RESOLUÇÃO DE ATIVIDADE COM FUNÇÃO LOGARÍTMICA POR ESTUDANTES DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO: A ENUNCIAÇÃO E A AJUDA NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM

Walter Aparecido Borges
Secretaria de Estado da Educação de São Paulo
w53borges@gmail.com
Maria Helena Palma de Oliveira
Instituto Langage
mhelenapalma@gmail.com

Resumo:
Analisou-se o processo de resolução de um problema envolvendo conceito de logaritmo por estudantes do 1º ano do Ensino Médio de escola pública estadual de São Paulo. Após discussão, dois pequenos grupos assumiram a explicação no quadro. Deveriam calcular o tempo necessário para que uma planta, cuja altura inicial de 1 cm dobra a cada mês, atingisse a altura de 9 cm, informados de que poderia ser calculado por meio da função exponencial, $y=2^t$, sendo t o tempo em meses. Fundamentaram a análise os conceitos de Zona de Desenvolvimento Proximal e de níveis de ajuda de Vigotski e o conceito de enunciação: compreensão ativa, réplicas e tréplicas de Bakhtin. Os diversos níveis de ajuda entre os participantes permitiram o entendimento progressivo do conteúdo. A enunciação: falas, escrita, réplicas e tréplicas, aos poucos, construiu a compreensão ativa e evidenciou o modo subjetivo de entendimento possível pela mobilização de conhecimentos retrospectivos.

Palavras-chave: Função exponencial; função logarítmica; compreensão ativa; níveis de ajuda na ZDP.

1. Introdução

Em nossa prática diária como professor de matemática do Ensino Médio, nos últimos anos, observamos as dificuldades apresentadas pelos alunos em interpretar e realizar operações aritméticas, operações com frações, expressões algébricas, equações de primeiro grau, entre outras. Partimos do pressuposto de que os processos de linguagem envolvidos na interação verbal professor-aluno e aluno-aluno trazem elementos essenciais para o entendimento dos progressos e das dificuldades na aprendizagem matemática (OLIVEIRA, BORGES, 2013). Para isso, buscamos apoio teórico em estudos que consideram a indissociável relação pensamento e linguagem, bem como a relevância dos processos interacionais que ocorrem nos contextos de aprendizagem: Vigotski (2000; 2010), para o estudo das relações entre pensamento e linguagem e Bakhtin (2006), para o estudo dos diálogos por meio da interação verbal, possibilitada pela enunciação. com suas características principais, como tema, significação e réplica.

Outro pressuposto vem de Radford (2011) que considera o saber matemático uma potencialidade atualizada pelas práticas culturais; o conhecimento como a atualização do saber e a aprendizagem como tomada de consciência dos modos como se atualiza o saber.

O apoio dos teóricos justifica-se pelo ponto comum, no entendimento da linguagem e sua relação com o meio social: "uma palavra extrai o seu sentido do contexto em que surge; quando o contexto muda o seu sentido muda também." (VIGOTSKI, 2000, p. 144), "a palavra revela-se no momento de sua expressão, como o produto da interação viva das forças sociais" (BAKHTIN, 2006, p. 66).

Em relação à ZDP, Beatón (2005) destaca os níveis de ajuda na aprendizagem. Entre desenvolvimento real, representado pelo conhecimento retrospectivo e o desenvolvimento potencial, acontece a ajuda de outros mais experientes na tarefa. A ajuda recebida do outro leva o sujeito a ser mais independente e a alcançar um novo desenvolvimento real. Retomando os estudos de Vigotsky, Beatón (2005 aponta 4 níveis de ajuda dentro do processo de aprendizagem e relaciona o tipo de ajuda aos níveis de independência do aluno para aprender. Os níveis mostram que o aluno necessita da ajuda de nível 1 pode ser considerado mais independente e o aluno que necessita de ajuda em nível 4 é aquele menos independente.

No nível 1, o professor, ou o colega mais capaz, somente direciona o aluno para o objetivo da atividade, com isso mobiliza conhecimentos retrospectivos e elabora estratégias de resolução. No nível 2, a aprendizagem depende da apresentação de uma atividade semelhante àquela ou a outras já realizadas. Pela visualização, ou pela lembrança de procedimentos, o aluno mostra-se capaz de continuar a resolução de modo independente. No nível 3, a ação do agente mais capaz é ainda mais necessária. O aluno depende do professor, ou do mais capaz, para iniciar a resolução da tarefa, na sequência consegue continuar sozinho. No nível 4, é total a dependência do aluno em relação àquele que está ajudando, ele não tem como dar continuidade à resolução sem uma ajuda até o término da tarefa.

