AS DIFICULDADES DOS ALUNOS, DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL, PARA A REALIZAÇÃO DAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS: ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO COM NÚMEROS NATURAIS

Celia Finck Brandt
UEPG
brandt@bighost.com.br
Tânia Stella Bassoi
UNIOESTE
tania@ibest.com.br

Resumo

Os resultados desse estudo apontam as contribuições da teoria dos Campos Conceituais na identificação da natureza dos erros apresentados por alunos do 6º ano do ensino fundamental na resolução de dez questões matemáticas com números naturais. Perguntamos: Quais os conceitos e teoremas colocados em ação para a realização das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais? Os conceitos e teoremas em ato relacionados à compreensão da estrutura do sistema de numeração decimal são responsáveis pelos erros? Os erros cometidos são decorrentes da compreensão da organização dos registros de representação (palavra e notação arábica)? Como resultados encontramos que os alunos apresentam erros de adição e subtração, erros por incompreensão da estrutura do Sistema de Numeração Decimal Posicional, erros por falta de atribuição de significação às operações de adição, subtração, multiplicação e divisão e, também aos algarismos da escrita arábica que induzem aos erros na manipulação dos algoritmos.

Palavras chave: **operações matemáticas; conceitos e teoremas em ato; campos conceituais de operações matemáticas.**

1. Introdução

Este texto apresenta os resultados de uma pesquisa sobre a realização de operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais por alunos de 6º ano do ensino fundamental. As respostas dadas a questões propostas caracterizaram os dados empíricos, submetidos a analise à luz da teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1990), para responder aos seguintes questionamentos: Quais os conceitos e teoremas colocados em ação para a realização das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais, por alunos, do 6º ano do ensino fundamental? Os conceitos e teoremas em ato relacionados à estrutura do sistema de numeração decimal são responsáveis pelos erros? Os erros são decorrentes da compreensão da estrutura do algoritmo? Os erros cometidos são decorrentes da compreensão da organização dos registros de representação (palavra e notação arábica)?

2. Procedimentos Metodológicos

A investigação foi encaminhada numa abordagem qualitativa tomando como referência um instrumento de coleta de dados empíricos, com dez questões, com os quatro tipos de operações matemáticas: adição, subtração, multiplicação e divisão para quatro turmas de alunos do 6° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, com aproximadamente 30 alunos em cada turma. A aplicação foi feita por uma professora nas quatro turmas de 6° ano em que lecionava. Sua intenção era verificar o desempenho dos alunos na resolução dessas operações. Surpresa com os resultados, procurou nosso grupo de estudos e pesquisas[1] para entender as dificuldades das crianças, a natureza dos erros apresentados e tomar decisões de ordem pedagógica sobre a aprendizagem das operações. Frente essa situação pautamos nossa análise nas atividades propostas pela professora. As questões podem ser visualizadas no quadro 1.

Quadro 1: questões propostas aos alunos

Questão A: Adição sem recurso à ordem superior, com duas parcelas de dois algarismos: 35 + 42. **Questão B:** Adição com recurso à ordem superior, com duas parcelas sendo a primeiracom três algarismos e a segunda com quatro algarismos: 278 + 3456 **Questão C:** Subtração com recurso à ordem superior na ordem das dezenas com três algarismos no minuendo e no subtraendo: 839- 454 **Questão D:** Subtração com recurso na ordem das dezenas e das unidades, com três algarismos no minuendo e no subtraendo: 942-583 **Questão E:** Multiplicação por 1 com três algarismos no multiplicador: 121x1. **Questão F:** Multiplicação por zero e com três algarismos no multiplicador: 784 x 0. **Questão G:** Multiplicação de um algarismo no multiplicador por três algarismos no multiplicando: 743 x 2. **Questão H:** Multiplicação de dois algarismos nomultiplicador e no multiplicando: 45 x 16. **Questão I:** Divisão de 100 por 2. **Questão J:** Divisão de um número com três algarismos no dividendo por um algarismo no divisor.

