

PROVAS MATEMÁTICAS E OS PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO

*Ednaldo José Leandro
Instituto Federal de São Paulo-IFSP-Suzano
ednaldo@ifsp.edu.br*

*Antonio Luis Mometti
Instituto Federal de São Paulo-IFSP- Guarulhos
antonio.mometti@ifsp.edu.br*

Resumo:

Neste artigo, apresentamos os resultados parciais da pesquisa de mestrado (Programa PROFMAT-EACH/USP- LESTE - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) o qual tem como foco o levantamento das práticas de professores com relação ao ensino/aprendizagem das provas matemática no ensino médio da Educação Básica, pois nos questionamos se eles de fato privilegiam as provas em suas aulas. Inicialmente, acompanhamos aulas de professores licenciados em Matemática na educação básica para identificação daqueles que privilegiam o tema em suas aulas. Optamos por elaborar um estudo de caso e foram utilizados os seguintes instrumentos para a coleta de dados: observação direta e anotações de campo. Constatamos que apenas 7% dos professores acompanhados abordam as provas matemáticas em sala de aula de forma proposital e planejada, o que acreditamos ser um índice muito baixo.

Palavras-chave: Provas Matemáticas, Educação Básica e Formação de Professores.

1. Introdução

O programa PROFMAT (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) tem como foco principal os professores de Matemática do ensino básico da escola pública e busca o aprofundamento de conteúdo matemático relevante para sua atuação docente, com o fim específico de melhorar o ensino aprendizagem. O Trabalho de Conclusão de Curso deve versar sobre temas específicos pertinentes ao currículo de Matemática da Educação Básica e que tenham impacto na prática didática em sala de aula;

Enquanto professor de matemática da Educação Básica, percebemos nossas dificuldades na abordagem das provas matemáticas em sala de aula, mesmo elas permeando os conteúdos matemáticos nesse nível de ensino.

Assim, resolvemos propor ao programa PROFMAT-EACH/USP-LESTE, a realização de um estudo de caso para elaborar levantamento das práticas de professores de matemática,

atuantes no ensino médio da educação básica nas escolas públicas, com relação o ensino/aprendizagem das provas matemáticas em sala de aula.

Por acreditarmos que o discurso do professor pode não retratar realmente o seu trabalho em sala de aula, pois recebemos grande influência social além de outros fatores extraclasse, resolvemos acompanhar as aulas dos professores em sala de aula, ou seja, presenciar sua prática diária, pois ela permitirá de forma transparente percebermos suas concepções, o papel reservado aos alunos, a forma e a abordagem dos conteúdos matemáticos, com relação à temática.

O presente artigo refere-se aos resultados obtidos durante o primeiro levantamento, realizado junto aos professores, para identificar aqueles que privilegiam as provas nas suas aulas.

2. Provas Matemáticas

Ao longo do desenvolvimento da Educação Matemática diversas são as pesquisas associadas às provas matemáticas, em todos os níveis de ensino. Tanto que Reid e Knipping (2010), ao perceberem o grande número de trabalho sobre o tema resolveram elaborar um livro sintetizando a literatura existente.

Os trabalhos de Balacheff (1987, 2000) são particularmente importantes, pois neles encontramos definições de alguns termos que adotamos nesse trabalho, como: “explicação”, “provas” e “demonstração”. O termo “explicação” é uma ideia primitiva da qual deriva os termos prova e demonstração. A seguir, descrevemos os termos definidos e hierarquizados, denominados tipos de sofisticações de provas.

- Na explicação, busca-se o convencimento a partir da explicitação do caráter verdadeiro da afirmação em que as razões expostas podem ser discutidas, refutadas ou aceitas.
- A prova é constituída por explicações aceitas por certa comunidade, num certo momento, que pode ser objeto de um debate.

- A demonstração é uma prova que segue regras determinadas e são aceitas pela comunidade matemática, ou seja, obtida a partir das que a antecedem por um processo dedutivo, usando um conjunto de regras bem definidas.

Na Educação Básica, as provas matemáticas defendidas não são apenas as formais e sim um longo processo, privilegiando vários níveis de provas e funções. Funções essas que vão além da simples verificação dos resultados matemáticos, ou seja, outros objetivos além da verificação da verdade de uma afirmação.

Nas pesquisas de De Villiers (1990, 1993, 2001) encontramos uma ampliação das funções das provas matemáticas. O autor expõe algumas funções das provas dentro da atividade matemática, buscando descrever motivações e objetivos a serem alcançadas no ensino e aprendizagem, tornando-as mais significativas. Aponta como funções das provas:

- Verificação, vista pela maioria como a única forma do matemático alcançar a certeza/convicção das propriedades matemáticas; utilizada quando precisamos nos convencer ou convencer alguém da verdade de uma afirmação. Muitas vezes, é depois de empregar o raciocínio indutivo, que se chega à convicção que algo é verdadeiro, o que resulta em incentivo para a busca da sua demonstração.

