capacidade de deslocar a atenção dos objetos em si a estrutura das suas propriedades e relações. (DREYFUS, 1991, p. 37, tradução nossa)

Diante do exposto entende-se que o desenvolvimento do pensamento matemático ocorre de modo gradual e o estudante precisa de estímulos externos e auxílio para que diante de problemas a resolver mobilize os conhecimentos prévios a

fim de construir o conceito sobre um objeto matemático.

Os problemas de aprendizagem ou *dificuldades* estão atrelados aos aspectos cognitivos, emocionais, sociais e pedagógicos, ou ainda, podem ir além, em forma de *distúrbios* que envolvem aspectos orgânicos ou ambientais que impedem o funcionamento normal do cérebro.

Sabendo disso, para a realização de estudo de caso a respeito de dificuldades e/ou distúrbios de aprendizagem é necessário considerar os aspectos envolvidos no processo de aprendizagem humana, ou seja, nos padrões evolutivos e patológicos que devem ser analisados individualmente, bem como, a influência do meio, seja a família, o ambiente ou os fatores sociais.

Torna-se relevante pensar em instrumentos pedagógicos para mediar os processos pelos quais os alunos desenvolvem o pensamento matemático dos níveis elementar ao avançado, detectando possíveis obstáculos epistemológicos que precisam ser superados no desenvolvimento de um processo de ensino e de aprendizagem minimizando, desse modo, as dificuldades de aprendizagem, que podem ser decorrentes de outros fatores como: defasagem de conteúdo, aspectos emocionais, adaptação a metodologia do professor, dentre outros.

Entende-se que os obstáculos epistemológicos surgem ao adquirir um novo conhecimento e da prática de uma ação sobre um objeto sendo preciso superar saberes adquiridos anteriormente, muitas vezes concebidos pelo senso comum. Neste sentido Bachelard (1996) afirma que,

[...] em termos de obstáculos que o problema do conhecimento científico deve ser colocado [...] é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia as quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos (BACHELARD, 1996, p.17).

Deste modo, ao apropriar-se de um novo conhecimento o surgimento de obstáculos epistemológicos é inevitável, mas por outro lado, o surgimento deste é fundamental, uma vez que ao superar esse obstáculo promove-se o desenvolvimento do pensamento científico.

Para Pennington (1997), os distúrbios de aprendizagem do hemisfério direito do cérebro causam dificuldades com o raciocínio, com a escrita manual e com a cognição social. Neste sentido, alunos com esses distúrbios apresentariam fraco desempenho em matemática e não compreenderiam facilmente os conceitos quantitativos, como por exemplo, tempo e dinheiro. Além disso, pode haver a combinação com outros fatores levando a dificuldades mais graves como problemas de contagem, adição e subtração, até a invenção de versões incorretas das regras de manipulação dos números, ou a incapacidade de estabelecer conexões entre os procedimentos matemáticos e os problemas da vida diária (DOCKRELL; MCSHANE, 2000).

De acordo com Garcia (1998), existem fatores importantes relacionados com dificuldades de aprendizagem matemática, como observa-se no quadro a seguir.

**Quadro 1** – Fatores relacionados com dificuldades de aprendizagem matemática

Áreas afetadas	Fatores que evidenciam dificuldades
<b>Atenção</b>	Desconcentração nas atividades. Há a distração com estímulos corriqueiros.
<b>Linguagem e leitura</b>	Falta de interpretação do vocabulário matemático, tanto na pronúncia quanto na escrita. Além de que, quando há necessidade de decodificar símbolos matemáticos, não realiza a atividade ou a faz parcialmente.
<b>Organização espacial</b>	Desorganização dos trabalhos, cadernos e demais materiais; falta de sentido de orientação.
<b>Habilidades grafomotoras</b>	Falha na produção de números, letras e formas. Neste caso as atividades constantemente possuem rasuras e o aluno escreve muito próximo do papel.
<b>Memória</b>	Falha na memorização de procedimentos e algoritmos. Neste caso demonstra ansiedade em avaliações e inverte sequências de procedimentos.
<b>Orientação no tempo</b>	Desorganização da rotina e de trabalhos que envolvem tempo.
<b>Habilidades sociais</b>	Falha no desenvolvimento autônomo e relação interpessoal. Neste caso é dependente para o desenvolvimento de atividades além de não compreender algumas relações sociais.

Fonte: dos autores (2016).

