

## O CONCEITO DE MÉDIA E VARIABILIDADE NO ENSINO MÉDIO

*Elvis Miranda Silveira*

*Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP*

*elvis.silveira@fmu.br*

### **Resumo:**

A Estatística está cada vez mais presente na vida dos cidadãos, exigindo noções de organização, sistematização e interpretação de dados, habilidades estas que devem ser desenvolvidas nos estudantes desde o ensino fundamental. Diante disso, esta comunicação científica tem como objetivo relatar um estudo centrado no ensino de medidas de tendência central, sendo que faz parte de um trabalho mais amplo. Para obtenção dos dados realizamos um estudo com alunos do terceiro ano do ensino médio de escolas públicas do estado de São Paulo. O quadro teórico foi composto por Gal (2002) e Watson (2006), no que se refere a definição de letramento estatístico. De modo geral a análise do teste estatístico mostrou que os alunos apresentaram dificuldades para interpretar dados no gráfico dotplot, bem como no contexto de medidas de dispersão, uma vez que a grande maioria dos alunos não foram capazes de responder qual gráfico mostra a maior variabilidade.

**Palavras-chave:** Medidas de tendência central; medidas de dispersão; letramento estatístico; ensino médio.

### **1. Introdução**

Diariamente são vinculadas informações com tratamento estatístico nos diversos meios de comunicações representadas por meio de gráficos e tabelas cada vez mais elaboradas, que exigem do cidadão o conhecimento estatístico para análise e interpretação das mesmas. Além disso, as estatísticas são de grande importância para a educação científica e cívica, pois em qualquer que seja a pesquisa, estão envolvidos processos tais como coletar, organizar, sistematizar e interpretar dados, habilidades estas que devem ser desenvolvidas pelos estudantes do ensino fundamental desde as series iniciais.

Tal importância e necessidade justificam a adoção destes conceitos nos programas de ensino fundamental e médio em vários países, incluindo o Brasil, onde são recomendados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) elaborados e publicados pelo SEF/MEC, por meio de temas como Análise Combinatória, Probabilidade e Estatística, presentes no bloco de conteúdo “Tratamento da Informação” do currículo de Matemática para o Ensino Fundamental e no bloco “Análise de Dados” para o Ensino Médio (BRASIL, 1997, 2002, 2006).

Além dos PCN, alguns estados brasileiros elaboraram currículos que recomendam o ensino de Estatística. Um exemplo é o estado de São Paulo, que estabelece no seu currículo oficial (SÃO PAULO, 2010a), a abordagem de tópicos de Probabilidade e de Estatística, tanto para o Ensino Fundamental quanto para o Ensino Médio. No ensino Fundamental II o currículo é dividido em quatro cadernos para cada série ou ano escolar, e os conteúdos de Estatística são apresentados entre um tema ou outro da Matemática. Já no ensino médio além de ser trabalhada a Probabilidade no segundo ano, é apresentado também, no 4º bimestre do 3º ano do ensino médio, um caderno com o conteúdo específico de Estatística, sendo abordados os seguintes temas: gráficos estatísticos (cálculo e interpretações), medidas de tendência central, medidas de dispersão e elementos de amostragem (SÃO PAULO, 2010b).

Neste contexto, o ensino de Estatística tem grande participação na formação do cidadão, no que se refere ao desenvolvimento de habilidades para ler e interpretar criticamente informações com tratamento estatístico, expressar suas opiniões ou suas considerações acerca da aceitação das conclusões fornecidas, bem como, tomar decisões baseadas nas mesmas. O desenvolvimento de tais habilidades constitui o que Gal (2002) denomina de Letramento Estatístico. Um indivíduo letrado estatisticamente poderá compreender melhor a sua realidade, de forma que consiga constatar a veracidade das informações, tendo mais chances de conseguir avaliá-las com segurança e tomar decisões conscientes, sem a preocupação de estar sendo induzido pela maneira com que as mesmas possam ser apresentadas.

Diversas pesquisas apontam deficiências no processo de ensino e aprendizagem de Estatística, mais especificamente relacionados ao conceito de média aritmética, desde o ensino fundamental ao ensino superior, como Mevarech (1983), Strauss e Bichler (1988), Goodchild (1988), Gal (1995), Watson (1996), Batanero (2000), Carzola (2002), Lima (2005) e Khalil (2010).

