

## HOMEM DE VITRUVIUS- PROPORÇÃO ÁUREA NO ENSINO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS

*Joelma Maria da Silva*  
Universidade de Pernambuco  
joelmasilma@hotmail.com

*Dayane Marques da Silva Massaranduba*  
Universidade de Pernambuco  
dayanematupe@hotmail.com

*Vânia de Moura Barbosa Duarte*  
Universidade de Pernambuco  
vania.duarte@upe.com

### **Resumo:**

Este artigo é um resumo obtido do Trabalho de Conclusão de Curso, titulado de Homem de Vitruvius- A Matemática e sua Conexão com a Arte. O objetivo foi reconhecer a Proporção Áurea e sua relação com o surgimento dos Números Irracionais na obra Homem de Vitruvius. O artigo foi fundamentado a partir das análises de pesquisas como de Flores (2010), Souza (2013), entre outros, além de um questionário referente ao uso de obras de arte pelos professores de Matemática e se os mesmos conseguiriam visualizar conceitos matemáticos, especificamente na obra Homem de Vitruvius, para o ensino dos Números Irracionais. Então, concluímos que geralmente os professores não utilizam a arte como um recurso didático e quando utilizam são conteúdos de geometria plana. No caso da Obra que propomos nenhum dos professores a citou como recurso didático para o ensino dos Números Irracionais.

**Palavras-chave:** Proporção Áurea; Homem de Vitruvius; Números Irracionais.

### **1. Introdução**

Muitas investigações foram e estão sendo realizadas com o objetivo de propor alternativas para minimizar as dificuldades nas aulas de Matemática, estimulando os discentes a gostarem da disciplina. Então, propomos reconhecer a Proporção Áurea e sua relação com os Números Irracionais na obra Homem de Vitruvius como um recurso didático no processo de ensino aprendizagem. Nossa pesquisa, do tipo bibliográfica e exploratória, descreveu o contexto histórico da Proporção Áurea e suas aplicações, a história do surgimento dos Números Irracionais (Incomensuráveis) a partir desta Proporção baseada nas pesquisas de Souza (2013), Landim(2014), entre outros. Além de apontar a arte, especificamente a obra Homem de Vitruvius, como um recurso didático no processo de ensino aprendizagem dos Irracionais.

Então elaboramos um questionário, tornando a pesquisa também qualitativa. O intuito era verificarmos a hipótese de que os professores de Matemática geralmente não utilizam arte nas suas aulas e que os mesmos não iriam propor o ensino dos Números Irracionais através da figura Homem de Vitruvius. Como foi apresentado a seguir.

## 2. Descoberta da Incomensurabilidade

Por volta de 580 a. C., Pitágoras fundou a famosa Escola Pitagórica no Porto Marítimo de Crotona. Os Pitagóricos, assim chamados por pertencerem a Escola Pitagórica, acreditavam que tudo no mundo podia ser expresso em termos de frações, isto é, números racionais (Belussi, 2005). Um dos Pitagóricos, Hipaso de Metaponto, não conseguindo exprimir como quociente entre dois números inteiros, chegou a uma determinada conclusão que deixou atordoados os Pitagóricos porque contrariava toda a lógica que conheciam e defendiam chamando Irracional. Não se sabe ao certo como Hipaso de Metaponto observou os Irracionais pela primeira vez, mas, é bastante provável que os primeiros Incomensuráveis conhecidos por ele venham de demonstrações precisas sobre, entre outros, o valor da razão entre diagonal e lado de um pentágono regular.