3. Análise das produções dos alunos

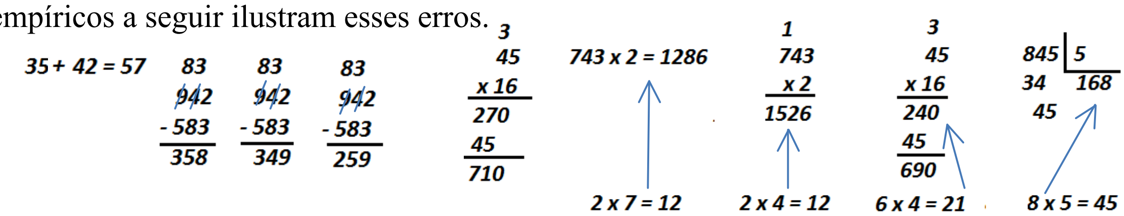
[1] O GEPAM (GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISAS EM APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA) institucionalizado na UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA, dedica-se, entre outras atividades, à pesquisas com subsídios teóricos na teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud.

Para analisar as produções matemáticas dos alunos utilizamos a teoria de campos conceituais de Gérard Vergnaud por possibilitar a análise dos procedimentos de resolução de questões de matemática, explicitando as significações compreendidas nos esquemas de pensamento utilizados pelos alunos e subsidiada por uma teoria de conhecimento na dimensão epistemológica e psicológica. Essa referência de análise permitiu apontar as formas de pensar dos alunos, quando explicitadas, ou inferir sobre elas, quando não explicitadas.

Segundo Vergnaud (1990, p. 155), a teoria dos campos conceituais trabalha com a idéia de situação e da ação dos sujeitos nestas situações. Os erros foram analisados em relação aos esquemas que, segundo o autor, permitem investigar os conhecimentos-em-ação do sujeito, especificamente em relação às categorias de elementos: metas e antecipações, regras de ação, invariantes operatórios (conceitos e teoremas em ato) e possibilidades de inferência em situação.

Para explicar os diferentes tipos de erros apresentados, as hipóteses levantadas, os conceitos não construídos e as significações atribuídas às diferentes soluções, apresentamos as análises dos procedimentos de resolução.

Os erros foram agrupados segundo a natureza ou característica comum. Por meio das análises deparamos com erros de adição ou subtração tanto nas operações de adição e subtração como nas operações de multiplicação e também erros de tabuada. Os dados empíricos a seguir ilustram esses erros.



Os erros de adição, tanto nas operações de adição como de multiplicação mobilizaram o teorema Card A + Card B = Card (A + B). Qualquer que seja a estratégia utilizada - contar todos ou contar na sequência - vai significar que o aluno está lançando mão de um teorema em ação. Enquanto conceitos são necessários os numerais que submetidos à situação de adição mobilizam teoremas em ação (a contagem de unidades ou de grupos e, neste caso, é necessário seguir a lógica de contagem: contar todos, contar apenas uma vez e repetir os nomes dos números na mesma ordem) e a cardinalidade (estabelecer relações de ordem e inclusão hierárquica). Esses teoremas os alunos devem dominar para operarem corretamente.

Os erros apresentados na subtração permitiram a identificação de conceitos e teoremas em ato necessários para a realização correta das operações de subtração.

No caso dos alunos analisados podemos inferir, a partir de suas produções escritas que as estratégias "contar para trás a partir de" ou "contar para trás até", relacionadas ao procedimento de diferença ou contar até, relacionada ao procedimento do complemento, falham levando as crianças a apresentarem erros de subtração. Essas estratégias exigem conceitos de contagem e, também, a manipulação de objetos, dedos ou a mobilização em pensamento na correta ordem da sequência numérica recitada em ordem inversa. Igualmente, como na adição, mobilizam o teorema Car (A) –Car (B) = Car (A–B).