Diante disso, este texto relata um estudo centrado no ensino de medidas de tendência central que expressa a incidência de dados quantitativos de se agruparem ao redor de um valor central e as medidas de dispersão, que possibilitam julgar se os dados têm tendência central forte ou fraca se baseando na dispersão estatística, como por exemplo, no desvio padrão, conceitos estes, que estão inseridos no conteúdo de Estatística no ensino médio do estado de São Paulo. Este artigo faz parte de trabalho mais amplo no qual o objetivo foi propor, avaliar e validar, uma escala de atitudes em relação à Estatística para o ensino médio.

## 2. Quadro teórico

Neste trabalho abordamos o termo letramento estatísticos referenciados por dois autores, Gal (2002) e de Watson (2006), que consideram uma pessoa que possui habilidade para entender e avaliar criticamente resultados cotidianos, bem como apreciar contribuições que o pensamento estatístico pode trazer nas decisões públicas e na vida profissional e pessoal, o que se mostra nos dias atuais um pré-requisito para que um adulto possa viver em uma sociedade industrializada, onde tenha que enfrentar demandas sociais e de trabalho, como um de conjunto de atributos que definem uma pessoa letrada em Estatística.

Watson (2006) considera ainda que o desempenho individual do aluno na realização de uma tarefa de acordo com os conteúdos estatísticos, ou contexto envolvido (dentro ou fora da escola) e as habilidades Matemáticas/Estatísticas pode ser classificada em seis estágios de desenvolvimento do letramento estatístico: Idiossincrático, Informal, Inconsistente, Consistente e não Crítico, Crítico e Matematicamente Crítico. As características destes estágios são definidas de acordo com o contexto e os conceitos estatísticos envolvidos, por exemplo, para o conceito de variação como é discutido nesse trabalho.

## 3. Metodologia

O estudo foi realizado com 175 alunos do terceiro ano do ensino médio de sete escolas públicas das cidades do estado de São Paulo, sendo quatro escolas de Santo André (totalizando 105 alunos), uma de São Paulo e duas de Guarulhos, vale salientar que as escolas participantes tiveram suas identidades preservadas. Os alunos tinham faixa etária de 16 a 20 anos, com idade média de 17,50 anos (desvio padrão igual a 0,74). As escolas e as classes foram selecionadas de forma intencional, conforme a disponibilidade dos professores no momento da pesquisa, constituindo assim uma amostra não probabilística.

Com o objetivo de traçar um perfil dos alunos pesquisados foi aplicado também um questionário de perfil do aluno composto de 11 questões, envolvendo a identificação socioeducacional, como idade, sexo, se trabalha ou não, entre outros. Foi aplicado também um teste sobre conceitos estatísticos adquiridos pelos alunos após vivenciar o conteúdo, abordando os tópicos de Estatística propostos no caderno 4 do Currículo Oficial de São Paulo de 2010.

Os dados a serem discutidos adiante estão relacionados ao questionário de perfil e

uma questão sobre o conceito de medidas de tendência central com leitura de um gráfico dotplot<sup>1</sup> e desvio padrão.

#### 4. A investigação: análise dos dados

Analisando as respostas do questionário de perfil dos 175 alunos, pôde-se observar que 51,4% eram do gênero feminino, 74,3% estudavam no período noturno, 56,8% trabalhavam e 18,4% estavam procurando emprego.

Quando questionados se existia alguma disciplina que gostavam, 76,4 % disseram que sim, desses 33,1% escolheram a Matemática pelas seguintes justificativas: 52,3% e 18,2% por ser o conteúdo da disciplina muito importante/atrativo para, respectivamente, sua formação geral e sua vida, 22,7% e 6,8% por considerar que, respectivamente, o professor e a metodologia/materiais didáticos, é que tornam a disciplina atrativa.

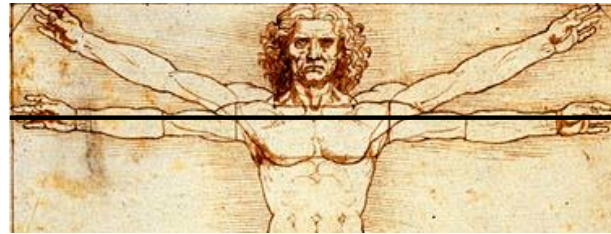
Quando questionados se já haviam estudado em anos anteriores algum conceito estatístico, apenas 50,6% dos alunos responderam que sim, resultado este muito similar ao encontrado no estudo de Almeida (2010), que ao fazer essa mesma pergunta a 376 alunos do ensino fundamental, apenas 52,4% responderam que já haviam estudado algum conceito estatístico. Uma possível explicação para a incidência de alunos que conheciam algum conceito de Estatística deve ao uso de termos como: porcentagem, probabilidade e população em que sua abordagem também em tópicos de Matemática e outras disciplinas desde o ensino fundamental, ou mesmo por estarem presentes no seu cotidiano, em situações reais, como por exemplo, a porcentagem de desconto para o pagamento a vista de um produto; a probabilidade de chuvas na previsão do tempo, entre outros.