Bakhtin (2006) afirma que a verdadeira substância da língua não é constituída de um sistema abstrato de formas linguísticas, mas pelo fenômeno social da interação verbal, que se realiza na enunciação. Bakhtin (2006) diferencia língua e enunciado. Língua é a expressão de um significado dicionarizado, já o enunciado representa o sentido, o significado contextual. A fala transforma a palavra em ato, em enunciação.

> A cada palavra da enunciação que estamos em processo de compreender, fazemos corresponder uma série de palavras nossas, formando uma réplica. Quanto mais numerosas e substanciais forem, mais profunda e real é a nossa compreensão. [...] Assim, cada um dos elementos significativos isoláveis de uma enunciação e a enunciação toda são transferidos nas nossas mentes para outro contexto, ativo e responsivo. A compreensão é uma forma de diálogo; ela está para a enunciação assim como uma réplica está para a outra no diálogo (BAKHTIN, 2006, p. 137

O conhecimento é construído na interação entre os sujeitos, enunciador e enunciatário, mediados pela interação verbal, uma relação dialógica em que as réplicas e tréplicas estabelecem o processo de compreensão de compreensão ativa, em que os sujeitos analisam as palavras, confirmam, criticam e expressam-se por meio de réplica e tréplicas, ou seja, tomam uma posição em relação ao discurso do outro. Para Bakhtin (2010),

> O diálogo, no sentido estrito do termo, não constitui, é claro, senão uma das formas,é verdade que das mais importantes, da interação verbal. Mas pode compreender a palavra "diálogo" num sentido amplo, isto é, não apenas como comunicação em voz alta, de pessoas colocadas face a face, mas toda comunicação verbal de qualquer tipo que seja. (BAKHTIN, 2010, p.127).

Uma concepção fundamental da teoria de Bakhtin (2010) é a de contexto extraverbal, pois para ele a palavra só adquire sentido na situação ou contexto em que ocorre. O contexto extraverbal é constituído pelo entorno sócio-histórico-cultural no qual se estabelecem as interações, no caso, entre os participantes da pesquisa. Bakhtin considera três aspectos como constitutivos: o horizonte espacial físico e a instância sociocultural onde se dá a comunicação; o repertório sociocultural partilhado pelos participantes da interação, que permite a compreensão do que está acontecendo e a avaliação da situação comunicativa que permite atribuir valor e construir pontos de vista sobre o conteúdo expresso na interação verbal.

Dados da pesquisa

O estudo envolveu dois grupos de 4 estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de São Paulo. Analisou-se um episódio (de 8 minutos e 44 segundos), em que os estudantes buscavam resolver um problema usado na aplicação do conceito de logaritmo. A transcrição a seguir resultou de gravações de áudio e vídeo da atividade realizada. Os participantes foram identificados somente pelas iniciais do primeiro nome e o Pesquisador ficou identificado como P.

O diálogo marca a primeira tentativa de resolução do problema. O pesquisador explica que a função logarítmica não tem crescimento constante. Os alunos deviam calcular o tempo necessário para que uma planta, cuja altura inicial de 1 cm dobra a cada mês, atingisse a altura de 9 cm. Inicialmente, discutiram em grupo as formas de resolução, interpretaram a informação presente no texto da atividade de que o suposto crescimento da plantinha poderia ser calculado por meio de uma função exponencial, a função y=2t , sendo t o tempo em meses. Usaram uma calculadora científica para a realização da atividade. LT vai para o quadro para dar início à resolução após ter discutido com o seu grupo. LT pega a caixinha com giz e se desloca para o quadro. P o anuncia, em meio a uma conversa dos participantes:

[1] P: *Ôoo, jovens! Espera aí! O LT, ele, a J, o grupo da K e o V também estão tentando chegar ao resultado do tempo que pra eles deu 3, 16 meses. LT responde:*
[2] LT: *Na verdade, pra mim deu um resultado, pra ela deu outro*, dirigindo-se a J.
[3] P: *É, mas ela conferiu o do 3,16, qual foi o seu resultado?*
[4] LT: *O meu deu 3...não! Deu 4,16 horas.*
[5] P*: Não! O t, o valor do t!* K e J respondem, em conjunto:
[6]: K e J: *3,16!* e P quer confirmar:
[7] P: *3,16 o que?* LT e o grupo murmuram algo inaudível, K lhe entrega uma folha com cálculos e diz:
[8] K: *Tem aqui, ó! A gente fez na base 10.* LT olha o papel com os cálculos como se estranhasse e comenta:
[9] LT: *Mas eu tinha esse resultado.* Repete: *Eu tinha esse resultado*. LT devolve o papel a K. P intervém, dirigindo-se a LT:
[10] P: *Mas o t equivale, de acordo com a J, 3,16, conferiu?* J e LT se olham e J lhe diz, batendo impacientemente com as costas das mãos na folha de papel:
[11] J: *Esse t aqui, ó!* E LT responde, com a voz alterada, como se não quisesse o aviso:
[12] LT: *Não, mas eu sei do que vocês estão falando.* (Nesse momento, um inspetor da escola pede licença e entra na sala para avisar a P sobre o horário do 1º ano B), P avisa a LT:
[13] P: *Então LT, a gente vai ter que ser um pouco breve, se não der tempo hoje a gente faz outro dia.* LT ouve e continua:
[14] LT: *Porque, pessoal, essa parte do dois, eu entendi o que vocês falaram, essa parte do dois, dois t elevado a... t elevado...* LT se confunde e CR ri alto, LT continua:
[15] LT: *Só que eu fiz de outra forma, o que é que eu fiz, eu fiz um cálculo meio que só soma e divisão, por exemplo, já que ele vai, é... dobra a cada mês, no três, no caso tem o oito*, LT traça uma vertical representando a planta e marca as unidades de comprimento, recitando 8, 9, 10, 11, CR acha engraçado e continua rindo alto, comentando sobre o ruído do giz na lousa
[16] CR: *Ai, esse barulho*. V pede a LT, gesticulando como quem quebra um giz ao meio:

[17] V: *Quebre o giz, pelo amor de Deus, LT*. A sala continua barulhenta e P chama LT três vezes sem que ele ouvisse, pretendendo que a sala silenciasse um pouco:

[18] P: *Você pode parar no onze ali*. LT concorda e apanha outro giz, para continuar a explicação, anotando na vertical que ele traçou.

[19] LT: *O que é que eu fiz, se no oito ele vale três meses, se ele subir de quatro em quatro dias* (ele se volta e encara o grupo de frente, com pose de professor), *aí logo ele vai, três meses e quatro dias, vai, quatro, oito, doze..., até o dezesseis que seria no caso, 4 meses, ele vai chegar aproximadamente em vinte e oito, seria três meses e vinte e oito dias.* LT fala e olha para P, como que perguntando se estava certo. P entende o olhar e diz:

[20] P: *Então, nós vimos ontem isso, nós discutimos, no dezesseis tem quatro meses com trinta dias, não tem vinte e oito dias,* dirigindo-se a LT. Após a fala de P, o grupo silencia, como que preocupado, e LT escreve alguns cálculos na lousa, P observa:

[21] P: *Aí você tentou por aproximação*. LT diz:

[22] LT: *Eu fiz, ó! Quatro, oito, doze, dezesseis, vinte, vinte e quatro, vinte e oito, certo? Aqui seria vinte e oito dias, se dividisse vai dar quatro, o que sobraria pra chegar nos trinta, que no caso seria quatro meses, seria dois dias. O que eu fiz, eu peguei esses dois dias em horas, seria quarenta e oito horas. Dividindo quarenta e oito por oito, que é do oito até o dezesseis que no caso dá seis, quatro dias e seis horas, foi só essa conta que eu fiz,* disse LT olhando o grupo de frente, como está ilustrado na figura 27 a seguir. P diz:

Figura 1 - Cenário da resolução de LT. Fonte: Borges (2013)

[23] P: *Então, mais uma vez, né! Está certa a sua explicação está satisfatória, mas a função é logarítmica, então tudo o que você fizer assim, contando de quatro mais quatro...* P interrompe devido a ruído externo.

