CONTRIBUIÇÕES DOS MÉTODOS DE JOHN WALLIS EM SUA OBRA ARITHMETICA INFINITORUM PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
gabriela@ccet.ufrn.br

Resumo:
Este trabalho está inserido em uma pesquisa maior, cujo objeto de investigação é a obra *Arithmetica Infinitorum*, de John Wallis, datada de 1656. Neste artigo, apresentamos algumas das ideias e métodos emergentes desta obra, com a finalidade de apontar seu potencial pedagógico, que possa subsidiar o ensino de conceitos matemáticos numa perspectiva de melhorar o entendimento sobre as "ideias matemáticas" nos estudantes de Cursos de Formação de Professores de Matemática. Nossa experiência lecionando disciplinas nestes cursos nos faz acreditar que os alunos necessitam ampliar o número de trajetórias que levam ao desenvolvimento de uma ideia matemática e, nesta dinâmica, os futuros educadores matemáticos, possivelmente, desenvolverão um espírito investigador em conteúdos relacionados ao ensino e aprendizagem de matemática. Para alcançar nosso objetivo apresentamos e discutimos algumas das proposições pertencentes à obra em estudo. Além de utilizar fontes originais, tomamos uma tradução para o inglês da obra, realizada por Jacqueline A. Stedall.
Palavras-chave: John Wallis; Arithmetica infinitorum; Infinitesimal.

1. Introdução

John Wallis nasceu em 23 de novembro de 1616, em Ashford na Inglaterra, em um período de profundas mudanças políticas naquele país. Mesmo imerso em um contexto conturbado, seu espírito investigativo o levou a explorar várias áreas do conhecimento. Seu domínio de múltiplas línguas como inglês, latim, grego e hebraico (Scriba, 1970) o levou a ter acesso a trabalhos de vários pensadores contemporâneos e predecessores. Isso deu a ele a possibilidade de alcançar inúmeros pensamentos presentes em trabalhos antigos e de povos diversos, o que justifica, em parte, tantas ideias inovadoras presentes nas suas obras. Wallis usou muito bem toda a matemática disponível em sua época para dar um passo adiante.

Entre 1642 e 1649 aconteceu a Guerra Civil Inglesa entre os monarquistas e os parlamentaristas, nesse cenário Wallis usou suas habilidades em criptografia na decodificação de mensagens para os parlamentaristas, grupo ao qual era alinhado. Por causa de seus esforços em nome dos parlamentaristas, além de sua marcante formação religiosa, ele foi designado Capelão da igreja de St Gabriel em Fenchurch Street, Londres, em 1643. Além disso, em 1944, assumiu o cargo de secretário da assembleia dos sacerdotes de Westminster (Scriba, 1970). Algum tempo depois foi nomeado Savilian Professor of Geometry, em Oxford, posição em que permaneceu de 1649 até a sua morte em 1703, aos 86 anos.

Wallis relacionava-se não só com matemáticos, mas com muitos intelectuais e políticos de sua época, ele lançava mão das cartas como forma de comunicação. Os conteúdos dessas cartas versavam acerca de princípios filosóficos e científicos de trabalhos e experiências realizadas, bem como sobre suas reflexões teóricas sobre matemática, filosofia e ciência em geral. Por acreditar que as cartas representavam um registro científico importante, ele chegou a publicar vários desses documentos na *The Philosophical Transactions of the Royal Society,* uma revista científica da Royal Society, de Londres.

São vários os trabalhos matemáticos de Wallis, dos quais destacamos: *De sectionibus conicis* (1655); *Arithmetica Infinitorum* (1656); *Mathesis Universalis* e *Commercium Epistolicum* (1657); *Mechanica: sive Tractatus e De Motu* (1669). Além de *The Treatise of Algebra* (1685).