Atribuiu-se aos erros por incompreensão da estrutura do SND, a falta de significação aos algarismos escritos e, também, às operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. As produções relativas a esses tipos de erros apontaram procedimentos distintos conforme explicitados na sequência, seguidos de dados empíricos:

- Colocar unidades em baixo de dezenas ou não alinhar os algarismos, no algoritmo, conforme valor relativo (ao realizar uma multiplicação trata cada algarismo do multiplicador como valor absoluto (unidades) e não relativo e, por essa razão, erra a posição do resultado para adicionar acrescentando um zero à direita do numeral, sem a percepção da alteração do valor relativo dos algarismos da notação arábica) para alinhar os numerais no algoritmo. O teorema em ação levou esse aluno a "nivelar pela esquerda" pode estar relacionado a um fragmento da lembrança do uso do algoritmo da divisão ou ao fato da menor parcela ter ficado acima.

$$\begin{array}{r} 2780 \\ +\,3456 \\ \hline 6236 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 278 \\ +3456 \\ \hline 6236 \end{array}$$

- Atribuir valor relativo ao empréstimo, lançar mão do empréstimo incorretamente (emprestar das unidades para as dezenas, das dezenas para as centenas, ...), considerar o empréstimo como uma unidade somando ao algarismo das unidades como se fosse unidade e, na casa das dezenas como não foi possível a retirada subtraiu o menor 3 do maior 8.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 942+1 \\ -583 \\ \hline 450 \end{array}$$

- Tratar cada algarismo como uma unidade isolada e, por essa razão, a subtração é realizada com esses algarismos isolados, pois no campo numérico dos naturais, essa operação só é possível pela retirada do menor do maior.

$$\begin{array}{r} 839 \\ -454 \\ \hline 425 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 942 \\ -583 \\ \hline 441 \end{array}$$

- Subtrair o algarismo menor do maior, alternadamente, não importando se o algarismo é do minuendo ou do subtraendo.

$$\begin{array}{r} 454 \\ -839 \\ \hline 425 \end{array}$$

-

ISSN 2178-034X

- Considerar os algarismos como unidades isoladas e não atribuir significação à operação de subtração e, por essa razão, ora subtrai esses algarismos, ora soma (quando essa retirada não é possível pelo fato do subtraendo ser maior que o minuendo).

$$\begin{array}{r} 839 \\ -454 \\ \hline 485 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1}\ \ \\ 942 \\ -583 \\ \hline 525 \end{array}$$

O teorema em ação que mobiliza essas formas de erro comum aparece em várias pesquisas (ZUNINO, 1995; PARRA, 1996). Eles sempre recorrem a tirar o menor do maior não importa a ordem das parcelas na operação.

- Esquecer de registrar o empréstimo.

$$\begin{array}{r} 839 \\ -454 \\ \hline 485 \end{array}$$

- Tratar de cada algarismo do multiplicador em função de seu valor absoluto (unidades) e não relativo e, por essa razão, erro da posição do resultado para adicionar (nesse caso não entende que está multiplicando por 10 quando opera com o dígito das dezenas no multiplicador),além de cometer outros erros (de tabuada e por não adicionar a reserva)

Nesse caso três soluções diferentes são apresentadas e em todas elas os alunos demonstram pouca habilidade no domínio do algoritmo da multiplicação: a) O 1º da esquerda para a direita: o aluno esquece de somar a reserva e alinha a adição na parte de baixo como se fosse dezena; b) O 2º Alinha conforme o anterior; c) O 3º Não sabe a tabuada, alinha errado e ainda adiciona contando com uma reserva que não existe.

$$\begin{array}{r} 3\ \ \\ 45 \\ \times\, 16 \\ \hline 240 \\ 45 \\ \hline 295 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\ \ \\ 45 \\ \times\, 16 \\ \hline 270 \\ 45 \\ \hline 315 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \\ 45 \\ \times\, 16 \\ \hline 248 \\ 45 \\ \hline 393 \end{array}$$

Que teorema em ação é comum a esses três erros? Parece estar prevalecendo que quando aprendem a montar as continhas a professora fala “unidades em baixo de unidades e dezenas de dezenas etc”. Só que na multiplicação com um multiplicador com dezenas, a segunda parcela ou é dezena ou centena ou milhar etc. dependendo do multiplicando. Isso muda a configuração da operação, mas não o teorema em ação.

- Colocar o 5 na resposta, e não o 50.

$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ \cline{2-2} 0 & 5 \end{array}$$

Quando o aluno opera não pensa em “quanto dividido por quanto”, mas em “fazer a conta”. O não colocar o zero no quociente decorre de não fazer sentido dividir zero por dois e ele não sabe como registrar.