[24] F: *Meu!* P continua;

[25] P: *É, não acontece assim, por que a função é curva! Se fosse uma função de primeiro grau (*função polinomial de primeiro grau*), por exemplo, para um quilo de açúcar você gasta dois reais, pra dois quilos, quatro, pra três você gasta seis, pra quatro você gasta oito, aí sim vale isso, é uma rampa. Essa curva não é uma rampa. A função exponencial né, não é a função logarítmica, a função exponencial, não é dois elevado a t?*

O grupo ouve, LT ouve e P muda o tom de voz:

[26] P: *Como que era o gráfico do dois elevado a t, que você fez na outra atividade?* LT olhava para P, em silêncio, e P repetiu a pergunta:

[27] P: *Você fez o gráfico de dois elevado a t, como que ele era?* LT fica em silencio e J impacienta-se e faz um gesto como se esboçasse o gráfico no ar, dirigindo-se a P:

[28] J: *É uma curva, assim*, (mostrando a exponencial com a mão, como em uma decolagem). P busca esclarecer:

[29] P: *Por que quando você fizer do dezesseis até o trinta e dois essa ideia ai vai pro espaço, não dá quatro horas e quando você fizer do trinta e dois para o sessenta e quatro também vai pro espaço. Então, você chegou numa aproximação, só que não é três meses, quatro dias e seis horas. Não é isso.* O grupo ainda ouvia em silêncio e P continuou:

[30] P: *Por que a curva, ela vai subindo, sempre tem uma reta que aproxima né, agora... nós temos a função exponencial aí.* LT ouvia em silêncio, olhou para P e P disse:

[31] P: *Tá, você tentou chegar por uma aproximação, fazendo por reta né.*

J levanta-se, preparando-se para explicar a sua resolução, enquanto P diz:

[32] P: *Vamos ver o da J como ficou...Se você lembrar como desenhou, LT a curva dois elevado a t, você vai ver que não dá, uma reta só, ela foge, a reta vai pra lá e a curva vai lá pra cima. A reta continua subindo, como se fosse uma rampa,* LT diz:

[33]: LT: *É como se fossem diferentes*, P confirma:

[34] P: *São diferentes.*

J escreve a expressão $2^t=9$ no quadro e o grupo fica em silencio. Quando ela termina, P diz:

[35] P: *Era esse o problema, né?* J explica:

[36] J: *Aí eu passei na base 10,* $2 \approx 10^{0,30103}$ e $3 \approx 10^{0,47712}$ (J continua escrevendo, mostrando o outro membro da equação que escrevera). *Aí eu passei o do lado de lá na base três, que três ao quadrado vai dar nove*. $3^2 \approx (10^{0,47712})^2$; $9 \approx 10^{0,95424}$.

J explicava e a sala permanecia em silêncio, P diz:

[37] P: *Você pôs base dez do lado esquerdo agora põe base dez do lado direito também.* J faz isso: $(10^{0,30103})^t \approx 10^{0,95424}$; $10^{0,30103t} \approx 10^{0,95424}$

[38] J: *Agora só soma os expoentes* $0,30103t \approx 0,95424$.

P interfere, minutos depois, dirigindo-se ao grupo que estava ainda em silêncio:

[39] P: *Deixa eu só perguntar para todo mundo que tá quietinho aí. A J somou os expoentes aí?* A própria J explicou:

[40] J: *Não, eu só passei ele pra baixo* e F diz:

[41] F: *Ela vai somar ainda.*

Retomando a resolução de J para a equação exponencial, ela fez:

$2^t=9$; fazendo $2 \approx 10^{0,30103}$ e $9 \approx 10^{0,95424}$, usando uma calculadora científica para determinar os logaritmos de 2 e de 9, reescrevendo a equação:

$(10^{0,30103})^t \approx 10^{0,95424}$;

$10^{0,30103t} \approx 10^{0,95424}$;

$0,30103t \approx 0,95424$;

$t \approx \frac{0,95424}{0,30103} \approx 3,1699$

obtendo o valor 3,1699 meses, um valor já calculado pelos alunos dos dois grupos presentes nesse episódio, um grupo formado por K, LT, J e V e outro formado por MM, CR, Fe, F e R.

ISSN 2178-034X

Em seguida, os alunos acompanharam a conversão feita por J de 3,1699 meses para dias. A figura 2 a seguir registrou o instante.