- Sistematização, pela organização dos diversos resultados conhecidos num sistema dedutivo, partindo de conceitos básicos ou axiomas e regras estabelecidas; pode servir para apontar inconsistência.

- Descobrimto, por permitir obter novos resultados dedutivamente; encontramos descobertas matemáticas que emergiram de processos puramente dedutivos e não apenas da intuição ou métodos empíricos.

- Comunicação, pela forma eficaz de transmissão dos conhecimentos matemáticos; encontramos aqui uma forte dimensão social, não fugindo nem mesmo a demonstração matemática, do contexto social e da negociação dos conceitos em jogo.

- Desafio intelectual, pelo desafio intelectual proporcionado na construção de uma prova matemática e pela grande engenhosidade necessária ao matemático para obter sucesso.

- Explicação, pela exibição dos motivos, razões das verdades apresentadas. Essa função é atingida quando a prova fornece os indícios do por que ela é verdadeira, característica apontada por matemáticos e educadores matemáticos como o aspecto mais importante das provas matemáticas.

De Villiers (2001) defende no ensino e aprendizagem a abordagem da dúvida como uma forma eficiente de fazer os alunos avançarem na elaboração de justificativas em matemática. Para o autor os alunos precisam sentir a necessidade de provar, justificar e convencer o outro a respeito de suas afirmações. Apresentar os motivos pelos quais acredita ser a afirmação correta, não só para se convencer, mas também para convencer o outro, dividir com o outro a sensação da certeza, deixando explícito porque acredita como chegou a uma dada conclusão e o que respalda sua convicção.

Quanto às tipologias das provas matemáticas, Balacheff (1987) apresenta uma classificação delas, obtidas após análise das respostas apresentadas pelos alunos a um problema que envolve o número de diagonais de um polígono. São elas:

1. empirismo ingênuo - é o tipo de prova mais simples; nele os alunos afirmam a validade da propriedade, depois de verificar apenas alguns exemplos;

2. experiência crucial - nesse caso, os alunos elegem minuciosamente um exemplo, mas, ao contrário do empirismo ingênuo, tentam, explicitamente, generalizar a propriedade. Mesmo verificando em um caso particular, não o consideram tão particular, acreditando poder ser geral;

3. exemplo genérico – nesse tipo de prova, os alunos utilizam um caso específico para representar todos os casos possíveis em um argumento geral; e

4. experiência mental – na qual os alunos utilizam apenas raciocínios interiorizados e não mais ligados à ação, verificação concreta.

Para Balacheff (1987), o empirismo ingênuo e a experiência crucial estão categorizados como provas pragmáticas. Já a experiência mental está categorizada como prova intelectual. O exemplo genérico é classificado ora em provas pragmáticas, ora como provas intelectuais.

As pesquisas associadas às provas matemáticas e à formação de professores são focadas tanto na sua formação inicial (Garnica, 1995 e Pietropaolo, 2005) como nas dificuldades durante o magistério (Almouloud, 2006). Esses pesquisadores indicam as dificuldades das provas matemáticas em vários níveis de ensino e propõem os caminhos a seguir.

O pesquisador Almouloud (2006), que há muito tempo pesquisa as provas matemáticas e acompanha a formação continuada de professores da rede pública de São Paulo, chama a atenção para as dificuldades dos professores sobre a temática e os entraves do seu ensino e aprendizagem na educação básica.

O papel da prova rigorosa na formação do professor foi objeto da pesquisa de Garnica, 1995. Na busca pelo significado da prova rigorosa na formação do professor de Matemática, o autor identifica a importância da prova rigorosa nessa formação, distinguindo e identificando duas leituras para ela: a primeira, de natureza técnica, procedimental, ligada diretamente à prática científica da Matemática, e a outra de natureza crítica, reflexiva, que para ele deve ser integrada por meio de motivações que levantem abordagens históricas e filosóficas de modo a permitir um esclarecimento quanto ao modo de criação e divulgação das concepções que permeiam o fazer matemático, relativizando a ideia de rigor, mais próximo do ensino e aprendizagem na Educação Básica.

A pesquisa de Pietropaolo (2005) teve como objetivo procurar compreensões sobre a necessidade e a acessibilidade da implementação de provas e demonstrações nos currículos de Matemática da Educação Básica e ainda investigar as implicações que essa inovação traz aos currículos de formação inicial de professores. Sua proposta é de uma (re)significação das provas nos currículos da Educação Básica e nos de formação de professores.