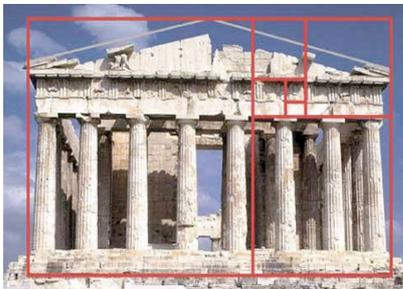
Se começamos um polígono regular ABCDE e traçamos as cinco diagonais, essas diagonais se cortam em pontos A'B'C'D'E' que forma outro pentágono regular. Observando que o triângulo BCD', por exemplo, é semelhante ao triângulo isósceles BCE e observando também os muitos pares os triângulos congruentes no diagrama, não é difícil ver que os pontos A'B'C'D'E' dividem as diagonais de um modo notável. Cada um deles divide uma diagonal em dois segmentos desiguais, tais que a razão da diagonal toda para o maior é igual à deste para o menor (BOYER, 1974, p. 37).

Assim essas subdivisões passaram a se chamar Secção Áurea de um segmento.

Euclides, em sua obra Elementos (2009), também fala de Incomensurabilidade onde magnitude se refere à reta. “As magnitudes, retas, são ditas comensuráveis as que são medidas pela mesma medida, e incomensuráveis, aquelas das quais nenhuma medida comum é possível produzir” (EUCLIDES, 2009, p. 353).

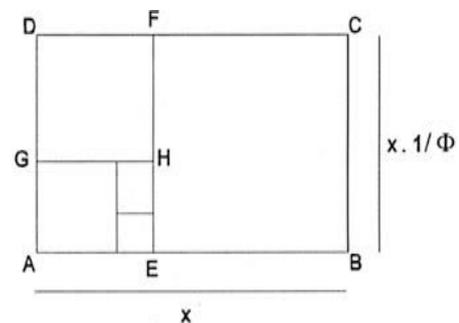
A descoberta desses números assinala um dos marcos de grande significado a História da Matemática.

A Proporção Áurea, estudada pelos Gregos num contexto geométrico, aparece em muitas de suas construções como base representada pela letra grega  $\phi$  (Phi) que é obtido pela proporção  $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618034 \dots$ . A designação adotada para este número é a inicial do nome do arquiteto e escultor Fídias, Phi. Segundo Marques (2013, p. 22), desde a Antiguidade já era notável a utilização da Proporção Áurea. O Parthenon Grego (Figura 1), por exemplo, é uma construção que contém a Proporção Áurea presente no retângulo que tem a fachada (largura /altura) com o intuito de obter uma obra bela e harmoniosa (Landim, 2014). Esse retângulo chama-se Retângulo Áureo (Figura 2).



**Parthenon**

**Figura 1:**



**Figura 2: Retângulo Áureo**

Fonte: <http://www.matematicafacil.com.br/2015> Fonte: <http://www.mat.uc.pt>

Conforme Sousa Neto (2013), Retângulo Áureo é um retângulo ABCD dado que suprimir um quadrado de lado AD, como por exemplo, ADFE, o retângulo restante, CBEF, será semelhante ao retângulo original. Já que o retângulo original tem Proporções Áureas, é possível repetir esta operação de suprimir quadrados infinitamente em que sempre encontrará retângulos semelhantes, mantendo a Proporção Áurea em cada um deles.

De acordo com Souza (2013), Fibonacci, Leonardo de Pisa, deixou grandes contribuições para o estudo da Proporção Áurea entre elas a Sequência de Fibonacci (1,1,2,3,5,8,13,21,...) na qual cada termo depois dos dois primeiros é a soma dos dois antecessores. Boyer (1974, p. 186 e 187) afirma que a “razão entre os termos desta sequência irá convergir para o número de ouro, ou seja,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{U_n}{U_{n-1}} \right)$ ”.

### 3. Calculando a Proporção Áurea como Número Incomensurável

É possível obter a Proporção Áurea de infinitas maneiras, dentre elas através de um segmento de reta qualquer AB e um ponto C pertencente à mesma. Segundo Azevedo; Garcia;

Magro; Serres (2010, p. 14), “dado o segmento AB, dizemos que um ponto C divide este segmento em média e extrema razão se o mais longo dos segmentos é média geométrica entre o menor e o segmento todo”. Ou seja,

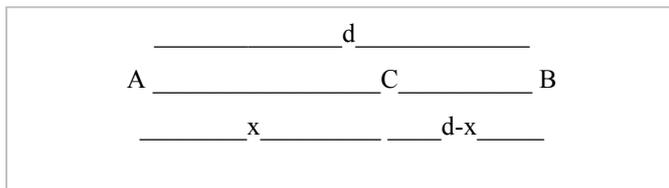


Figura 3: Segmento de retas elaborado pelas autoras.