Figura 2 - Cenário da resolução de J. Fonte: Borges (2013)

O fragmento de [1] a [4] permite perceber uma confusão no entendimento de LT, embora fizesse parte do grupo que discutiu e resolveu atividades anteriores relacionadas Atividade 3, usando o conceito de logaritmo, ele pretendia resolver de outra maneira, por aproximação diretamente proporcional. Sua fala demonstra que não compreendera a resolução com logaritmos. Cabe ressaltar que LT estava envolvido na busca de resposta para a resolução do problema. O tema de cada enunciado envolvia todos os participantes, inclusive LT, que de alguma maneira, por meio da interação verbal, expressava o conceito de logaritmo em processo de formação. Mesmo contando com toda a ajuda gerada pelo diálogo com os colegas, LT parece não querer se mostrar dependente dos colegas que estão oferecendo, por isso, propõe um modo de resolução diferente, ou seja, por meio da proporção direta. Talvez, por não estar entendendo o processo, LT busca em conceitos retrospectivos um esquema que possa dar conta da atividade (VIGOTSKI, 2010). Karrer (1999) destaca que alunos de Ensino Médio acabam por linearizar a função exponencial.

Discorrendo sobre as dificuldades da aprendizagem de logaritmos, Kastberg (2002) relata que se frustrava quando ensinava a função logarítmica, mesmo quando considerava os alunos entendiam o conceito, pouco depois, constatava que já não se lembravam.

Menciona o estudo de caso com uma aluna de 18 anos, de um curso superior de 2 anos, na Geórgia, EUA, que buscava compreender o conceito de exponencial, escrevendo como era a sua compreensão usando a potência $2^?$, cometendo o erro $2^0 = 0$. Ainda de acordo com Kastberg (2002, p. 84), essa aluna construiu regras que faziam sentido para ela, mas não estavam corretas como "log 4 + log 5 = log 9".

No fragmento de [5] a [12], LT se prepara para resolução. Nas falas [5] e [7], P queria chamar a atenção de LT que o tempo t era em meses, e não em horas; queria também verificar se os participantes do grupo (K, LT, V e J) haviam entendido os detalhes da resolução, encabeçada por J. Essa intenção de P parece ter sido compreendida pelo grupo ao qual LT pertencia, principalmente por K e J, que responderam prontamente o resultado em [6].

A rejeição aos apartes, réplicas dos colegas, de certa forma interrompem o diálogo, na medida em que a compreensão ativa não acontece. LT não se dispõe a analisar as respostas dos colegas e não apresenta tréplicas, com isso, toma posição em relação ao discurso do grupo. Esse comportamento de LT acaba impedindo a ação de ajuda (nível 3) em que pelo menos no início da resolução ele dependeria da ajuda do grupo para entender o crescimento exponencial, tomando a transformação dos números 2 e 9 em potências de base 10.

No fragmento de [13] a [21], LT dá continuidade às explicações e é possível perceber as relações de poder que se instauram em função do esperado domínio e da validação do conteúdo matemático por parte P. Esse tipo de relação aparece nos gestos e posturas em [19].

LT provavelmente acreditava ter encontrado outra solução, por aproximação, do tempo necessário para o crescimento da plantinha. Para LT, no intervalo de tempo entre 3º e o 4º meses, a planta crescera de 8 cm para 16 cm, um crescimento de 8 cm.

Possivelmente, LT estava considerando o crescimento constante entre o 3º e o 4º meses, por isso tentou calcular o tempo para a altura de 9 cm, recorrendo à ideia de proporção. Destaca-se que, no grupo em que LT era componente, J explicara que os crescimentos eram diferentes, pois o primeiro mês a plantinha cresceu de 1 cm para 2 cm, isto é, 1 cm; no segundo mês, cresceu de 2 cm para 4 cm, isto é, 2 cm, e chamou a atenção para o fato de que para tempos iguais, o crescimento era diferente. LT tentou um intervalo de 4 dias, provavelmente associando ao crescimento de 8 cm. Entretanto, a compreensão de LT parece não ter ocorrido, o que permite interpretar que seu diálogo interior ainda não possibilitava a interação com as explicações de J. LT de fato não se apropriara da significação do conteúdo.

