

## ALGORITMO DA SUBTRAÇÃO: UMA ANÁLISE EM DUAS COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 4º E 5º ANOS APROVADAS PELO PNLD

*Regina de Lima Silva*  
UFPE

*Reginalima1517@gmail.com*

*Ana Quele Almeida*  
UFPE

*quelemeister@gmail.com*

*Claudia Albuquerque*  
UFPE

*claudiadealbuquerque1@gmail.com*

### **Resumo:**

Na presente pesquisa analisamos a abordagem do algoritmo da subtração em quatro livros didáticos de matemática do 4º e 5º anos do ensino fundamental. Seleccionamos duas coleções aprovadas pelo PNLD para os anos 2013, 2014 e 2015. Criamos as seguintes categorias de análise: 1. Forma de apresentação do conteúdo da subtração; 2. Os métodos utilizados para a resolução do algoritmo da subtração com reserva; 3. Sugestões de estratégias apresentadas para resoluções das atividades. Buscaremos também algumas orientações teóricas que subsidiarão a pesquisa, relacionadas com a teoria dos campos conceituais das estruturas aditivas de Vergnaud (1982), além de outras pesquisas que enfocam esta temática.

**Palavras-chave:** Algoritmo da subtração; livros didáticos; matemática; análise.

### **1. Introdução**

Na presente pesquisa analisamos a abordagem do algoritmo da subtração em quatro livros didáticos de matemática do 4º e 5º anos do ensino fundamental. Seleccionamos de forma aleatória duas coleções aprovadas pelo PNLD para os anos 2013, 2014 e 2015.

Com base no Guia do PNLD (BRASIL, 2013, p.19), “o livro didático de Matemática, instrumento de trabalho do professor e de aprendizagem do aluno, é adequado na medida em que favorece a aquisição, pelo aluno, de um saber matemático autônomo e significativo.”

Mello (2008) elenca em sua pesquisa, entre outros aspectos, as dificuldades que os alunos do 3º e 4º ciclo de aprendizagem apresentam com o algoritmo da subtração com reserva. A pesquisadora buscou elementos para averiguar se a dificuldade dos alunos estaria no método do empréstimo. Então, nos questionamos como os livros didáticos abordavam o

conteúdo da subtração em coleções do 4º e 5º ano do ensino fundamental. Quais os algoritmos da subtração e as ideias que estariam implícitas ou explícitas nas atividades propostas?

Examinando os estudos de Vergnaud (1982, p.1) acerca da formação dos campos conceituais, podemos concluir que “o saber se forma a partir do problema a resolver... de situações a dominar”, ou seja, são estas situações que colaboram para construir um conceito. O pesquisador discute a tendência no ensino de matemática em demonstrar ao aluno a maneira de fazer algo, porém, argumenta que são as situações-problemas que favorecem a construção de conceitos ao possibilitarem que o aluno crie uma variedade de relações.

Segundo Vergnaud (1996 apud Mello 2008), “quando introduzimos um algoritmo, estamos conduzindo o aluno a criar um determinado esquema.” Teremos este olhar sobre a análise das coleções do PNLD selecionadas, considerando o livro como uma importante ferramenta utilizada na prática docente.

Assim, orientamo-nos pelo guia do PNLD por ter uma abrangência em larga escala que subsidia a escolha de livros didáticos, os quais devem ser pautados por qualidade didática e pedagógica. Para o cumprimento dos requisitos de qualidade dos livros didáticos, O PNLD avalia os livros inscritos conduzindo este processo com critérios rigorosos comuns e específicos a todas as disciplinas curriculares, em parceria com o MEC (Ministério da Educação e Cultura).

Esta pesquisa teve como objetivo examinar a abordagem da resolução do algoritmo da subtração em livros didáticos, especialmente quais os recursos envolvidos na forma de apresentação do conteúdo, quais os métodos utilizados (compensação ou empréstimo) na subtração com reserva e as sugestões de estratégias apresentadas para a resolução de problemas.