### 3. Procedimentos metodológicos

Para a realização do estudo de caso, além da uma pesquisa documental, analisou-se o histórico de desenvolvimento do aluno e elaborou-se e aplicou-se uma entrevista clínica para delinear o perfil do mesmo para, assim, identificar fatores que interferem na sua aprendizagem, sendo essa entrevista realizada com o aluno que indica-se como (A1) e com seu responsável que indica-se por (R1). Além disso, a partir dessas entrevistas, obtiveram-se registros escritos do aluno e aguçação de ambos os entrevistados.

O aluno (A1) está regularmente matriculado em uma escola pública na cidade de Londrina, no norte do Paraná, e cursou integralmente os anos escolares anteriores em escolas públicas.

Em conversa com o responsável (R1), foi questionado a respeito de como foi o desempenho de (A1) no Ensino Fundamental I, e foi dada a resposta de que: “*o aluno tinha boas notas nos primeiros anos, mas no quinto ano a grande maioria das notas foram em cima da média, a única disciplina que teve um resultado melhor foi em Ciências*”, porém (R1) se queixa do decaimento do desempenho escolar de seu filho.

O aluno (A1) possui onze anos e quatro meses e, analisando seu histórico de desenvolvimento obtido por meio de entrevista, este indica um desenvolvimento físico, motor e cognitivo adequado à idade. Quanto ao relacionamento familiar, este é conflitante: devido a vivencia com pais separados, a rotina sofre variações constantes devido a eventos que surgem da vivencia em dois ambientes diferenciados. No convívio social, há a interação e a comunicação de suas ideias e expressões. Por exemplo: (A1) afirma que seus amigos da escola são “*normais*”, que consegue se relacionar bem com eles. Além disso, a partir de informações obtidas por meio de entrevista, nota-se que (A1) desenvolveu a habilidade de gerenciar conflitos e também o tempo e desenvolver estratégias que facilitem determinadas tarefas, principalmente as relacionadas ao seu dia-a-dia.

Outro instrumento aplicado foi uma avaliação diagnóstica. Días (2011, p. 326), ao abordar sobre a atividade diagnóstica, ressalta que esta:

[...] constitui uma hipótese a ser confirmada ou negada, precisamente com a própria atividade avaliativa. Assim, partimos de dados informados ou observados que nos permitem tirar uma conclusão inicial a partir de nossos conhecimentos e experiência sobre os fatos registrados; na medida em que

selecionemos adequadamente métodos, instrumentos e procedimentos para avaliar cientificamente tais dados e apliquemos as estratégias correspondentes, poderemos chegar a um diagnóstico que seguirá sendo hipotético: somente a prática, através do tratamento e de sua retroalimentação (*feed back*) e das sucessivas re-avaliações diagnósticas que necessitemos fazer, converterão tal hipótese numa realidade científica.

Para a avaliação diagnóstica foram elaboradas questões que ofereceram suporte para a análise dos registros escritos de (A1), para assim, inferir a respeito de suas dificuldades em relação aos conceitos matemáticos.

### Quadro 2 – Avaliação diagnóstica

1) Baseado no texto indicado, complete as frases:

- A escola onde Ricardo estuda tem 2.134 alunos. No numeral, o algarismo que ocupa a ordem das unidades de milhar é \_\_\_\_\_.
- No clube que Ricardo participa tem 253 meninos e 178 meninas. Se juntarmos os meninos com as meninas teremos \_\_\_\_\_ pessoas.
- Em uma loja foram vendidos 999 sapatos no mês de janeiro. Se vendessem mais um, teria vendido \_\_\_\_\_ sapatos.
- O número que Sandra escondeu atrás da bandeira do Brasil é \_\_\_\_\_.



2) Analise estas informações:

- O planeta terra existe a aproximadamente 4.600.000.000 de anos.
- O Brasil foi descoberto a pouco mais de 500 anos.
- As pirâmides do Egito foram construídas há pouco mais de 4.000 anos.
- Os primeiros ancestrais dos peixes surgiram há cerca de 500.000.000 de anos.

Escreva como se lê cada um dos números que aparecem nas informações:

- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

3) Pedro tem 1.320 figurinhas. Meu primo tem a metade do que ele tem. Minha irmã tem o triplo das figurinhas do meu primo. Quantas figurinhas minha irmã tem?

Fonte: adaptação de Dante (2008).

Sendo essa investigação de natureza qualitativa, analisa-se as informações obtidas de maneira descritivo-interpretativa.



As análises apresentadas foram desenvolvidas baseadas no método clínico em que se realizou uma entrevista inicial. Em um segundo momento, aplicou-se uma avaliação escrita de caráter diagnóstico para detectar dificuldades atreladas com os conteúdos dos anos iniciais do Ensino Fundamental I. A avaliação foi sem consulta e demorou em torno de uma hora e quarenta minutos.