Na sequência [22], há uma continuidade da resolução por LT: *Eu fiz, ó! Quatro, oito, doze, dezesseis, vinte, vinte e quatro, vinte e oito, certo? Aqui seriam vinte e oito dias, se dividisse vai dar quatro. O que sobraria pra chegar nos trinta, que no caso seria quatro meses, seria dois dias. O que eu fiz, eu peguei esses dois dias em horas, seria quarenta e oito horas. Dividindo quarenta e oito por oito, que é do oito até o dezesseis que no caso dá seis,* *quatro dias e seis horas, foi só essa conta que eu fiz*, disse LT. O objetivo de LT pode ter sido partir o intervalo de um mês (30 dias), entre o 3º e o 4º meses, em intervalos iguais associados ao crescimento de 8 cm da planta. Parece que não lhe ocorreu que para isso bastaria que ele dividisse 30 dias por 8 cm, o que resultaria 3,75 dias por cm, um crescimento não aplicável ao crescimento exponencial da planta. Sua conclusão (incorreta) de que para o crescimento de cada cm seriam necessários 4 dias e 6 horas deveu-se a ter como causa a sua contagem dos 8 pontos, associados ao crescimento de 8 cm, assinalados por ele em uma reta representando os trinta dias a partir do 3º mês e contados como intervalos: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28. Parece que, LT mobilizou esquemas inadequados para resolução, por isso não teve sucesso.

A fala de LT era dirigida aos dois grupos de alunos participantes, um dos quais ele era componente até poucos instantes antes de se dispor a resolver o problema "à sua maneira". Nesse caso, é preciso considerar o contexto extraverbal das falas de LT, pois a motivação para falar sem receios sobre uma resolução que, de certa forma, contrariava a proposta dos dois grupos, no caso o uso dos logaritmos, estava, aparentemente, apoiada no fato de pertencer a esses grupos e de apostar em réplicas que não o deixassem em posição desconfortável. A postura de LT expressa em suas diversas falas nesse episódio revela elementos de estrutura de poder, que organiza os meios de funcionamento de relações entre os participantes da atividade. LT, provavelmente, não quer admitir para o grupo que não consegue (sabe) resolver do modo como os colegas estão fazendo, e que P está, mas faz questão de mostrar que tem outros caminhos e que quer mostrar, "ensinar" aos colegas como se fosse professor. Essa interpretação pode ser validada nas linhas [12], [14], [15], [19] e [22] que também explicam a sua motivação para assumir a posição de quem explica na lousa. Vale lembrar que até aquele momento da pesquisa, os alunos não haviam realizado atividades com o logaritmo natural em aulas regulares de matemática e como já vimos em Karrer (1999), os livros didáticos não exploravam o conceito de logaritmo como a área sob a curva da função $y = 1/x$.

No fragmento de [23] a [31], analisaremos as falas de P, que comenta e orienta a resolução de LT. Em [23] e [25], mostrando que o raciocínio de LT não se aplica porque a resolução envolve uma função exponencial e não uma função polinomial de 1º grau para isso aponta a diferença da rampa para a curva que expressaria cada tipo de função.

Na sequência, [26] a [31] P continua incentivando LT, ajudando-o a lembrar de outra atividade realizada anteriormente e que poderia ajudá-lo na resolução [26] Como que era o gráfico do dois elevado a t, que você fez na outra atividade? e [27] Você fez o gráfico de dois elevado a t, como que ele era?, no entanto LT não responde, porque supostamente esquecera a Atividade realizada anteriormente com o grupo, que trabalhou a forma da função 2t. J lembrou-se e por isso, adiantou-se e deu a explicação. Ao que parece, P queria reforçar a ideia do crescimento exponencial, em uma curva com crescimento crescente. Em [29], P buscou exemplificar que o crescimento no intervalo do quarto para o quinto mês não seria de 8 cm e sim de 16 cm. Para P a explicação por meio do conceito de reta tangente à curva em um ponto específico não cabia no momento [30] e nem é normalmente trabalhado no Ensino Médio.

P pretendia que LT se convencesse da necessidade do uso do logaritmo para o cálculo do tempo com uma aproximação suficientemente precisa. Ao que parece, porém, seria preciso retomar com LT a Atividade realizada anteriormente com o grupo, do comportamento da função y=2t representada pelo gráfico. Nesse momento, P busca avaliar os conhecimentos retrospectivos de LT e avalia a necessidade de intensificar a ajuda (nível 2) com a retomada de uma atividade já realizada por LT e seu grupo.