## **2. Revisão de literatura**

No contexto das quatro operações fundamentais, a subtração configura-se, juntamente à adição, como aspecto inicial a ser trabalhado na escola (BRASIL, 1997). Os PCN orientam que se trabalhem os problemas subtrativos concomitantemente aos aditivos dada a estreita relação entre eles. Com base nos PCN (BRASIL, 1997, p. 70) “é comum considerar-se que problemas aditivos são mais simples para o aluno do que aqueles que envolvem subtração”. Entretanto, este documento aponta que em algumas situações-problema pode ocorrer o contrário, entre

outros aspectos, pela adição e subtração estarem estreitamente associados. Assim, apresentam os diferentes significados da adição e subtração em quatro ideias principais:

- As situações associadas às ideias de combinar dois estados para obter um terceiro, também denominada de “juntar”;
- O segundo grupo de situações são as transformações de um estado inicial, o qual pode ser positivo ou negativo;
- No terceiro grupo está a ideia de comparação;
- No quarto e último grupo estão as situações ligadas à ideia de mais de uma transformação que por sua vez pode ser positiva ou negativa.

Segundo Vergnaud (1996 apud Lins, 2011, p. 79-80) o campo conceitual das estruturas aditivas é o conjunto das situações em que se inserem cálculos relacionados às adições ou subtrações, havendo nestas uma diversidade de conceitos, como o conceito de numeral, antecessor, sucessor, além de diversas operações envolvendo as variáveis do problema, como: seriar, ordenar, reunir, juntar, somar, acrescentar, subtrair, separar, afastar, transformar, comparar.

Nosso olhar para esta análise não está na ideia de “juntar”, mas nas ideias básicas das relações aditivas e suas diversas situações. Segundo Vergnaud, “As relações aditivas são relações ternárias que podem ser encadeadas de diversas maneiras e resultar em uma grande variedade de estruturas aditivas.” (VERGNAUD, 2009, p. 200). As relações ternárias, por sua vez, têm o papel de ligar:

“- conforme seja a transformação  $b$  positiva ou negativa; - conforme seja a pergunta concernente ao estado final  $c$  (conhecendo-se  $a$  e  $b$ ), à transformação  $b$  (conhecendo-se  $a$  e  $c$ ), ao estado inicial (conhecendo-se  $b$  e  $c$ ). (VERGNAUD, 2009, p. 207).”

As situações problemas de subtração podem apresentar três diferentes ideias: *tirar*, *completar* e *comparar*. A ideia mais usual de subtrair é *tirar*.

São comuns muitas atividades que trabalham estas ideias no livro didático, como no exemplo:

“João tinha 10 bolinhas de gude e deu 5 para seu irmão. Quantas bolinhas João tem agora?”

Este tipo de problema, segundo Magina et al (2008), é facilmente resolvido por crianças de aproximadamente 5 anos, devido à associação que fazem entre as situações de “ganho” e “perda” que são suas primeiras representações sobre as ideias de somar e subtrair. Entretanto, as outras ideias da subtração, *completar* (Quanto falta para?) e *comparar* (quanto tem a mais/menos?), devem ser igualmente exploradas, através de diferentes situações, para que se construam os significados desta operação fundamental.

As situações apresentadas para as crianças devem representar situações concretas para que seja possível que as mesmas relacionem sua realidade às diferentes ideias de subtrair. Nogueira (2015), afirma que na ideia de comparar a criança não depara-se com grandes dificuldades por que esta trata de uma correspondência biunívoca, apenas contando os elementos que sobraram depois:

“Isabela tem 20 adesivos. Manoela tem 30. Quantos adesivos Manoela tem a mais que Isabela?”

Esta situação representa uma sentença do tipo  $(X - Y)$  a qual não apresenta dificuldades expressivas pelas crianças.

A ideia de completar, entretanto, pode apresentar dificuldade para a criança saber quando se deve acrescentar valores à quantidade que tem menos ou tirar da quantidade que tem mais. Isso ocorre porque a criança muitas vezes não percebe que há uma ideia de subtração implícita na situação e que o valor desconhecido é a parcela de uma adição:

“Fabio tinha R\$ 6,00. Ganhou mais dinheiro de sua mãe. Quando contou, percebeu que agora tinha R\$ 10,00. Quanto ele ganhou da mãe?”