Em outro encontro foi realizada a arguição das questões desenvolvidas, em que se buscou compreender as estratégias desenvolvidas nas resoluções.

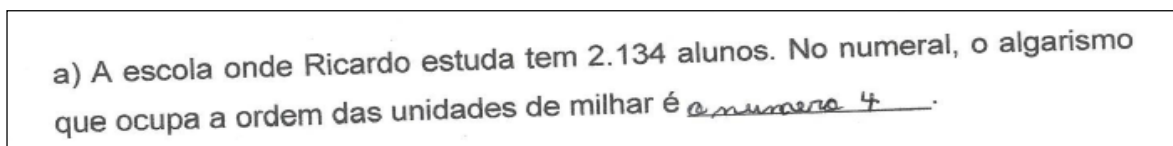
#### 4. Análise de dificuldades e/ou distúrbios em matemática

Considerando as questões da avaliação diagnóstica, conforme observa-se no Quadro 2, apresenta-se as análises realizadas.

Na primeira questão, o objetivo específico foi tratar do sistema de numeração e lidar com números de até quarta ordem em diferentes situações.

Temos que (A1) manifestou dificuldades de resolver o item a), conforme o registro escrito e o cálculo auxiliar apresentados por ele:

**Figura 1** – Registro escrito de (A1) na questão um, item a)

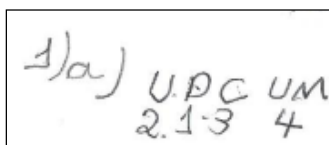


a) A escola onde Ricardo estuda tem 2.134 alunos. No numeral, o algarismo que ocupa a ordem das unidades de milhar é a numero 4.

Fonte: dos autores (2015).

Por meio do exposto na Figura 1, nota-se que há a confusão de unidade simples e unidade de milhar. Já na Figura 2 a seguir, podemos perceber que (A1) não compreende a estrutura dos números na base decimal e não organiza as classes e ordens adequadamente.

**Figura 2** – Complemento de registro escrito de (A1) na questão um, item a)



1) a) U.D.C UM  
2.1-3 4

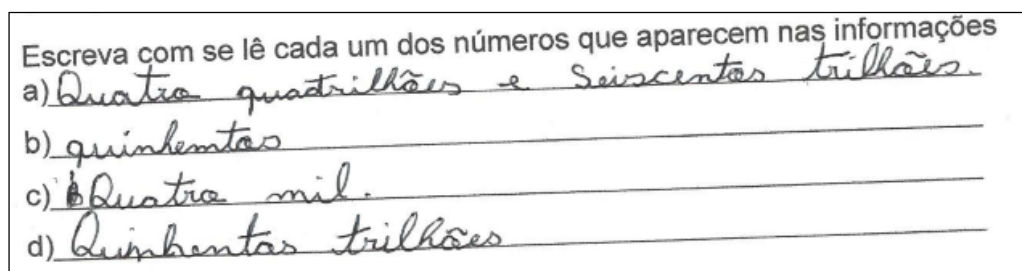
Fonte: dos autores (2015).



Verifica-se que (A1) aponta dificuldades *específicas* de conteúdo. Baseado no Quadro 1 a área afetada é a *organização espacial* do conteúdo, em que não há sentido e orientação para a organização das classes e ordens.

Na questão dois o objetivo específico é identificar as classes e ordens dos algarismos superiores a terceira ordem, além de traduzir para a linguagem natural a representação numérica. Observe a seguir o registro escrito.

**Figura 3** – registro escrito de A1 na questão dois



Fonte: dos autores (2015)

Na resolução da questão, (A1) demonstrou ansiedade ao resolvê-la, quando durante a aplicação realizou comentários como: “*não sei nem ler os números, quanto mais escrever*”; “*como tenho que escrever os números, tem que ser com maiúscula no começo*”; “*não sei se isso tem sentido*”.

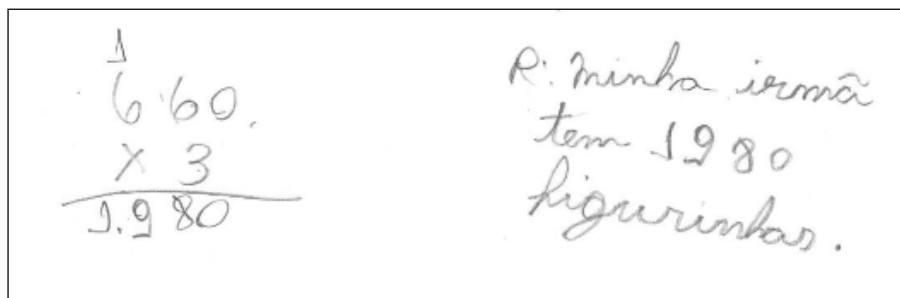
Ao analisar tais comentários, juntamente com a resolução apresentada, percebe-se a existência de *obstáculos epistemológicos*, devido ao desconhecimento de números apresentados, e entendemos que (A1) não conhece números de mais de duas classes. Apontam como fatores relacionados às dificuldades, nesta questão, a *linguagem e leitura*, conforme o exposto no quadro 1, pois houve a falta de interpretação do vocabulário matemático, devido ao desconhecimento do conteúdo.