Fonte: Massaranduba; Silva, 2015.

Logo  $AB^2 = AC \cdot BC$  em que o segmento AC é o Áureo de AB. Algebricamente, encontra-se a partir da substituição  $AC = x$ ,  $AB = d$  e  $BC = d - x$ .

Então, assim  $x^2 = d \cdot (d - x) = x^2 + d \cdot x - d^2$  cujas raízes serão:  
 $x = \frac{-d \pm \sqrt{d^2 + 4d^2}}{2} \rightarrow x = \frac{-d \pm d\sqrt{5}}{2} \rightarrow x' = \frac{d(-1-\sqrt{5})}{2}$  e  $x'' = \frac{d(-1+\sqrt{5})}{2}$ . Admitindo-se apenas a

raiz maior que 0 (zero) deve-se racionalizá-la  $\frac{d}{x''} = \frac{d}{\frac{d(-1+\sqrt{5})}{2}} \rightarrow \frac{2}{-1+\sqrt{5}} \rightarrow \frac{2}{-1+\sqrt{5}} \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} =$

$\frac{2(1+\sqrt{5})}{5-1} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1,6180 \dots$ . Ao calcular o inverso da razão entre os segmentos, resulta na

Média Razão = 0,6180339. Por se tratar de medidas positivas descarta-se a raiz negativa. Pelo mesmo processo se obtém pelo ponto exterior. Enfim, a razão entre cada segmento áureo e o segmento a que ele se refere é a Proporção Áurea.

### 3. Homem de Vitruvius

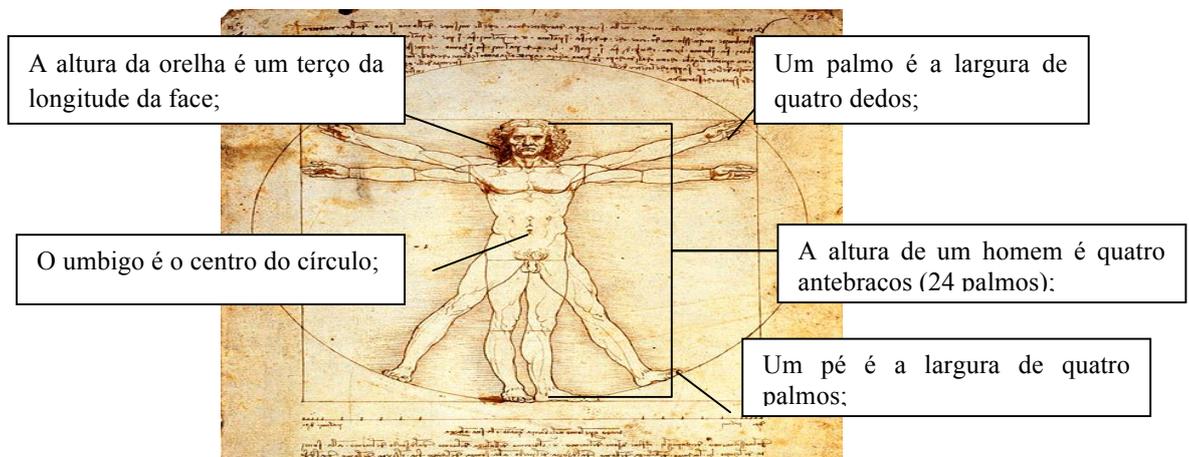
Marcus Vitruvius Pollio no período I a. C., em sua série intitulada de De Architectura, descreve as proporções do corpo humano apresentada como um modelo ideal para o ser humano, cujas proporções são perfeitas, segundo o ideal clássico de beleza. Vitruvius tentou adequar à proporções do corpo humano dentro da figura de um quadrado e um círculo, no entanto suas tentativas foram frustrantes. Mas durante o Renascimento Leonardo da Vinci interpretou os textos devidamente dentro dos padrões matemáticos.