Segundo Magina et al (2008), este tipo de problema pode provocar na criança a estratégia de completar ao invés de subtrair, o que demonstra um raciocínio aditivo. Embora esta estratégia seja válida e correta, pode não ser viável para resolver problemas com dados numéricos maiores como no exemplo:

“Na biblioteca da escola havia 456 livros. Chegaram mais 654 livros. Quantos livros a biblioteca têm agora.”

À medida que a criança familiariza-se com novas situações de subtração irá ampliando as várias faces desta operação e progredindo em sua experiência matemática. Assim, quanto menos “dicas” o aluno tiver do tipo de estratégia que deve utilizar para resolver o problema, mais ele poderá refletir sobre os dados e a situação, explorando diferentes raciocínios. É fundamental uma diversificação de problemas que possibilitem ao aluno interpretar, analisar, descobrir e verificar diferentes estratégias subtrativas (Magina, 2008).

Estas discussões acerca das situações-problema no campo das estruturas aditivas foram necessárias para o entendimento sobre o processo de ensino e aprendizagem da subtração nos Anos Iniciais.

Segundo Mello (2008), no ensino do algoritmo da subtração com reserva existem dois métodos:

O método mais antigo é o da *compensação*: adicionam-se dezenas ao minuendo. Quando a unidade é adicionada ao subtraendo diz-se que houve uma compensação.

O método do *empréstimo* (decomposição do minuendo ou reagrupamento) é mais recente. Quando um número do minuendo é maior que o do subtraendo, há a necessidade de “pedir emprestado” uma dezena ao número vizinho, e assim há uma decomposição do minuendo.

Diante da variedade de relações matemáticas presentes no conteúdo da subtração, faremos uma análise dos livros didáticos com o intuito de investigar a abordagem da resolução do algoritmo da subtração em livros didáticos.

### **3. Metodologia**

Esta pesquisa consistirá numa análise qualitativa e documental de duas coleções de livros didáticos de matemática do 4º e 5º anos. Selecionamos de forma aleatória duas coleções aprovadas pelo PNLD 2013, totalizando quatro livros. Examinaremos como é apresentado o conteúdo da subtração. Para Guimarães (2009) acerca de tratamento temático da informação (TTI), a natureza da análise documental consiste na busca de elementos internos de dados que permitam categorizar os elementos textuais e não textuais do documento para poder extrair suas noções fundamentais.

Com base nas categorias de Selva e Brandão em suas pesquisas sobre o livro didático na educação infantil: reflexão versus repetição na resolução de problema matemáticos (1999) produzimos uma ficha de avaliação, onde criamos as seguintes categorias de análise: 1. Forma de apresentação do conteúdo da subtração; 2. Os métodos utilizados para a resolução do algoritmo da subtração com reserva; 3. Sugestões de estratégias apresentadas para resoluções.

Buscaremos também algumas orientações teóricas que subsidiarão a pesquisa, relacionadas com a teoria dos campos conceituais das estruturas aditivas de Vergnaud (1982), além de outras pesquisas que enfocam esta temática.

#### 4. Resultados e Discussão

Para análise dos dados foram utilizadas duas coleções totalizando quatro livros de matemática aprovados no PNLD 2013. Para este trabalho utilizamos as siglas de identificação F4, F5, P4 e P5. Utilizamos a sigla F4 para o livro do 4º ano e F5 para o livro do 5º ano; Na outra coleção utilizamos as siglas P4 para o livro do 4º ano e P5 para o livro do 5º ano.