Este artigo reflete parte de nossa pesquisa sobre a vida e obra de Wallis, mais especificamente sobre o livro *Arithmetica Infinitorum,* de 1656, que centraliza a maior parcela de nossos esforços. Para colocar em tela algumas das ideias e métodos que emergem nesta obra, escolhemos certas proposições que ilustram a técnica utilizada por Wallis para reformular e sistematizar aritmeticamente resultados geométricos de seus predecessores. As ideias dos “indivisíveis” de Cavalieri podem ser citadas como as que mais influenciaram a produção deste trabalho de Wallis (Dennis, D.; Confrey, J, 2000, p. 17).

Wallis desenvolveu, ao longo de seus primeiros trabalhos, técnicas e métodos, baseados em termos analíticos, que permitiram a quadratura e cubatura de certos tipos de curvas e superfícies. O que, para época, era extremamente original. Originalidade esta que se tornaria uma marca de sua obra.

Apresentamos a proposição 44, de *Arithmetica Infinitorum,* que sistematiza as proposições 2, 21 e 39. Estes resultados são exibidos e discutidos em detalhes, pois enxergamos neles um potencial pedagógico que pode subsidiar o ensino de alguns conteúdos matemáticos relacionados a disciplinas como Cálculo Diferencial e Integral e Análise Real, em Cursos de Formação de Professores de Matemática. Cabe-nos, entretanto, responder as seguintes questões: que ideias são essas? Quais métodos foram usados, por Wallis, para desenvolver essas ideias?

ISSN 2178-034X

2. As Ideias e os Métodos de Wallis

O trabalho de Wallis que primeiramente se destacou no circuito matemático da época foi *De sectionibus conicis nova methodo expositis tractatus,* de 1655, que é considerado inovador, por pelo menos uma característica notável para a época: tratar as cônicas como curvas planas e não como seções de um cone tridimensional (Stedall, 2001, p. 16). Os resultados obtidos neste trabalho ecoaram por toda sua produção.

Sua obra de maior repercussão foi *Arithmetica Infinitorum*, publicada em 1656. Ela é carregada de aspectos inovadores, principalmente no que diz respeito ao seu método elaborado para o tratamento aritmético de problemas que seus predecessores só haviam discorrido de forma geométrica. As concepções geométricas básicas que Wallis tomou em sua obra foram sustentadas pelos trabalhos de Cavalieri e Torricelli. Sua técnica e seus métodos tornaram possíveis a obtenção da quadratura e cubatura de curvas e superfícies (Malet & Panza, 2015), em alguns casos específicos, com uma abordagem analítica.

Outro ponto de relevância de seu trabalho foi o uso de um método de investigação por ele denominado de indução, método este que não deve ser entendido como a indução matemática finita moderna. Ele considerava certo número de casos particulares, extraia as relações existentes e suplementava sua observação, com uma extensão na forma de uma regra explícita, que era formalizada como uma proposição mais geral, sem uma prova dedutiva. Sobre sua indução, Wallis declarou que era o método mais simples de investigação (Stedall, 2004).

Ao debruçarmos sobre *Arithmetica Infinitorum*, percebemos, de maneira muito clara, já nas duas primeiras proposições, o uso de seu método. O que ilustra bem aquilo que Wallis pretendia com esta obra.

Na proposição 1, ele considera, para casos particulares, uma lista finita de quantidades em proporção aritmética continuamente crescente, começando a partir de um ponto ou de 0, (0, 1, 2, ..., n). Busca uma razão entre a soma dessas quantidades e a soma de n+1 vezes a maior quantidade dessa lista. Observamos que Wallis leva em consideração números não negativos e, de acordo com Stedall (2004, p.13, nota 3), ao assegurar que a série começa "[...] a partir de um ponto ou de 0", ele nos revela que os termos da série são grandezas geométricas ou números, deixando implícito a sua intenção em relacionar esses dois tipos de grandezas. Nesta proposição, ele investiga seis casos particulares, como podemos ver:

$$\frac{0+1}{1+1}=\frac{1}{2}$$

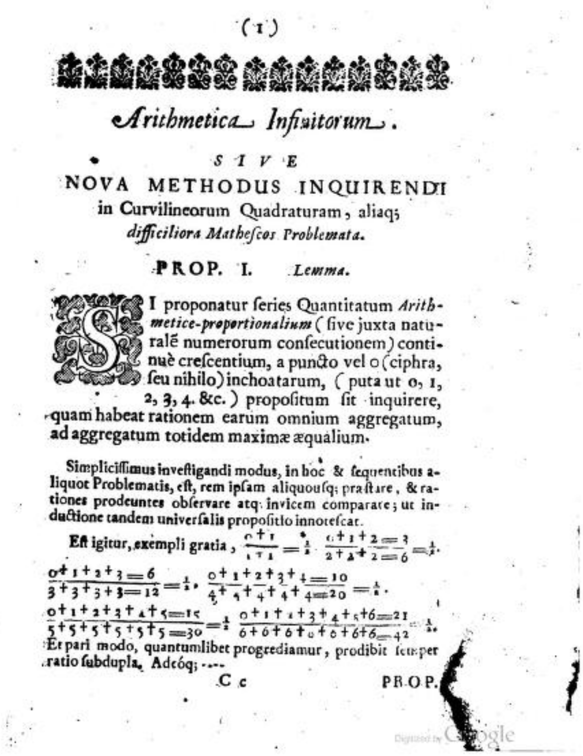
$$\frac{0+1+2}{2+2+2}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{0+1+2+3}{3+3+3+3}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{0+1+2+3+4}{4+4+4+4+4}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{0+1+2+3+4+5}{5+5+5+5+5+5}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{0+1+2+3+4+5+6}{6+6+6+6+6+6+6}=\frac{1}{2}$$


(1)

Arithmetica Infinitorum.

SIVE

NOVA METHODUS INQUIRENDI in Curvilineorum Quadraturam, aliaq; *difficiliora Matheſeos Problemata.*

PROP. I. *Lemma.*

SI proponatur ſeries Quantitatum *Arithmetice-proportionalium* (ſive juxta naturalẽ numerorum conſecutionem) continuè creſcentium, a puncto vel o (ciphra, ſeu nihilo) inchoatarum, (puta ut o, 1, 2, 3, 4. &c.) propoſitum ſit inquirere, quam habeat rationem earum omnium aggregatum, ad aggregatum totidem maximæ æqualium.

Simpliciſſimus inveſtigandi modus, in hoc & ſequentibus aliquot Problematis, eſt, rem ipſam aliquouſq; præſtare, & rationes prodeuntes obſervare atq; invicem comparare; ut inductione tandem univerſalis propoſitio innoteſcat.

Eſt igitur, exempli gratia, $\frac{0+1}{1+1}=\frac{1}{2}$. $\frac{0+1+2=3}{2+2+2=6}=\frac{1}{2}$. $\frac{0+1+2+3=6}{3+3+3+3=12}=\frac{1}{2}$. $\frac{0+1+2+3+4=10}{4+4+4+4+4=20}=\frac{1}{2}$. $\frac{0+1+2+3+4+5=15}{5+5+5+5+5+5=30}=\frac{1}{2}$. $\frac{0+1+2+3+4+5+6=21}{6+6+6+6+6+6+6=42}=\frac{1}{2}$. Et pari modo, quantumlibet progrediamur, prodibit ſemper ratio ſubdupla. Adeóq; ----

C c PROP.

Figura1

A Figura 1 é a página de *Arithmetica Infinitorum* (1656) que apresenta a proposição 1.

Já na proposição 2, Wallis conclui o que na notação atual é escrito como $\frac{\sum_{i=0}^{n} i}{n\,(n+1)}=\frac{1}{2}$. Não é disponibilizada uma demonstração, mas é colocada uma observação acerca do número de termos da série, assegurando que o resultado é preservado se considerado uma série "[...] quer seja finita ou infinita em número" (Stedall, 2004, p.14) de termos. Ele escreve a regra, indicando que, se em uma série cujo primeiro termo é 0, o segundo é 1 e o último é n, a soma será $\frac{(n+1)}{2}n$. Neste caso, o número de termos considerado foi $n+1$. Propõe, ainda, que em uma série cujo número de termos é igual a m, qualquer que seja o segundo termo, a soma será $\frac{m}{2}n$. O ponto que sobressai na observação de Wallis é que ele conserva o primeiro termo igual a um ponto ou 0, mantém o maior termo igual a n, além da proporção aritmética continuamente crescente, mas retira a relevância do valor do segundo termo.