Em suas entrevistas com professores, de todos os níveis de ensino, Pitropaolo (2005), encontrou um consenso: a riqueza da prova, no sentido amplo da palavra, como um conteúdo e também como recurso pedagógico na Educação Básica e ainda a necessidade de uma formação do professor que permitissem envolver seus alunos em todo o processo e não apenas a simples reprodução em sala de aula.

Como pretendemos obter um levantamento das práticas de professores com relação ao ensino/aprendizagem das provas matemáticas no ensino médio da Educação Básica, nos questionamos se os professores privilegiam as provas matemáticas no ensino médio da educação básica. Mesmo sabendo que os professores desenvolvem durante a atividade docente competências para elaborar e desenvolver situações de aprendizagem envolvendo provas, não é possível negar que uma formação inicial e continuada é necessária para o pleno desenvolvimento profissional do professor, em especial no que se refere às provas matemáticas.

Prevendo que nem todos os professores privilegiavam as provas matemáticas em suas aulas, resolvemos acompanhar as aulas de todos os professores de matemática das 7 escolas acompanhadas e elaborar um levantamento preliminar dos quais as privilegiavam durante suas aulas.

3. Concepções

Buscando influências na prática de ensino dos professores de matemática, detectamos que as concepções que eles possuem sobre a matemática pode ser determinante para seu método de ensino e sua aprendizagem. Assim, investigamos sobre o tema, encontramos o trabalho de Kubs e Ball (1986), citados por Thompson (1992), que abordam as perspectivas de ensino que surgem com maior frequência nas práticas dos professores, bem como a visão da Matemática que usualmente lhes está associada.

Esses autores explicitam quatro visões sobre o ensino da matemática com maior frequência nas práticas dos professores, a saber: a focada no aluno, no conteúdo com ênfase no entendimento conceitual, no conteúdo com ênfase no desempenho e na sala de aula.

No aluno: ensino da matemática que foca na construção individual do conhecimento matemático do aluno, visão construtivista. Tendo o aluno um papel ativo em todo processo e cabendo ao professor criar o ambiente de atividades matemáticas que possibilitem a exploração, defesa e validação das ideias matemáticas por parte dos alunos. O professor é visto como um facilitador da aprendizagem do aluno.

No conteúdo com ênfase no entendimento conceitual: onde o foco é o conteúdo matemático, mesmo que exista uma preocupação de privilegiar o desenvolvimento da compreensão conceitual dos alunos acerca das ideias e processos matemáticos, dando-se ênfase às relações lógicas subjacentes, visão formalista. Ao professor, cabe o papel de sequenciar as ideias e os processos matemáticos que devem ser ensinados.

Focada no conteúdo com ênfase no desempenho: O foco continua no conteúdo matemático, apresentado de forma organizada e de forma hierarquizada e sequencial ao aluno, ou seja, o principal são as regras e fórmulas que podem ser utilizados para resolver problemas. Uma visão instrumental da matemática. Espera-se do aluno um bom conhecimento das regras e procedimentos que lhes serão úteis. O professor tem a função de expor os conteúdos matemáticos de forma sequencial e exemplificada.

Na sala de aula: ensino da matemática baseado no conhecimento efetivo da classe (p. 136). O conteúdo matemático não assume importância relevante. O aspecto fundamental é garantir aulas que mantenham os alunos efetivamente envolvidos num trabalho, conforme os currículos estabelecidos. Não associada a qualquer visão sobre o ensino da matemática pelos pesquisadores. Ao professor cabe estruturar e conduzir as atividades.

Acreditamos que o acompanhamento das aulas dos professores, ou seja, de sua prática diária, permita de maneira mais clara perceber suas concepções, o papel que o aluno deve exercer e a forma de abordagem dos conteúdos matemáticos, o que não poderíamos perceber apenas pelo seu discurso, que acreditamos receber grande influência social além de outros fatores extraclasse.

4. Metodologia

Constatamos em nossas leituras que a pesquisa qualitativa é a mais indicada para a nossos objetivos, pois ela é definida como aquela cujos dados são colhidos diretamente no ambiente natural de maneira que possam ser descritos, tendo como principal instrumento o investigador. As cinco principais características da pesquisa qualitativa são:

- utiliza-se o contexto onde ocorre o fenômeno como fonte direta para obtenção dos dados;
- o pesquisador é considerado instrumento-chave para o desenvolvimento do trabalho;

- a preocupação está no processo e não simplesmente nos resultados e produtos;
- os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente, mas o fenômeno pesquisado é explicado dialeticamente de forma indutivo-dedutiva e compreendido em sua totalidade;
- o significado é a preocupação essencial na abordagem qualitativa. (LÜDKE e ANDRÉ, 2007, p. 17).