Pensar no zero como representando o *nada* foi comum nas operações analisadas. O fato é que o zero está na base de dois, ou três, importantes avanços da matemática. Primeiro na criação do sistema posicional dos babilônios para escreverem números, baseado no agrupamento de 60. Como o sistema é posicional o zero surgiu para marcar a ausência de potências numa determinada posição.

O zero começou sua vida como ocupante de lugar e, os hindus usaram um pequeno círculo como símbolo de ocupante de lugar e também deram um salto conceitual ao reconhecer o *sunya* (a ausência de quantidade) como uma quantidade de direito próprio. Tinham começado a reconhecer o zero como um número.

O matemático Mahāvīra (c. 850) escreveu que um número multiplicado por zero resulta em zero, e que o zero subtraído de qualquer número não altera o número.

O mais importante destas ocorrências não é qual dos matemáticos da Índia teve as respostas certas quando calculando com o zero, mas o fato de eles colocarem tais questões em primeiro lugar. Para calcular com o zero é preciso primeiro reconhecê-lo como "alguma coisa", uma abstração como qualquer outro número, ou seja, é preciso passar a contar uma cabra, ou duas vacas, ou três carneiros, ou pensar em 1, 2, 3 por eles mesmos, como coisas que podem ser manipuladas sem pensar na natureza dos objetos que estão sendo contados. Temos que pensar em 1, 2, 3, ... como ideias quantitativas, mesmo que não estejam contando nada. Então, e só então, faz sentido tratar o zero com um número.

Conforme o registro matemático se difundia e as pessoas aprendiam a calcular com os novos números, tornou-se necessário explicar como somar e multiplicar quando um dos dígitos era zero. Isso ajudou a assemelhar-se a um número.

No entanto, a ideia dos hindus de que se deveria tratar o zero como um número de *status* próprio levou muito tempo para se estabelecer na Europa. Mesmo alguns dos matemáticos mais proeminentes dos séculos XVI e XVII não queriam aceitar o zero como raiz (solução) de equações.

Essas questões históricas precisam ser resgatadas se quisermos compreender as dificuldades das crianças em atribuir sentido ao zero que se revela ao assumi-lo como registro escrito.

$$\begin{array}{r|l} 845 & 5 \\ \hline -45 & 98 \\ \hline 800 & \end{array}$$

- Não atribuir significação aos quocientes obtidos com a divisão.

Aqui o teorema em ação é "quantas vezes o cinco cabe dentro de 845" só que obedecendo a ordem dos algoritmos da adição e subtração começa pela direita.

- Verificar que na casa das unidades não era possível subtrair 3 de 2, fez o inverso e colocou como resultado o número 1 (2-3=1) e na casa das dezenas fez uso do recurso normalmente.

$$\begin{array}{r} 8 \\ 942 \\ -583 \\ \hline 361 \end{array}$$

ISSN 2178-034X

Uma outra hipótese é que, ao verificar não ser possível tirar 2 de 3 e 4 de 8, começou emprestando do nove que era maior que cinco (tanto que coloca 8 em cima do nove, pois emprestou 1) e retira 3. Ficou 14 na casa da dezena. Tirou 14 de 8 e ficou 6. Como usou "tudo" (a reserva 10 + 4) não tinha como emprestar para o dois e retira 2 do 3 que ficou 1.

Inverteram as operações, mas operaram corretamente.

- Somar e multiplicar na mesma operação somando a unidade, multiplicando a dezena e somando a centena.

$$\begin{array}{r} 743 \\ \times 2 \\ \hline 985 \end{array}$$

Uma das hipóteses para esse caso parece ser que quando esquece a tabuada, soma ou o sinal de multiplicação foi confundido com o de adição.

- Multiplicar a unidade do multiplicador pela unidade do multiplicando, registrando a reserva que é adicionada às 3 dezenas e a soma multiplicada por 1 (considerado uma unidade).

$$\begin{array}{r} 3 \\ 45 \\ \times 16 \\ \hline 70 \end{array}$$

Esse procedimento em situação revela conhecimento parcial ou desconhecimento dos procedimentos algorítmicos.