Podemos explorar a ideia de Wallis, como no seguinte exemplo: Fixando o maior termo igual a 3 no numerador, o número de termos será igual a 4, como sugerido na proposição 1. Utilizaremos uma representação geométrica (Figura 2) relacionando a proporção aritmética à área de um retângulo. Temos a seguinte proporção:

$$\frac{0+1+2+3}{3+3+3+3}=\frac{6}{3.4}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

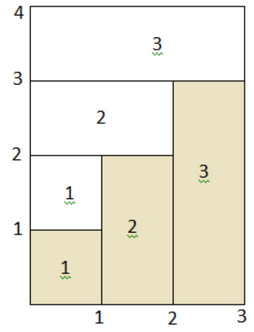


Figura 2

Ao retirar a relevância do segundo termo, Wallis nos deixa a possibilidade de explorar a proposição, tomando números positivos não inteiros em proporção aritmética, abrindo espaço para uma introdução ao conceito de somas parciais de séries. Vejamos: Fixando o maior termo igual a 3 e, no numerador, o primeiro termo igual a 0. Agora, aumentando o número de termos para 7, em proporção aritmética, colocamos, na Figura 3, o seguinte exemplo:

$$\frac{0+\frac{1}{2}+1+\frac{3}{2}+2+\frac{5}{2}+3}{3+3+3+3+3+3+3}=\frac{\frac{21}{2}}{3.7}=\frac{\frac{21}{2}}{21}=\frac{1}{2}$$

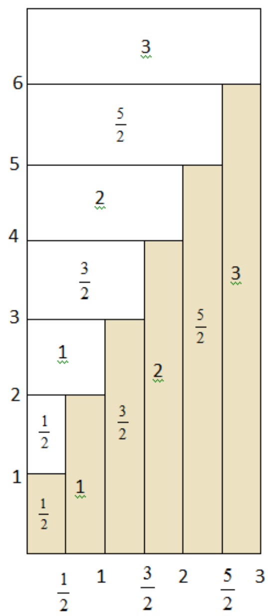


Figura 3

Em mais uma etapa, ainda com o maior termo igual a 3 e tomando o número de termos igual a 13:

$$\frac{0+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+1+\frac{5}{4}+\frac{3}{2}+\frac{7}{4}+2+\frac{9}{4}+\frac{5}{2}+\frac{11}{4}+3}{3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3}=\frac{\frac{78}{4}}{3.13}=\frac{\frac{39}{2}}{39}=\frac{1}{2}.$$

O que Wallis nos permite fazer a cada etapa é aumentar a quantidade de termos da série em proporção aritmética continuamente crescente, tornando a distância entre os termos cada vez menor. Ao dizer que não há justificativa para distinção do número de termos ser finito ou infinito, ele sugere que a razão se manterá em qualquer dos dois casos. Indicando que o número de termos seja infinitamente grande, a distância entre os termos da série se transformará em um valor pequeno (infinitesimal), em sua notação: $\frac{1}{\ }$. De acordo com Scott (1981), Wallis foi um dos primeiros matemáticos a perceber o significado dos termos *infinito* e *infinitamente pequeno*.

O procedimento que inclui aplicações de seu método em geometria foi largamente utilizado para provar a solidez do método. A proposição 3 ilustra bem esse fato, é apresentada como um corolário da proposição 2 e afirma que a área de um triângulo está para a área de um paralelogramo, com a mesma base e altura, como 1 está para 2. Esse resultado já era conhecido e sua demonstração até então era totalmente geométrica. Em sua demonstração, Wallis considera o triângulo consistindo de um número infinito de linhas paralelas em proporção aritmética, começando de um ponto e indo até a maior, que é a linha da base. Além disso, ele toma o paralelogramo consistindo do mesmo número de linhas com comprimento igual ao da base (Figura 4, de *Arithmetica Infinitorum*).