No segmento de [32] a [41], J explica a sua resolução e P faz as réplicas cabíveis. A pedido de P, J vai ao quadro dar explicação, estabelecendo o diálogo entre J, LT e P, de modo a ajudar a compreensão de LT. [32] P: *Vamos ver o da J como ficou... Se você lembrar como desenhou LT, a curva dois elevado a t, você vai ver que não dá, uma reta só, ela foge, a reta vai pra lá e a curva vai lá pra cima. A reta continua subindo, como se fosse uma rampa.* A seguir, a réplica de LT mostra que o processo de ajuda e intervenção de J e P permitiu a LT a compreensão ativa da resolução: LT: [33] É como se fossem diferentes, P confirma.

Os diálogos e as explicações, as dúvidas e os silêncios dos participantes evidenciam que apesar do grupo estar reunido, sem restrições a perguntas, participando cada passo, a resolução explicada por J no quadro não parecia ser da compreensão de todos. Sua explanação de como transformou os números 2 e 9 em potências de base 10, acompanhadas em silêncio pelos participantes significava nem que todos haviam compreendido, como F, em [41].

Para J e para MM (de grupos diferentes), estavam claros os processos de resolução da atividade (verificado pelas explicações e anotações feitas por elas), os demais participantes, aparentemente, não conseguiram acompanhar a resolução de forma completa. Esse aspecto permite destacar que as possibilidades que os processos de interação propiciados pelo diálogo beneficiam de modo diferente cada um dos participantes da atividade e que essa diferenciação decorre das possibilidades que os processos de aprendizagem na ZDP criam, particularmente, das possibilidades de mobilização de conceitos retrospectivos de cada sujeito.

Considerações Finais

O estudo permitiu avançar no entendimento da potencialidade criada pelos processos de interação, particularmente, pelo diálogo como elemento fundamental nos processos de desenvolvimento próprios da ZDP e que permitiram aos alunos e ao professor exporem o entendimento progressivo do conteúdo matemático. Por meio da enunciação, as falas, a escrita (no quadro e nas anotações), as réplicas e tréplicas, aos poucos foram construindo a compreensão ativa dos participantes, mesmo que de modo subjetivo.

Destaca-se que apesar de os participantes apresentarem características históricas e sociais que os aproximam muito como, classe social (mesmo bairro), grau de escolaridade, faixa etária, de pertencerem a mesma escola, mesma sala de aula e terem o mesmo professor de matemática, existem outros elementos que marcam as diferenças e que resguardam cada um como ser único, embora constituído no mesmo contexto histórico e cultural.

A análise dos diálogos do episódio evidenciou alguns elementos presentes nos processos de enunciação que sustentaram a interação e que foram decorrentes de elementos do contexto extraverbal que envolveu os participantes na atividade. Destaca-se a não aceitação da explicação de colegas como possível saída para não expor que não sabe, ou para manter a posição de quem ensina e acredita que os esquemas de conhecimento que mobiliza são os adequados ou ainda porque as réplicas dos colegas e do professor não estabeleceram a compreensão ativa e não mobilizaram os conhecimentos retrospectivos à resolução adequada.

Referências

BAKHTIN, M. *Marxismo e filosofia da linguagem*. 12. ed. Trad. Michel Lahud e Yara Frateschi Vieira, São Paulo: Hucitec, 2006.

BEATÓN, G.A. *La persona en el enfoque histórico cultural*. São Paulo: Linear B, 2005.

BORGES, W.A. *Processos de linguagem na aprendizagem matemática de um grupo de alunos do 1º ano do ensino médio*. 2013. 247f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2013.

FINO, C. N. Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP): três implicações pedagógicas. In: *Revista Portuguesa de Educação,* vol. 14, n. 2, p. 273-291, 2001. ISSN 0871-9187

KARRER, M. *Logarítmos: proposta de uma sequência de ensino utilizando calculadora*. 1999. 238f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.

KASTBERG, *Signe. Understanding mathematical concepts: the case of the logarithmic function.* 2002. 216f. Thesis (Doctor of Philosophy). University of Georgia, Athens, Georgia, 2002.

OLIVEIRA, M.H.P., BORGES, W.A. (2013) Contribuições de Vigotski, Bakhtin e Wittgenstein para o entendimento dos processos de linguagem na aprendizagem de potências com expoente negativo. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 6, p. 119-134, 2013. ISSN 1982-7652.

RADFORD, L. *Cognição matemática: história, antropologia e epistemologia.* São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

VIGOTSKI, L.S. *Pensamento* e linguagem. Trad. Jefferson Luiz de Camargo. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

VIGOTSKI, L.S. *Psicologia pedagógica*. Trad. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2010.