A primeira categoria observada foi *a forma de apresentação do conteúdo da subtração*. Organizamos os dados no seguinte quadro:

Quadro 1: Forma de apresentação do conteúdo da subtração

Forma de introdução do conteúdo	F4	F5	P4	P5
Situação-Problema	X	X	X	X
Prova Real				X
Contextualização			X	
Algoritmo			X	X

Fonte: do acervo da pesquisa

Verificamos em geral que no livro P4 os conteúdos são abordados de maneira contextualizada fazendo ligação com várias situações-problemas que envolvem o algoritmo da subtração. O livro P4 também explica os três termos da subtração (minuendo, subtraendo e

resto ou diferença). Percebemos que não existia definição do que seja a subtração em nenhum deles. Nas coleções F5 e P5 o conteúdo da subtração foi apresentado juntamente com os números racionais na forma decimal e fracionária. Observamos que também não há uma definição do que seja a subtração. Também são explorados problemas com a ideia de comparar, tirar e completar.

A segunda categoria da análise foram *os métodos utilizados para a resolução do algoritmo da subtração com reserva*.

Ao analisar os quatro livros didáticos observamos que o método mais utilizado para solucionar os problemas e cálculos envolvendo subtração com reserva foi o método do empréstimo (decomposição do minuendo). No livro F4, verificamos também o método da compensação.

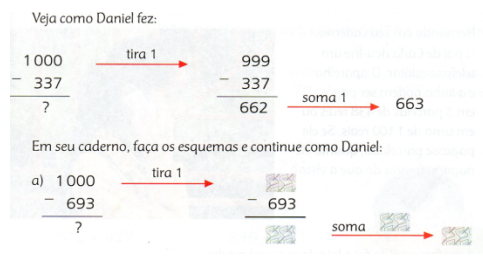
Quadro 2: Métodos utilizados na subtração com reserva

Métodos	F4	F5	P4	P5
Empréstimo	X	X	X	X
Compensação	X			

Fonte: do acervo da pesquisa

O livro apresentava a explicação para a resolução, sugerindo tirar uma unidade do minuendo e depois acrescentar uma unidade na diferença ou resto. Esta estratégia despertou atenção por haver uma compensação na diferença encontrada para facilitar o algoritmo da subtração envolvendo o “zero”. Nas atividades que exploravam o zero neste livro não foi sugerido o método do empréstimo, mas diferentes estratégias como cálculo mental, arredondamento e a de compensação acima citada.

Figura 1: método da compensação



Fonte: do acervo da pesquisa

A terceira categoria a ser analisada foram as *sugestões de estratégias apresentadas para resoluções de atividades*.

Observamos que a maioria das atividades que envolvem operação com a subtração com reserva é sugerido o uso do algoritmo, mas também estimulam outras estratégias. Uma proposta muito interessante para a subtração com reserva sugeria que o aluno descobrisse que ao acrescentar ou tirar parcelas iguais do minuendo e do subtraendo facilita-se a resolução dos cálculos de subtração com reserva.

Quadro 3: sugestões de estratégias apresentadas para resoluções de atividades

Sugestões de estratégias	F4	F5	P4	P5
Decomposição	X	X	X	X
Cálculo Mental	X		X	X
Calculadora			X	
Algoritmo	X	X	X	X
Estimativa			X	X

Fonte: do acervo da pesquisa

Há atividades que sugerem aos alunos que se *tire* o subtraendo aos poucos, sem “armar a conta” decompondo o subtraendo em centena, dezena e unidade. Em outras atividades é demonstrada a representação do minuendo com o material dourado e a



decomposição do mesmo. Em algumas atividades o minuendo apresenta o número zero intercalado, também são feitos sucessivos empréstimos sendo demonstrado com o material dourado como deve ser feito o procedimento de decomposição e empréstimo da dezena pelos alunos.

Nos livros (P4 e P5), visualizamos algumas estratégias para resolução do algoritmo da subtração com reserva. No decorrer das atividades apresentadas foram utilizados o método do empréstimo para soluções dos problemas e exercícios propostos. Observamos também em outras atividades procedimentos utilizando estimativa. O livro (P4) também explora o método do empréstimo. Algumas atividades enfatizam que os alunos podem verificar os resultados da subtração utilizando a calculadora e também a prova real, relacionando adição e subtração.