Em 1490, Da Vinci descreve a figura de um homem nu, conhecido como Homem Vitruviano ou Homem de Vitruvius, em duas posições sobrepostas com os braços inscritos num círculo e num quadrado separadas e simultâneas. O Homem Vitruviano é considerado

símbolo da simetria básica do corpo humano e para o universo como um todo. Segundo Chaves (2008),

Um antebraço ou cúbito é a largura de seis palmos; Um passo é quatro antebraços; A longitude dos braços estendidos de um homem é igual à altura dele; [...] A distância do fundo do queixo para o nariz é um terço da longitude da face; A distância do nascimento do cabelo para as sobrancelhas é um terço da longitude da face (CHAVES, 2008, p.22 e 23).

Conforme podemos observar na figura 4 abaixo:



**Figura 4: Homem de Vitruvius adaptado pelas autoras**

Fonte: Adaptações das autoras Massaranduba; Silva; 2015.

Segundo Leonardo da Vinci citado em Sousa Neto (2013, p.49), “para que o corpo humano tenha beleza e harmonia deve respeitar uma proporção, e como o número áureo representa esta beleza, então o corpo humano deve seguir este padrão áureo”. Logo, quando se acha algo bonito, harmonioso é porque obedece a uma regra geométrica especial chamada Proporção Áurea. É interessante observar que a área total do círculo é idêntica a área total do quadrado e a figura pode ser considerada um algoritmo matemático para calcular o valor do número irracional PHI (1, 618).

#### 4. Arte e o Ensino dos Números Irracionais

Na pré história, a civilização da época usava o desenho como recurso para quantificar, assim como representar o próprio cotidiano. Então, observa-se que a arte poderá tanto transmitir um pensamento artístico como científico. Segundo Read apud Barbosa (2008), a arte funciona como um elemento humano agregador que interpenetrando outras disciplinas facilita

a aprendizagem pela qualidade cognitiva. Assim a mesma garante a contextualização dos objetos matemáticos, oriundos do mundo abstrato, para o mundo de representações concretas através dos gestos, imagem, enfim, porque na arte se retrata não só os conceitos matemáticos e artísticos como também seus momentos históricos.

Enfim, a educação matemática e a arte se constituem num campo de pesquisa, bem como, de possibilidades de ensino de matemática e geometria a partir do momento em que passamos a olhar tanto os saberes matemáticos construídos historicamente, quanto às obras artísticas como produções humanas, culturais e históricas (FLORES; ZAGO, 2010, p. 342).

A partir do momento que a arte possibilita analisar os saberes matemáticos como uma produção humana, construída historicamente, pode-se dizer que o ensino utiliza-se da história da matemática, uma vez que permitirá que os conceitos sejam compreendidos através de sua origem, considerando todas as suas modificações ao longo da história (OLIVEIRA, ALVES, NEVES, 2009)

Quando isso acontece a Matemática passa a ter um significado singular dentro de um contexto artístico, porém não de modo superficial porque o indivíduo começa a visualizar matematicamente a obra de arte pondo em prática definições matemáticas dentro de uma perspectiva de conteúdos didáticos. Menegat (2012) afirma que aprender Matemática nos dias atuais é muito mais que aprender técnicas, fórmulas, assim surgir a interdisciplinaridade propondo uma íntima ligação de saberes. Segundo Alves (2010), a interdisciplinaridade funciona como uma forma de integrar o conteúdo de uma disciplina isolada que não consegue responder de imediato, situações de outra a partir de diferentes visões. Assim a proposta é tornar não só o professor um pesquisador reflexivo, mas o próprio aluno.