Por essas características podemos considerar que na abordagem qualitativa o pesquisador busca, em contato direto com o objeto estudado em sua complexa realidade, coletar dados descritivos com um plano aberto e flexível, de forma natural, valorizando o processo e a visão dos participantes.

Como estratégia para coleta de dados, nesta pesquisa, utiliza-se o maior número possível de informações e dados, como ensina os princípios do estudo de caso Yin (2010). Utilizamos, então, as fontes: observação direta, gravação em áudio, anotações de campo e entrevistas. Dessa forma, tentamos dar um maior rigor aos dados levantados, o que o autor chama de triangulação dos dados, ou seja, a indicação de uma mesma evidência por meio de fontes diferentes.

A observação direta e anotações de campo foram realizadas durante os acompanhamentos das aulas. Nosso objetivo principal foi observar a abordagem das provas matemáticas durante as aulas. Focamos nos discursos, argumentos, ideias, juízos e razões apresentadas pelos professores quando da sua abordagem nas turmas.

Apoiamos-nos ainda nas gravações de áudio realizadas no acompanhamento das aulas e entrevistas.

As anotações de campo elaboradas durante a observação nos encontros nos auxiliaram nas análises, pois destacamos nelas aspectos importantes, atribuindo-lhes possíveis sentidos com base no referencial teórico delimitado.

As entrevistas foram utilizadas para esclarecer, enriquecer e aprofundar os dados coletados nos encontros e atividades e ainda, utilizamos a gravação em áudio. Minayo (1994, p.15) define a entrevista como:

[...] O procedimento mais usual no trabalho de campo. Através dela, o pesquisador busca obter informes contidos na fala dos atores sociais. Ela não significa uma conversa despreocupada e neutra, uma vez que se insere como meio de coleta dos fatos relatados pelos atores enquanto sujeito objeto da pesquisa que vivenciam uma determinada realidade que está sendo focalizada. (...) conversa a dois com propósitos bem definidos.

Até o presente momento acompanhamos 28 professores de matemática em sete escolas da rede pública estadual, situadas na Grande São Paulo. Os professores acompanhados são na maioria concursados, licenciados e com média de experiência no magistério de 13 anos.

Caracterização dos professores			
Número de Professores	Formação	Rede de ensino de formação inicial	Nível de atuação
6	Licenciatura curta em Matemática	Particular	Ensino fundamental e médio
13	Licenciatura em Matemática	Particular	Ensino fundamental e médio
1	Licenciatura curta em Matemática	Pública	Ensino fundamental e médio
8	Licenciatura em Matemática	Particular	Ensino Médio

5. Dados

A maioria dos professores acompanhados (26 professores) possui uma prática pedagógica semelhante, que é apresentar as definições e propriedades, elaborar alguns exemplos numéricos para os alunos perceberem a validade das propriedades, mais exemplos e exercícios de fixação.

Exemplo de abordagem da propriedade logarítmica: $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

– *Essa propriedade é muito importante, pois deixa os cálculos mais simples. (Professor).*

O professor chama a atenção da utilidade da propriedade e segue apresentando os exemplos:

O $\log_2 16 = x$, usando a definição de logaritmos temos que $x=4$.

O $\log_2 2 = y$, temos que $y=1$.

O $\log_2 32 = z$, temos que $z=5$.

$\log_2 16 = \log_2 (32/2) = \log_2 32 - \log_2 2 = 5 - 1 = 4$.

– *Acreditem é sempre válida, observe as outras propriedades no livro, elas são todas verdadeiras, podemos também verificar com alguns exemplos (Professor).*

Nas entrevistas, percebemos uma grande preocupação dos professores com o desempenho dos alunos nas avaliações externas Saresp (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) e Enem (Exame Nacional do Ensino Médio). Para eles é muito importante a escola preparar os alunos para esses testes e são cobrados constantemente para isso. Acreditamos que o foco continua no conteúdo, visão instrumental da matemática, esperando que os alunos conheçam e utilizem as regras mecanicamente e cabendo ao professor a exposição e exemplificação dos conteúdos matemáticos previstos para o nível de ensino.

Serem capazes de resolver os problemas abordados nas avaliações internas e externas que a escola participa e, conseqüentemente, melhorarem o desempenho da unidade escolar. Assim com o foco no conteúdo com ênfase no desempenho, Thompson (1992).