Diante dos resultados desta análise, nos deparamos com situações-problema apontadas nos estudos de Vergnaud (1982) acerca das estruturas aditivas, além de Mello (2008), Bertini e Passos (2007), Esteves (2013) e Magina (2008), os quais enfatizam também as ideias de tirar, comparar e completar, entre outras. Os livros de forma geral apreciam a diversidade de situações-problema tão importantes para a construção de conceitos desta operação matemática.

Esteves (2013), fundamentada na teoria de Vergnaud (1982), afirma que o funcionamento cognitivo dos sujeitos baseia-se sobre o seu repertório de esquemas já formados. À medida que as situações tornam-se mais complexas o sujeito pode construir uma variedade de esquemas. Percebemos na introdução dos conteúdos dos livros uma relação entre conceitos já trabalhados com os alunos em anos anteriores. Os livros também exploram diversas situações-problemas.

Em seus estudos, Mello (2008) concluiu que o algoritmo da subtração com o método do empréstimo poderia ser uma das causas da dificuldade dos alunos na subtração com reserva. Entretanto, encontramos diversificadas estratégias de subtração com reserva nos livros didáticos, especialmente com o zero intercalado, sugerindo a autonomia e criatividade para solucionar as diversas situações.

Essa diversidade de situações confirmam as pesquisas de Vergnaud acerca da formação de conceitos, quando afirma que é necessário uma variedade de situações para que os alunos construam relações matemáticas dando significado a um conceito. Vergnaud (1983

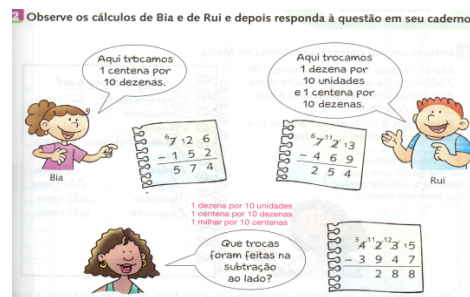
apud Moreira 2002), define três argumentos para a formação de um campo conceitual. São eles:

1) um conceito não se forma dentro de um só tipo de situações; 2) uma situação não se analisa com um só conceito; 3) a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos, às vezes uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes. (VERGNAUD, 1983, p. 393)

De acordo com a pesquisa de Bertini (2007), ao se depararem com o zero nas parcelas da subtração e adição, mesmo os alunos que não tem dificuldade com o algoritmo da subtração cometem erros. Ruiz e Nascimento (1993 apud Queiroz e Lins) denominaram este erro de supremacia do zero a partir de suas pesquisas, as quais demonstraram que o percentual de erros dos alunos envolvendo o zero no algoritmo da subtração foi altíssimo. As estratégias encontradas nos livros (F4 e P4) apresentam diferentes formas de resolução envolvendo o “0”, seja decompondo os números em partes menores, seja subtraindo uma unidade e compensando no resultado e utilizando estimativas.

Na análise dos livros (P4 e P5) foram encontradas quatro estratégias para solucionar os problemas e exercícios propostos. Para Vergnaud (1982) a formação de conceito não se dá em um só tipo de situação, mostrando que diversas situações devem ser apresentadas para a construção de conceitos. Averiguamos o uso do método do empréstimo para resolução da questão abaixo:

Figura 2: método do empréstimo



Fonte: do acervo da pesquisa

Bertini (2007) em suas pesquisas sobre dificuldades de aprendizagem em aritmética nas séries iniciais, enfatiza que ao utilizar reagrupamentos, ocorrem com frequência erros nas

resoluções dos alunos, principalmente na subtração. Os erros que envolvem reagrupamento se apresentaram nesse trabalho de diferentes maneiras, mas na grande maioria dos casos, têm sua origem na falta de compreensão do sistema de numeração decimal. Seus estudos confirmam também que uma estratégia que pode favorecer o conhecimento do sistema de numeração decimal e facilitar a subtração com reserva é a utilização de recursos didáticos como o material dourado, (BERTINI, 2007, p.4), conforme constatamos no livro (F4). Essa pesquisa demonstra que nos algoritmos da subtração envolvendo reagrupamentos os alunos possuem dificuldades e erram mais.