No ensino de Matemática os Números Irracionais não têm tanto destaque nos currículos escolares como outros conjuntos numéricos. Eles são vistos na Educação Básica de maneira irrelevante, geralmente restringindo-os em dois tradicionais exemplos: o  $\pi$  e  $\sqrt{2}$ . Isso acaba limitando a interpretação dos discentes. Conforme Campos, Corbo e Pietropaolo (2013, p. 2),

[...] foram detectadas fragilidades nos conhecimentos de estudantes do último ano do Curso de Licenciatura em Matemática, em estudo desenvolvido por Corbo (2005), indicando dificuldades relativas à compreensão do conceito de incomensurabilidade de grandezas e de sua relação com os irracionais (CAMPOS; CORBO; PIETROPAOLO; 2013, p. 2).

Evidentemente estas duas formas de representação dos Números Irracionais não estão incorretas, no entanto, cabe ao professor ampliá-las para que assim os alunos possam perceber

a grandiosidade deste conjunto numérico, não só na sala de aula com também em outros âmbitos fora do contexto escolar.

Com relação ao uso do número PHI ( $\Phi$ ) (Proporção Áurea), como representante dos Números Irracionais nos livros didáticos da Educação Básica, podemos observar que o mesmo apesar de aparecer em alguns são raros os casos em que o relacionam com os Números Irracionais. Um dos livros didáticos que faz menção ao número PHI ( $\Phi$ ) é: Vontade saber –matemática (ensino fundamental) I de Parato e Souza(2009) que relata em uma nota de curiosidade a Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro ( $\Phi$ ) como um Número Irracional.

## 5. Metodologia

A Proporção Áurea dificilmente é explorada nas aulas de Matemática. Assim esta pesquisa também assume um caráter exploratório. Segundo Gil (2007 apud Gerhardt; Silveira, 2009), o intuito de uma pesquisa exploratória é familiarizar-se com um assunto pouco conhecido. Desta forma, a mesma tem o intuito de reconhecer a Proporção Áurea e sua relação com o surgimento dos Números Irracionais na obra Homem de Vitruvius como método diferenciado no processo de ensino aprendizagem de Matemática.

A partir da construção das histórias e aplicações sobre a Proporção Áurea e a Matemática e sua conexão com a arte, traçamos um recorte qualitativo que tem o intuito de investigar sobre a utilização da arte por professores de Matemática e apontamos a mesma como um recurso didático para o ensino dos Irracionais através da obra Homem de Vitruvius. Segundo Abreu e Fernandes (2011,p.14) a qualitativa “considera que há uma relação dinâmica entre mundo real e o sujeito, isto é um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzidos em números”. Então elaboramos um questionário, o qual foi respondido por 19 participantes, dos quais 16 eram discentes da instituição educacional de nível superior Universidade de Pernambuco, Campus Mata Norte, e 03 eram professores de Escolas públicas do município de Nazaré da Mata- PE.

O critério básico para selecionarmos os participantes era que os mesmo estivessem atuando como professores de Matemática e aos que ainda eram estudantes deveriam estar, no mínimo cursando o 6º Período do curso de Licenciatura em Matemática, pois assim já teriam contato com a disciplina de História ou Laboratório de Matemática. O questionário era composto por duas perguntas nas quais a primeira perguntava se os professores de Matemática já tinham utilizado obras de arte nas aulas de Matemática e a segunda, por meio

da ilustração do Homem de Vitruvius, se através dela eles conseguiriam trabalhar conceitos matemáticos, caso positivo, quais seriam.

Nosso objetivo era verificarmos a hipótese de que os professores de Matemática geralmente não utilizam arte nas suas aulas e que os mesmo não iriam propor o ensino dos Números Irracionais através da figura Homem Vitruviano.

## 6. Análise de Resultados

Para a análise dos resultados usamos como critério de categorização os anos de docência dos participantes em relação a utilização da arte em suas aulas. Desta forma, criamos três categorias: professores que lecionavam de 1 à 2 anos, 3 à 5 e mais de 5 anos. Os participantes foram identificados por P1, P2,..., P19.