A forma de abordagem adotada pelos professores ainda é defendida por alguns como forma eficaz de ocupar os alunos e combater a ociosidade e, conseqüentemente, a indisciplina em sala de aula. Uma forma de ocupar o tempo dos alunos.

Apesar das pesquisas encontradas em Educação Matemática nos últimos anos indicarem a importância das provas matemáticas na Educação Básica, nas aulas acompanhadas, percebemos apenas 2 professores as privilegiando em suas aulas, mesmo as provas matemáticas permearem os objetos matemáticos.

Esses dois professores trabalham de forma planejada e intencional, permeando os objetos matemáticos, por exemplo: logaritmos e trigonometria, onde constatamos a elaboração das provas intelectuais, Balacheff (1987).

Os professores começaram declarando a propriedade que querem abordar e em seguida apresentam uma prova para ela. Exemplo.

Propriedade: $\log_a b.c = \log_a b + \log_a c$, ou seja, se $\log_a b.c$ então $\log_a b + \log_a c$
--

Em seguida, resumindo as propriedades de potenciação e utilizando a definição de logaritmo:

$$\log_a b.c = R, \text{ pela definição teríamos } a^R = b.c,$$

Definições : $\log_a b = S$, pela definição teríamos $a^S = b$, e

$$\log_a c = T, \text{ pela definição teríamos } a^T = c.$$

Desenvolvendo:

Afirmção : $\{\log_a b.c = \log_a b + \log_a c \text{ ou } R = S + T,$

$$a^R = b.c, \text{ substituindo } b \text{ por } a^S \text{ e } c \text{ por } a^T, \text{ obtemos :}$$
$$a^R = a^S . a^T = a^{S+T} \text{ propriedade da potenciação, logo :}$$
$$R = S + T \text{ ou } \log_a b.c = \log_a b + \log_a c .$$

Os professores não utilizaram nem citaram as palavras hipótese e tese.

Mesmo constatando professores privilegiando as provas matemáticas em sua prática pedagógica, pouco espaço possuem os alunos para argumentarem, questionarem ou discutirem nessas aulas, cabendo a eles, em grande parte, apenas o papel de ouvintes.

Apesar de atribuir importância às provas matemáticas esses professores indicam um interesse pessoal na sua elaboração, tendo uma visão focada no conteúdo com ênfase no entendimento conceitual, Thompson (1992).

5. Considerações Finais

O que encontramos não é o ideal, pois acreditamos que o ensino e aprendizagem das provas matemáticas seja um processo, e como tal, deve ser privilegiado na educação básica e num ambiente participativo, onde sejam garantidos espaços para argumentar, levantar hipóteses, elaborar conjecturas e avançarem nos níveis de provas elaboradas.

Acreditamos que o ensino e aprendizagem das provas matemáticas desempenham funções distintas, sempre mobilizando habilidades próprias do pensamento racional, e que um processo bem planejado para todos os alunos permite avançar nos níveis de argumentação e de provas durante a Educação Básica. No entanto, percebemos que a abordagem está mais associada a um interesse pessoal do professor, do que em um trabalho sistemático escolar e em apenas poucas turmas com espaço para a participação efetiva dos alunos.

6. Referências

ALMOULOU, S. A.; FUSCO, C. A. **Discutindo algumas dificuldades de professores dos ensinos Fundamental e Médio a respeito do conceito de demonstração.** In: Anais do III SIPEM – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Água de Lindóia, SP, 2006.

BALACHEFF, N. **Procesos de prueba en los alumnos de Matemáticas.** Uma empresa docente, Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia, 2000.

De VILLIERS, M. Papel e funções da demonstração no trabalho com o Sketchpad. Revista Educação e Matemática, Junho, N°. 63, p. 31-36, 2001.

GARNICA, A.V.M., “Fascínio da Técnica, Declínio da Crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática”. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro: IGCE-UNESP, 1995.

LÜDKE, M., ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação; abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU. 10ª Ed. 2007.

PIETROPAOLO, R. C. (Re) Significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática. Tese de Doutorado, PUC/SP, 2005.

REID, D. A., & KNIPPING, C. **Proof in Mathematics Education: Research, Learning and Teaching.** Netherlands: Sense Publishers. (2010).

THOMPSON, A. G. (1992). **Teachers’ beliefs and conceptions: A synthesis of the research.** Handbook of research in mathematics teaching and learning. D. A. Grows (Ed.), pp. 127- 146. New York: Macmillan.

YIN, R. K. **Estudo de Caso: Planejamento e Métodos.** Porto alegre: Ed. Bookman Cia, 2010.