Fato que pode estar relacionado à possibilidade de que os alunos que participaram da pesquisa não tenham visto os conceitos de Estatística previstos para o ensino fundamental e médio, o que se contrapõe as indicações dos PCN, ou mesmo, se viram tais conceitos não conseguiram relacioná-los a ponto de não lembrar que já haviam estudado.

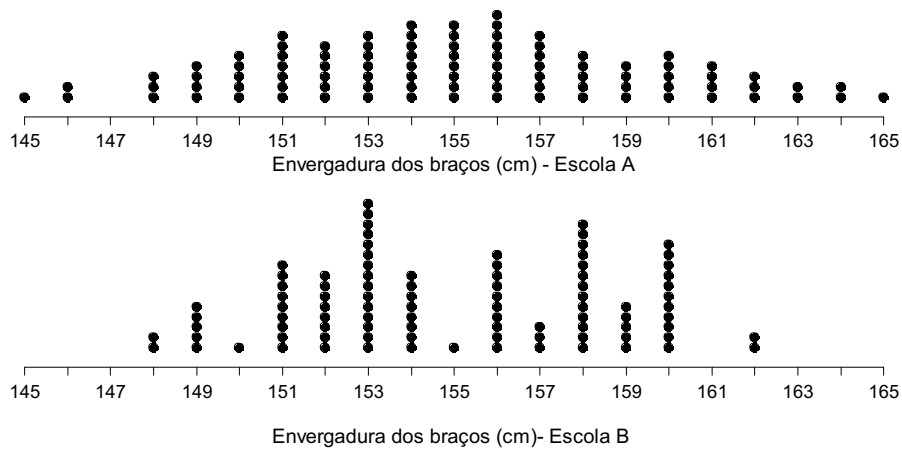
Quanto à questão analisada, o contexto envolvido eram dois dotplot representando a envergadura dos braços de alunos de duas escolas, denominadas A e B. Essas questões exigiam do aluno a leitura dos gráficos na primeira questão e o conhecimento do conceito de variabilidade na segunda questão, como pode ser observada abaixo:

<sup>1</sup> Dotplot é um gráfico de pontos que representa cada observação obtida em uma escala horizontal permitindo visualizar a distribuição dos dados ao longo deste eixo.

Os seguintes gráficos descrevem alguns dados coletados sobre a envergadura dos braços de alunos da 8º ano de duas escolas diferentes.



Envergadura  
dos braços



01. Quantos alunos com uma envergadura dos braços de 156 cm têm em cada escola?

02. Qual gráfico mostra a maior variabilidade<sup>2</sup> da envergadura dos braços dos alunos? Assinale com um "X" a alternativa que representa sua escolha. Explique porque você escolheu esta alternativa.

( ) Escola A      ( ) Escola B

Para a análise da questão 01 as respostas foram classificadas em três categorias 0, 1 e 2 de acordo com o quadro 01. Vale salientar que foi feita uma adaptação da proposta de Watson e Callingham (2004), com a inserção de uma nova categoria para separar os alunos que indicaram apenas uma resposta correta dos que informaram os dois valores corretos.

<sup>2</sup> Variabilidade é a característica que permite interpretar a dispersão dos dados.

Categoria	Descrição
0	Resposta em branco, não soube responder ou os dois valores incorretos.
1	Um dos valores corretos: $A = 9$ ou $B = 10$ .
2	Os dois valores corretos, $A = 9$ e $B = 10$ .

Quadro 01- Descrição das categorias da questão 01

O número de respostas por categoria dessa questão, obtidas na questão podem ser observadas na tabela 01

	Categorias da questão 01			Total
	0	1	2	
	60	9	106	175

Tabela 01- Número de respostas da questão 01 de acordo com as categorias

Analisando os resultados apresentados na tabela 01 verifica-se que a maioria dos alunos conseguiu mencionar as duas respostas certas, o que era um resultado esperado uma vez que a questão envolvia apenas a leitura simples dos gráficos. Ressalta-se que no caso do dotplot a determinação do número de alunos para cada valor de envergadura fica ainda mais evidente, pois existe uma equivalência direta com o número de pontos.