O gráfico a seguir mostra a utilização da Arte pelos Professores em função do tempo de Docência acerca das respostas obtidas na primeira questão.

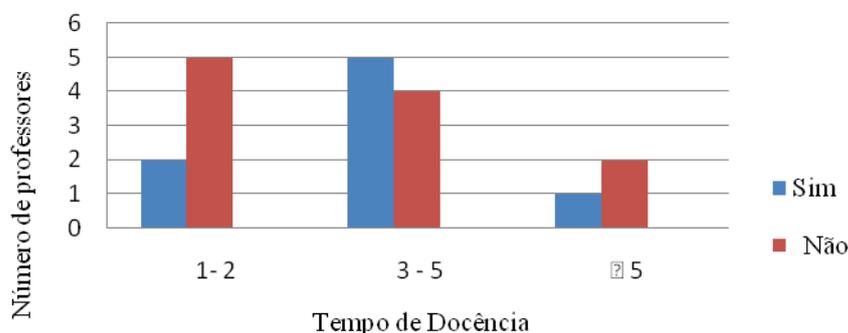


Gráfico 1: Utilização da Arte pelos Professores de Matemática

Conforme o gráfico 1 ilustra, dos 19 participantes que responderam ao questionário apenas 8 já utilizaram a Arte como recurso facilitador nas aulas de Matemática. Dentre esses 8 o maior índice de utilização se deu por professores que estavam atuando entre 03 a 05 anos. Enquanto o maior índice do não uso é evidenciado entre 1 a 2 anos de docência. Com isso percebemos que como afirma Tardiff (2013), os saberes são elementos constitutivos da prática docente e isso representa a afirmação da ideia de que pelo trabalho o homem modifica a si mesmo, suas relações e busca ainda a transformação de sua própria situação e a do coletivo a que pertence.

Percebemos ainda que entre os participantes que responderam de forma positiva a primeira questão havia os que elencavam vantagens e os que não elencavam vantagens a respeito do uso da arte nas aulas de matemática. As vantagens foram evidenciadas entre os participantes com 3 a mais que 5 anos de atuação na área, enquanto os que atuavam de 1 a 2 anos não relatavam. Os que ensinavam de 3 a 5 anos apontaram como vantagens: melhor compreensão, maior participação e uma melhor visualização dos conceitos matemáticos; já os que ensinavam a mais que 5 anos apontam a interdisciplinaridade. De acordo com Alves(2010) a interdisciplinaridade integra o conteúdo de uma isolada a situações de outras a partir de diferentes visões.

Entretanto, observamos que nas afirmações positivas a maior parte dos participantes utilizava arte apenas para o ensino de Conceitos Geométricos dentre eles podemos destacar figuras planas, circunferência, conceito de simetria entre outros. A partir daí, começamos a analisar a segunda questão do questionário. Na segunda questão buscamos identificar se os participantes indicavam a Obra para o ensino dos Números Irracionais, o que não constatamos em nenhuma das respostas. Com isso verificamos que eles não tinham conhecimento dessa utilização, validando nossa hipótese. Na tabela (1) abaixo é mostrado os conceitos que os participantes relataram ser possível ensinar através da obra.

**Tabela1: Resultado das pesquisas apontando a Proposta para o Ensino Através da obra Homem de Vitruvius**

| Proposta de Conceitos para ser Ensinados Através da Obra Homem de Vitruvius Apontados Pelos Participantes. |   |   |
|--|---|---|
| Professores que Atuam Entre 1 a 2 Anos.  | Professores que atuam entre 3 a 5 anos. | Professores que atuam a mais de 5 anos. |
| Retas  | Ângulos                                 | Figuras Planas                          |
| Figuras Geométricas  | Figuras Planas                          | Circunferência                          |
| Inscrição  | Razão, Proporção e Proporcionalidade    | Raio e Diâmetro                         |
| Circunscrição  | Perpendicularismo                       | Ângulos                                 |
| Simetria   | Área, Espaço e Perímetro                | Círculos                                |
| Raio e Circunferência  | Medidas                                 | Polígonos                               |
| Rotação  | Simetria                                | Simetria                                |
| Formas Geométricas   | Circunferência e Elipse                 | Formas Geométricas                      |
| Ângulos  | Escala                                  | Área                                    |

Fonte: Construção Própria.