Considerando o desenvolvimento do pensamento matemático, (A1) está no início do desenvolvimento do PME e precisa de estímulos e atividades de aprendizagem para compreender o sistema de numeração. Deste modo faz-se necessário desenvolver atividades que levem ao processo mental de *sistematização* e de *generalização* conforme aponta Dreyfus (1991), possibilitando promover o desenvolvimento do PME, avançando de modo a transitar para PMA, a fim de conduzir

o estudante a *abstrair* os conceitos e construir formas de representações simbólicas, minimizando as dificuldades apresentadas.

Na questão três o objetivo específico é identificar e resolver as operações de multiplicação e divisão no contexto do problema. Observe a resolução apresentada.

**Figura 4** – registro escrito de A1 na questão três



The image shows a student's handwritten work. On the left, there is a multiplication problem:  $660 \times 3 = 1980$ . On the right, there is a handwritten response: "R: minha irmã tem 1980 figurinhas."

Fonte: do autor (2015)

Nota-se que (A1) desenvolveu corretamente a questão. Por meio da arguição constata-se que se utilizou do raciocínio proporcional para a resolução do problema. Além disso, havia um entendimento do enunciado da questão, de modo que a verbalização da resolução foi condizente com o objetivo proposto.

Analisando os dados e a entrevista, infere-se que (A1) teve experiências anteriores de modo que houve uma aprendizagem acerca desse processo de resolução, desenvolvendo processos mentais e formas de representações que permitiram resolver adequadamente a questão.

## 5. Conclusões e considerações finais

Sobre o estudo de caso de (A1) identifica-se que há defasagem de conteúdos dos anos iniciais relacionados ao sistema de numeração e às operações aritméticas fundamentais, bem como, a linguagem e leitura, a problemas com procedimentos algorítmicos, interpretação de enunciados e resolução de problemas. Constata-se que o pensamento matemático foi pouco desenvolvido, de modo que há dificuldades de estabelecer padrões e regularidades. Os procedimentos algoritmos para as operações elementares não foram interiorizados e precisam transitar para a representação formal.

Assim, quanto ao desenvolvimento do PME ao PMA, tem-se que há

dificuldades relacionadas ao processo de sistematização, generalização e abstração de conceitos matemáticos levando a outras dificuldades relacionadas às formas de representação, leituras de enunciados e interpretações de problemas.

Entende-se que seria adequado à (A1) um acompanhamento especializado para sanar as dificuldades detectadas, além de estabelecer hábitos de estudos que favoreçam a autonomia e o aprendizado ao longo da vida. Portanto, há a necessidade de acompanhamento individualizado em atividades escolares para que tais dificuldades de características específicas sejam sanadas e evitem outros problemas de aprendizagem em conteúdos desenvolvidos no Ensino Fundamental II.

De modo mais geral, conclui-se que ao planejar o ensino deve existir um processo de reflexão que permeie a prática docente devendo ser vivenciado de modo articulado, crítico e rigoroso. A prática docente deve levar em conta o processo de reflexão realizado no planejamento, transformar em realidade a proposta do plano de ensino considerando as necessidades específicas da prática de sala de aula. Neste processo o aluno precisa construir sua aprendizagem no decorrer das aulas, compreendendo o processo de ensino e aprendizagem, no qual está inserido, para que avance, como diz do "senso comum" a "consciência filosófica".

## 6. Referências

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BOCK, A. B.; FURTADO, O.; TEIXEIRA, M. T. **Psicologias - uma introdução ao estudo de psicologia**. 13.ed. São Paulo: Saraiva. 1999.

DANTE, L. R. **Tudo é matemática**. São Paulo: Ática, 2008.

DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking processes. In D. Tall (Ed.), **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 25-41, 1991.

DOCKRELL, J.; MCSHANE, J.. **Crianças com dificuldades de aprendizagem**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

MIZUKAMI, M.G.N. **Ensino: as abordagens do processo**. SP: EPU, 2002.

MOREIRA, M. A. (1999). **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU.

PENNINGTON, B. F.. **Diagnóstico de distúrbios de aprendizagem.** São Paulo: Pioneira, 1997.