Destaca-se, que dentre as respostas na categoria 0 ou 1, algumas consideram que para a escola A o número de estudantes com envergadura de 156 cm era de 8,5, o que demonstra que esses alunos fizeram uma leitura completamente equivocada do gráfico, pois não pode existir um número de alunos não inteiro no contexto de um dotplot.

Para a questão 02 as respostas foram classificadas em cinco categorias 0, 1, 2, 3 e 4, de acordo com categorização de Watson e Callingham (2004), para essa mesma questão. A descrição das categorias e os exemplos de respostas dos alunos tanto do artigo de Watson e Callingham (2004) como deste estudo, podem ser observados no Quadro 02.

Categoria	Descrição	Exemplos de pesquisas	Exemplos deste estudo
0	Sem justificativa	Em branco	Em branco
	Erro na leitura dos dados ou do enunciado, argumentos sem justificativa	“Há mais pessoas na escola A”	“Escola B, porque tem mais alunos”
	Aparência do gráfico e preferência pessoal	“Escola A, mais fácil para ver qual é mais alto”	“Escola A, porque o gráfico é maior”; “Escola B, por que vai de 5 em 5” Escola B, porque contém o maior número de bolinhas.
	Foco no conteúdo dos dados	“Escola A, mais pessoas são maiores”	Porque tem mais alunos em vários tamanhos
1	Aplicação errada de variabilidade e foco na altura média	“Escola A, muitas pessoas estão em torno da mesma altura naquela escola”	“Escola A, porque tem mais alunos com envergadura de 156 cm”
2	Foco no número das barras individuais, sem levar em consideração o que elas representam	“Escola A, porque o gráfico na escola A mostra mais barras”	“Escola A, porque tem muito mais volume do que B”,
	Foco no tamanho das barras individuais, sem levar em consideração o que elas representam	“Escola B, porque os estudantes são todos de alturas diferentes”	Escola B, porque podemos ver pelo gráfico que ele não segue uma reta padrão, há momentos onde é baixo e outros que é alto.
3	Menciona implicitamente o valor da amplitude/diferença das alturas	“Escola A, porque eles têm pelo menos uma pessoa em várias alturas, exceto em 147 cm”	“Escola A, porque as envergaduras dos braços são variadas, tem até 165 cm”
4	Menciona explicitamente o valor da amplitude/dispersão e/ou a variedade das alturas (espalhamento)	“Escola A, tem mais de cada altura. Escola B, tem muitos de uma”	Escola A, porque em todos os resultados de envergadura existe um tanto de aluno, permitindo uma maior variedade de alunos.

Quadro 02: Descrição das categorias e os exemplos de respostas dos alunos, tanto das pesquisas de Watson e Callingham (2004) como desse estudo para a questão 02.

O número de respostas por categoria dessa questão, obtidas no teste podem ser observadas na tabela 02.



Categorias do teste					Total
0	1	2	3	4	
139	4	8	4	20	175

Tabela 02 - Número de respostas da questão 02 no teste estatístico de acordo com as categorias

Analisando os resultados apresentados na tabela 02 é possível perceber que apenas 11% são classificados nos estágio crítico segundo a descrição dos estágios de desenvolvimento propostos por Watson (2006) para o tópico de variação, em que o aluno é capaz perceber mudanças nos dados ao longo do tempo ou reconhecer explicitamente a variação do aspecto visual do gráfico. Observamos uma predominância de quase 80 % de respostas na categoria 0, o que pode ser reflexo da falta de conhecimento e/ou entendimento dos alunos do termo variabilidade, como apresentado nos resultados do questionário de perfil, em que apenas 6% dos alunos responderam que conheciam ou seriam capaz de interpretar os termos “variância” e “desvio padrão”.

De modo geral a análise do teste estatístico mostrou que os alunos apresentaram dificuldades para interpretar dados no gráfico dotplot e relacionar o conceito de desvio padrão, uma vez que não era necessário calcular precisamente essa medida para responder corretamente a questão, o que indica, que os alunos não demonstraram possuir o nível de letramento estatístico esperado para esta fase de estudos, apesar das atividades desenvolvidas no caderno 4 do Currículo Oficial de São Paulo (2010).