Os participantes de 1 a 2 anos e mais que 5 anos de Docência limitaram o uso da apenas para ensino de Geometria, no entanto os que estavam incluídos na categoria de 3 a 5

de Docência apontaram a figura como um recurso para o ensino de Geometria, assim como Proporção, Razão, Escala e Medidas.

## 7. Considerações Finais

Através da pesquisa percebemos que a utilização da arte nas aulas de Matemática contribuiu para a aprendizagem dos conteúdos aplicados, ampliando a forma de compreensão dos discentes. No entanto, a maioria dos participantes não utiliza a arte como um recurso didático nas aulas de Matemática e os que utilizam geralmente a associam a conteúdos de Geometria Plana.

No que se refere ao uso da obra Homem de Vitruvius para o ensino dos Números Irracionais, constatamos que nenhum dos participantes conseguiu associá-la ao ensino do mesmo. Desta forma, percebemos que muito dos professores de Matemática ainda desconhece o quanto uma obra de arte pode oferecer ao ensino aprendizagem, não só dos Números Irracionais, mas de outros conteúdos matemáticos. Porque a mesma oferece desdobramentos que possibilitam a análise de fenômenos naturais, sociais, políticos e econômicos, favorecendo a interdisciplinaridade.

Assim é necessário ampliar e difundir a ideia de que o processo de ensino aprendizagem de Matemática não está limitado ao uso de um caderno e de um lápis. Mas existem inúmeros meios sejam eles: obras de arte, História da Matemática (o processo histórico), construções ou o próprio corpo humano, que podem ser utilizados no ensino matemático. Logo podemos encontrar matemática no universo como um todo.

## 8. Referências

ABREU, P.R.; FERNANDES, E.P. **Caminhos do Projeto de Pesquisa ao tcc**; Sirinhaém: Ed. do autor, 2011.

ALVES, A. **Contribuições de uma prática docente interdisciplinar à Matemática do Ensino Médio**. 2010. 173 f. Tese (Doutorado em Educação: Currículo)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUC-SP, São Paulo, 2010. Disponível em: <[WWW.pucsp.br/TESES\\_CONCLUIDAS](http://WWW.pucsp.br/TESES_CONCLUIDAS)>.

AZEVEDO, T. B., et al. **O Número de Ouro como instrumento de aprendizagem significativa no estudo dos Números Irracionais**. 2010. Disponível

em: <[www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/mídias\\_digitais\\_II/modulo\\_IV/numero\\_de\\_ouro2.pdf](http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/mídias_digitais_II/modulo_IV/numero_de_ouro2.pdf)

>. Acesso em: 09/06/2015 10:07.

BARBOSA, A.M. Arte na educação: interterritorialidade refazendo interdisciplinaridade.

**Desingner, arte e tecnologia.** São Paulo: Rosari, Universidade Anhembi Morumbi, PUC-Rio e Unesp-Bauru, 2008.

BELUSSI, G.; PRADO, E. A.; GERALDINI, D. A.; BARISON, M. B. . **O Número de Ouro.** Universidade Estadual de Londrina. Londrina-PR, 2005. 21/02/2015, 10:59.

Disponível em: <[WWW.mat.uel.br/artigos/ST-15-TC](http://WWW.mat.uel.br/artigos/ST-15-TC)>.