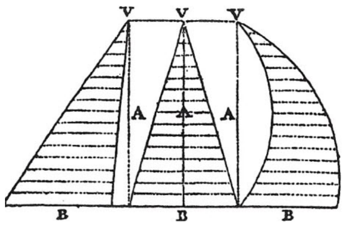


Figura 4

Esta forma de conceituar o triângulo e o paralelogramo é, em parte, oriunda das ideias de indivisível de Cavalieri, que são puramente geométricas, mas expostas nas proposições 1 e 2 do trabalho *De sectionibus conicis* de Wallis (1655), considerando que as linhas podem ser somadas. Assim ele afirma que a somas das linhas que constituem o triângulo está para a soma das linhas que constituem o paralelogramo, como 1 está para 2.

A proposição 4 é mais uma aplicação da proposição 2. Wallis, de forma similar aos argumentos utilizados na proposição 3, mostra que o volume de um parabolóide está para o volume do cilindro, com a mesma base e altura, como 1 está para 2. A figura a seguir é uma representação que mostra a ideia de Wallis sobre uma parábola ser constituída por linhas

ISSN 2178-034X

paralelas. A proposição explora o volume de um sólido e ele apresenta apenas o desenho de uma parábola, com isso podemos observar que ele poderia ter a concepção de que o parabolóide é um sólido de revolução (Figura 5, de *Arithmetica Infinitorum*).

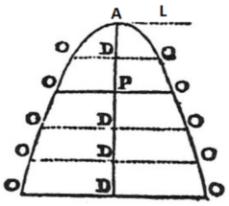


Figura 5

Ressaltamos que os resultados apresentados nas proposições 3 e 4 não apresentam fórmulas para a área ou volume e sim razões entre figuras planas ou sólidos. Esse estilo de abordagem foi usado por Wallis em todas as proposições que versam sobre áreas de figuras planas ou volume de sólidos.

Na proposição 19, Wallis inicia a investigação da soma de quantidades que são quadrados de proporções aritméticas, continuamente crescentes, começando de um ponto ou de 0 (Como 0, 1, 4, 9, etc). Em seu método, primeiramente ele fazia uma investigação empírica e considerou as seguintes razões:

$$\frac{0+1}{1+1}=\frac{1}{2}=\frac{3}{6}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$$

$$\frac{0+1+4}{4+4+4}=\frac{5}{12}=\frac{1}{3}+\frac{1}{12}$$

$$\frac{0+1+4+9}{9+9+9+9}=\frac{14}{36}=\frac{7}{18}=\frac{1}{3}+\frac{1}{18}$$

$$\vdots$$

$$\frac{0+1+4+9+16+25+36}{36+36+36+36+36+36+36}=\frac{91}{252}=\frac{13}{36}=\frac{1}{3}+\frac{1}{36}.$$

Podemos observar que, de uma investigação detalhada da proposição 19, resultou a proposição 20, que explicita uma fórmula para a razão da soma de quantidades. Mais especificamente, a razão da soma de quadrados de quantidades em proporção aritmética continuamente crescentes, começando de um ponto ou de 0, pela soma do maior termo da primeira soma, na mesma quantidade de vezes. Se 0 é o primeiro termo, 1 é o segundo e o último é n^2, em termos da notação atual, podemos escrever:

$$\frac{0+1+4+9+16+25+36+\ldots+n^2}{\underbrace{n^2+n^2+n^2+n^2+n^2+n^2+n^2+\ldots+n^2}_{n+1\ vezes}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6n}$$

ou

$$0+1+4+9+16+25+36+\ldots+n^2=\frac{n+1}{3}n^2+\frac{n+1}{6n}n^2.$$

Na proposição 21, ele argumenta sobre o número de termos na soma do numerador dizendo que "se este (número de termos) continua para o infinito", o valor $\frac{1}{6n}$ "irá desaparecer completamente". A colocação de Wallis deixa transparecer uma percepção acerca da relação $\frac{c}{n}$, onde c é uma constante e n , talvez revelando o seu entendimento sobre esse tipo de limite. Esta proposição é, de fato, uma formalização das proposições 19 e 20, sustentadas pelo argumento sobre $\frac{1}{6n}$, e ele explicita:

> Dada uma série infinita de quantidades que são quadrados de proporções aritméticas (ou como uma sequência de números quadrados), continuamente crescente, começando de um ponto ou de 0, esta está para a série do mesmo número de termos igual ao maior (dos quadrados), como 1 está para 3. (STEDALL, 2004, p.27)

A partir dessas três proposições desencadeiam uma sucessão de corolários, proposições de 22 a 37, que fornecem uma base para a cubagem de cones e pirâmides e resultados sobre a espiral de Arquimedes.

Na proposição 22 encontramos uma reformulação aritmetizada para a prova do seguinte resultado: um cone está para um cilindro ou uma pirâmide está para um prisma (de bases e alturas iguais) como 1 está para 3. O recurso que sustenta a prova de Wallis é considerar um cone, uma pirâmide, um cilindro e um prisma, como sendo constituídos por infinitos planos paralelos e esses sólidos são resultantes das somas desses infinitos planos.

ISSN 2178-034X

De forma análoga, na proposição 23, Wallis mostra que o complemento de uma meia parábola no paralelogramo está para o paralelogramo, como 1 está para 3. E, consequentemente, a meia parábola está para o paralelogramo, como 2 está para 3 (Figura 6, de *Arithmetica Infinitorum*).

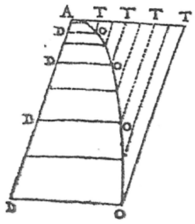


Figura 6

A proposição 39 é uma investigação acerca da soma dos cubos de uma sequência em proporção aritmética. O método é o mesmo utilizado nas proposições 1 e 19:

$$\frac{0+1}{1+1}=\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$\frac{0+1+8}{8+8+8}=\frac{9}{24}=\frac{3}{8}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$$

$$\frac{0+1+8+27}{27+27+27+27}=\frac{36}{108}=\frac{4}{12}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$$

$$\vdots$$

$$\frac{0+1+8+27+64+125+216}{216+216+216+216+216+216+216}=\frac{441}{1512}=\frac{73}{24}=\frac{1}{4}+\frac{1}{24}.$$

Desse desenvolvimento ele assegura que:

$$\frac{0+1+8+27+64+125+216+\ldots+n^3}{\underbrace{n^3+n^3+n^3+n^3+n^3+\ldots+n^3}_{n+1\ vezes}}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4n}.$$

As proposições 40 e 41 são uma formalização para a investigação empírica anterior.

A proposição 42 é um corolário e afirma que o complemento da meia cúbica está para o paralelogramo (de bases e alturas iguais), como 1 está para 4. E, consequentemente, a cúbica está para o mesmo paralelogramo, como 3 está para 4.

Wallis investigou, em casos particulares, razões da forma

$$\frac{0^k+1^k+2^k+3^k+4^k+\ldots+n^k}{\underbrace{n^k+n^k+n^k+n^k+n^k+\ldots+n^k}_{n+1\ vezes}}.$$

Foram tomados $k=1$, $k=2$ e $k=3$, com suas conclusões apresentadas nas proposições 2, 21 e 39, respectivamente. Com isso, apoiando-se em seu método de indução, ele estabelece a proposição 44, que sintetiza e exprime suas ideias acerca da razão supracitada, como apresentado a seguir:

Tabela 1: Razões em termos dos valores de *k*

k	Razão	Potência da Série
1	$\frac{1}{2}$	Primeira potência
2	$\frac{1}{3}$	Segunda potência
3	$\frac{1}{4}$	Terceira potência
4	$\frac{1}{5}$	Quarta potência
5	$\frac{1}{6}$	Quinta potência
6	$\frac{1}{7}$	Sexta potência
7	$\frac{1}{8}$	Sétima potência
8	$\frac{1}{9}$	Oitava potência
9	$\frac{1}{10}$	Nona potência
10	$\frac{1}{11}$	Décima potência

A obra *Arithmetica Infinitorum* possui 194 proposições e diversas delas decorrem dos resultados apresentados nesta tabela.