Estes resultados reforçam a necessidade de que seja trabalhado, mesmo que de forma intuitiva (informal) o conceito de variabilidade, pois se trata de um dos componentes fundamentais para o pensamento estatístico segundo Wild e Pfannkuch (1999). Para Garfield e Ben-zvi (2005) a variabilidade deve ser enfatizada em todo ensino de Estatística, desde os primeiros anos por meio de atividades que vise: desafiar os estudantes a discutir sobre os conjuntos de dados, a fim de seres capazes analisarem e interpretarem situações que envolvam o conceito de variabilidade e possibilitando assim uma investigação crítica sobre os dados.



## 5. Considerações Finais

De modo geral a análise do teste estatístico mostrou que os alunos apresentaram dificuldades para interpretar dados no gráfico dotplot, uma vez que não era necessário calcular precisamente essa medida para responder corretamente a primeira questão, bastavam contar os pontos referentes às envergaduras de 156 cm. Outro aspecto que demonstra que alguns alunos fizeram uma leitura completamente equivocada do gráfico é a constatação de respostas com número de estudantes com envergadura de 156 cm de 8,5, pois não pode existir um número de alunos não inteiro no contexto de um dotplot.

Destacamos também a deficiência no contexto de medidas de dispersão, uma vez que a grande maioria dos alunos não foram capazes de responder qual gráfico mostra a maior variabilidade da envergadura dos braços dos alunos, conceito este de grande importância, pois segundo Garfield e Ben-zvi (2005) a variabilidade deve ser enfatizada em todo ensino de Estatística, desde os primeiros anos por meio de atividades que vise: desafiar os estudantes a discutir sobre os conjuntos de dados, o que exigirá que os estudantes o domínio do conceito de variabilidade para levantar e testar conjecturas.

## 6. Referencias Bibliográficas

ALMEIDA, C. C.. **Análise de um instrumento de letramento estatístico para o ensino fundamental II**. Dissertação de mestrado em Educação Matemática, Universidade Bandeirantes de São Paulo, 2010.

BATANERO, C. **Significado y comprensión de las medidas de posición central**. UNO, V. 25 , p. 41-58, 2000

BRASIL,. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria da Educação Fundamental, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: Ministério da Educação, 1999

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais+ Ensino Médios**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais+ Ensino Médios**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: Ministério da Educação, 2006.

CAZORLA, I. **A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura e gráficos**. Tese (doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas 2002.

GAL, I. **Statistical tools and Statistical Literacy. The case of the average**. Teaching Statistics Rapid city, V.17, n. 3, p. 97-99. Set 1995

GAL, Iddo. **Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities**. International Statistical Review, v. 70, n.1, p. 1-25, 2002.

GARFIELD, J., & BEN-ZVI, D. (2005). **A framework for teaching and assessing reasoning, about variability**. Statistics Education Research Journal, 4(1), 92-99.

GOODCHUID, S. **School pupil's Understanding of Average**. Teaching Statistics, Rapid city, V.10 , n.3, p.77-81 , 1998.

KHALIL, N. Teaching Average to Secondary School Studentes. **Journal of Kufa Mathematics and Computer**. v.1, n.2, p.123-131, out 2010.

LIMA, R. C. R. **Introduzindo o Conceito de Média Aritimética na 4ª série do Ensino Fundamental Usando o Ambiente Computacional**. 2005. 272f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MEVARECH, Z.R. A Deep Structure Model of Students' Statistical Misconceptions. **Educational Studies in Mathematics**. V.14, n.4, p. 415-429.1983.

SÃO PAULO, **Secretaria de Educação. Currículo do Estado de São Paulo**: Matemática e suas tecnologias: Ensino Fundamental e Ensino Médio. SEE/SP, 2010a. 72 p.

SÃO PAULO, **Secretaria de Educação. Caderno de matemática do currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias: Ensino Fundamental e Ensino Médio.** SEE/SP, 2010b. 72 p.

WATSON, J. What's the point? **The Australian Mathematics Teacher**, Stepney, v.52, n.2, p.40-43, 1996.

WATSON, J. M.; CALLINGHAM A. R. **Statistical literacy: from idiosyncratic to critical thinking.** In: Curricular Development in Statistics Education. Sweden: [s.n.], 2004.

WATSON, J. **Statistical literacy at school: growth and goals.** New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2006

WILD, C.; PFANNKUCH, M. **Statistical thinking in empirical enquiry.** International Statistical Review, Auckland, v. 6, p. 223–265, 1999.