Outras estratégias utilizadas nos livros P4 e P5 foram o cálculo mental e a estimativa. Segundo Bertini (2007, p.8) esse tipo de estratégia facilita muito a estimativa de resultados e, portanto, a verificação pelo próprio aluno se sua conta ou seu procedimento para resolver um dado problema são coerentes. O cálculo mental e aproximado permite que os alunos obtenham a estimativa do resultado e percebam sozinhos se o resultado encontrado é adequado.

## 5. Considerações Finais

Conforme foi evidenciado em algumas pesquisas, a dificuldade com o algoritmo da subtração é presente mesmo em alunos que estão cursando a segunda etapa do ensino fundamental: Mello (2008), Bertini e Passos (2003), Queiroz e Lins (2010), Nogueira (2015) e Esteves (2013). Os livros didáticos são um importante instrumento de pesquisa para averiguar como este conteúdo está sendo apresentado aos alunos desde os anos iniciais, etapa fundamental para a construção de conceitos matemáticos.

A partir desta análise pudemos constatar a relevância de variadas situações-problema presentes nos livros didáticos, como também a sugestão de diferentes estratégias para a solução da subtração com reserva, como a decomposição de termos da subtração, a utilização do método da compensação em subtrações com reserva com muitos zeros ou zero intercalado. Percebemos a necessidade de uma pesquisa em outras coleções para a investigação desta temática.

## 6. Referências

BRANDÃO, Ana C. Perrussi; SELVA, Ana C. **O livro didático na educação infantil: reflexão versus repetição na resolução de problemas matemáticos.** Educação e Pesquisa, São Paulo: v. 25. n. 2, p.69-83, jul/dez. 1999.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Guia do Livro Didático PNLD 2013: Alfabetização matemática e matemática, ensino fundamental, anos iniciais.** Brasília: MEC/SEB, 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino de 1ª à 4ª série: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997.

BERTINI, Luciane de Fatima; PASSO, Cármen Lúcia Brancaglioni. **Dificuldades de aprendizagem em aritmética nas séries iniciais.** Departamento de Metodologia de Ensino. Universidade Federal de São Carlos. São Paulo, 2003.

ESTEVES, Mayara Maia; GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. **Estruturas Aditivas: uma análise das propostas de esquemas contidas em diferentes coleções de materiais didáticos para os anos iniciais.** Universidade Bandeirante de São Paulo, 2013.

GUIMARÃES, José Augusto. **Abordagens Teóricas de tratamento temático da informação (TTI): catalogação de assunto, indexação e análise documental.** São Paulo: Ibersid, 2009.

MAGINA, Sandra. et al. **Repensando adição e subtração: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais.** 3ª ed. São Paulo, Brasil: PROEM, 2008.

MELLO, Elisabete M. **Análise de dificuldades de alunos com o algoritmo da subtração.** Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP. São Paulo, 2008.

MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciência e a pesquisa nesta área. Investigação em Ensino de Ciências.** Porto Alegre, RS, v. 7, p. 7-29, 2002.

NOGUEIRA, Clélia Maria I. **Operações Elementares.** Disponível em: <<http://www.fozbartholomeumitre.seed.pr.gov.br/redeescola/escolas/11/830/82/arquivos/File/Matematica/Prof-Clelia-Maria-Ignatius-Nogueira.pdf>> Acesso em: 06/07/2015

QUEIROZ, Simone; LINS, Mônica. **Erros mais frequentes cometidos por alunos adolescentes de uma turma de EJA nas operações aritméticas de subtração.** X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador – BA, 7 a 9 de Julho de 2010.

VERGNAUD, Gérard. **Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didático das matemáticas um exemplo: as estruturas aditivas.** Revista Grang N, nº 38, 1982.

\_\_\_\_\_. **A criança, a matemática e a realidade.** Traduzido por Maria Lucia Faria Moro. Curitiba, PR: UFPR, 2009