3. Considerações Finais

Além dos pontos discutidos neste artigo, Wallis utilizou múltiplas representações em sua obra, tais como: tabelas numéricas, álgebra e geometria. Estas representações são fontes de importantes elementos a serem considerados na ampla formação de um licenciando em matemática. Igualmente, seu tratamento indutivo, associado a sua intuição matemática frequentemente correta, desencadeou muitos resultados matemáticos interessantes. Sua obra é de grande importância para o desenvolvimento daquilo que hoje conhecemos por “Cálculo Diferencial e Integral”, influenciando, de maneira significativa, expoentes da física e da matemática, incluindo Isaac Newton e Leonhard Euler.

Outra reflexão importante estabelecida é que uma de nossas preocupações ao propor esta abordagem de resultados matemáticos marcantes na história é transmitir aos alunos dos Cursos de Formação de Professores de Matemática uma ideia simples: “Os produtos matemáticos como um teorema, uma proposição, ou até mesmo uma teoria, são frutos de uma atividade investigativa fortemente influenciada por todo um contexto histórico-científico”. Tudo isto gerado em um processo de levantamento e testagem de hipóteses, por meio de ações criativas que demandam experimentações do pensamento, um exercício cognitivo no qual se conectam as reflexões e ações operacionais sobre conceitos matemáticos já estabelecidos pelo aprendente.

Consideramos, portanto, que é com base neste caráter investigativo estabelecido na produção de conhecimento matemático, que é possível ser verificado na história do desenvolvimento das ideias matemáticas produzidas por diferentes matemáticos, que podemos extrair encaminhamentos potenciais, que devem, certamente, nortear a ação do professor formador de professores de matemática, bem como desenvolver competências e habilidades para uma futura atuação do professor em formação.

4. Referências

DENNIS, D.; CONFREY, J. *La creación de exponentes contínuos: um estúdio sobre los métodos y la epistemologia de John Wallis*, Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa, v. 3, n. 1, p. 5-31, março 2000; Comité Latinoamericano de Martemática Educativa, Organismo Internacional. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33503101> Acesso em: mar. 2016.

STEDALL, J. A. *The Discory of Wonders: Reading Between the Lines of John Wallis´s Arithmetica infinitorum. Archive for History of Exact Sciences,* New York, v. 56, Issue 1, p. 1-28, 2001. Disponível em: <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs004070100040> Acesso em: mar. 2016.

STEDALL, J. A. *The Arithmetic of Infinitesimals: John Wallis 1656. (Arithmetica Infinitorum: John Wallis 1656 - Transleted from Latin to English with an introduction).* New York, Springer-Verlag, 2004. 192 p.

SCOTT, J. F. *The Mathematical Work of John Wallis*, 2. ed. New York, NY: Chelsea Publishing Company, 1981. 240p.

SCRIBA, C. J. The Autobiography of John Wallis, F.R.S. *Notes and Records of The Royal Society of London*, V. 25, n°1, 1970.

WALLIS, J. *Arithmetica Infinitorum.* Oxford, 1656. Disponível em: <https://ia802709.us.archive.org/10/items/ArithmeticaInfinitorum/ArithmeticaInfinitorum.pdf> Acesso em: mar. 2016.

WALLIS, J. *De sectionibus conicis nova methodo expositis tractatus*. Oxford, 1655. Disponível em: <https://ia802306.us.archive.org/31/items/bub_gb_03M_AAAAcAAJ/bub_gb_03M_AAAAcAAJ.pdf> Acesso em: mar. 2016.

ISSN 2178-034X