Bing, **Parthenon e a Razão Áurea.** São Paulo, 2015. Disponível em: <<http://www.bing.com/images/search?q=parthenon+e+a+razao+aurea&view=detailv2&id=3F640352307AB9F0BE527606D4F8275965D516F9&selectedIndex=12&ccid=qyal9GOS&simid=608012798254711962&thid=OIP.Mab26a5f4639224470c980e8598e0bf4do0&first=1>> Acesso em: 23/09/15 17: 35.

BOYER. C. B. **História da Matemática;** Tradução de Elza F. Gomide. Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

CAMPOS, T. M. M.; CORBO. O. ; PIETROPAOLO, R. C. . **Os Números Irracionais e seu ensino delineando a imagem conceitual de um grupo de professores.** In: Congresso de Educación Matemática de América Central y El Caribe- ICEMACYC, 1. 2013, Santo Domingo, República Dominicana. **Anais...** Santo Domingo, República Dominicana: IUEI, 2013. 01/11/2015, 18h47min. Disponível em: <[i.cemacyc.org](http://i.cemacyc.org)>.

CHAVES. D. R. C. **A Matemática é uma Arte:** Uma proposta de explorando ligações entre arte e matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

EUCLIDES. **Os Elementos;** Tradução Irineu Bicudo – São Paulo: UNESPE, 2009.

FLORES, C. R. et al. Uma proposta para relacionar Arte e Educação

Matemática. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática**

**Educativa,** Relime, Vol. 13 (3), p. 337- 354, Noviembre de 2010. Recepción: Marzo 9, 2009

/ Aceptación: Septiembre 17, 2010.

LANDIM, N. P. **Razão Áurea: Expressando a beleza desse número para o ensino médio.** 2014. Dissertação (Mestre em Matemática) - Universidade Federal Rural do Semiárido – UFRS/Campus Mossoró, Rio Grande do Norte, 2014. Acesso em: 16/05/2015 20:29. Disponível em: <[bit.profmat\\_sbm.org.br/xmlui/handle](http://bit.profmat_sbm.org.br/xmlui/handle/)>.

MARQUES, R.A. **Razão Áurea: Uma proposta para o ensino dos Números Irracionais.** Universidade Federal de Lavras. Lavras- MG, 2013.

MENEGAT, M. F. . **Uma nova forma de ensinar Razão e Proporcionalidade.** Rio Grande do Sul, 2010 Porto Alegre Disponível em:<[www.lume.ufrgs.br/bitstream](http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/)> handle >.

OLIVEIRA,J.S,B.et al.**História da Matemática: Contribuições e Descobertas para o Ensino-Aprendizagem de Matemática.**In: Encontro Regional de Educação Matemática-2,2009,Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFRN),Natal-RN. Anais Natal, Rio Grande do Norte,2009. Acesso em: 04/06/2016 17:03. Disponível em: <[www.sbemrn.com.br/site/II%20erem/comunica/comunica.html](http://www.sbemrn.com.br/site/II%20erem/comunica/comunica.html)>.

PARATO, P. R. M.; SOUZA, J. R.; **Vontade de Saber - Matemática (Ensino Fundamental) I.** - 1. ed. – São Paulo: FTD, 2009.

SOUSA NETO. P. R.**A aplicação do Número de Ouro como Recurso Metodológico no Processo de Ensino-aprendizagem.** 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2013. Acesso em: 16/05/2015 19:49. Disponível em: [bit.profmat\\_sbm.org.br/xmlui/handle](http://bit.profmat_sbm.org.br/xmlui/handle).

SOUZA, A. R. **Razão Áurea e aplicações: Contribuições para a aprendizagem de proporcionalidade de alunos de 9º ano do Ensino Fundamental.** 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

TARDIF.M.**Saberes Docentes e Formação Profissional/** Maurice Tardif.13.ed.- Petrópolis,RJ:Vozes,2012.

GERHARDT, T. E;SILVEIRA,D.T.(org) .**Método de pesquisa.** Coordenado pela universidade aberta do Brasil –USB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica-Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS.- Porto Alegre: Editora da UFRGS,2009.