- Somar as unidades (6 + 5 = 11), registrar a reserva e somar novamente 6 com 4 e com a reserva.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 45 \\ \times 16 \\ \hline 111 \end{array}$$

- Multiplicar somente as dezenas do multiplicador pelo multiplicando pelo multiplicador ou ao multiplicar a casa das unidades do multiplicador pelos algarismos do multiplicando.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 45 \\ \times 16 \\ \hline 270 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 45 \\ \times 16 \\ \hline 45 \end{array}$$

- Subtrair ao invés de somar (nesse caso tem-se que admitir a hipótese dessa substituição ter ocorrido por causa da reserva (não consegue retirar um valor maior de um valor menor). Por exemplo: Para a resolução de 35 + 42 o aluno que efetuou uma subtração obtendo como resultado 272. O registro da solução permitiu que identificássemos o seguinte procedimento: ao utilizar o algoritmo teve que emprestar para poder subtrair 4 dezenas de 3 dezenas. Fez isso emprestando da casa das unidades (eram 5 unidades, ficaram 4 unidades). No entanto, o empréstimo de uma unidade foi colocado ao lado do algarismo 3 da casa das dezenas, isto é, justaposto (e não e ele adicionado, ficando 31 para retirar as 4 dezenas).

$$\begin{array}{rr} & 4 \\ 31 & \cancel{5} \\ 4 & 2 \\ \hline 27 & 2 \end{array}$$

- Somar ao invés de subtrair (além de transformar em adição erra)

Consideramos que ocorreu somente falta de atenção pelos alunos.

- Reproduzir espacialmente o algoritmo das estruturas aditivas conforme já identificado por (MUNIZ, 2009), porém manipular o algoritmo conforme o da divisão, isto é, iniciar pela esquerda.

$$\begin{array}{r} 100 \\ \div 2 \\ \hline 05 \end{array}$$

Os erros relativos aos significados atribuídos aos empréstimos, posicionamento dos numerais no algoritmo ou à não possibilidade de retiradas, foram analisados em relação às metas traçadas pela criança que compreenderam regras baseadas em conceitos em ato relacionados à estrutura do SND.

A criança realiza uma operação de subtração e cria hipóteses a partir da significação atribuída aos algarismos dessa escrita. Essa significação não compreende o conhecimento da estrutura que está presente nesse tipo de registro (de base dez e posicional). Por essa razão ela, ao realizar a operação 35 – 42 e, ao não conseguir retirar 4 (dezenas) de 3 (dezenas), empresta 1 do 5 (que é unidade) e coloca esse valor numérico à direita das 3 dezenas interpretando o novo valor como sendo 31, retirando as 4 dezenas (consideradas 4 unidades), obtendo 27.

A mesma análise permite interpretar os procedimentos em que as crianças subtraem o menor do maior, não importando se o algarismo do registro seja do minuendo ou do subtraendo. Nesse caso a criança trabalha com os algarismos dos numerais como se fossem algarismos justapostos, pois não atribui significação ao registro de representação do número. As antecipações compreendem regras de ação que explicitam conceitos em ato utilizados (a situação de subtração, nesse caso, que mobiliza o teorema em ação: retirar o menor do maior) e esquemas que dão conta de obtenção de resultados (a utilização do algoritmo que mobiliza teoremas em ação fragilizados que dificultam a compreensão da estrutura do SND).

Essas inferências podem justificar também o caso em que a criança completa com um zero à direita em um numeral com menos algarismos para adicionar a outro com mais algarismos. A não significação aos registros de representação do número embasa as ações da criança que se apoiam no procedimento algoritmo, mecanizado, mas que lhe dá segurança para acreditar que obterá o resultado. Esse procedimento é realizado conforme orientações recebidas, isto é, colocar os algarismos um em baixo do outro e, nesse caso, o zero é acrescentado por não ter valor nenhum e por "preencher uma casa vazia".

Outros erros foram associados à falta de atribuição de significação à multiplicação por 1, à multiplicação por zero. As produções dos alunos relatadas a seguir testemunham esse fato:

- Somar uma unidade a cada algarismo, 121 x 1= 132 ou duplicar o valor numérico após multiplicação por 1, 121 x 1 = 242.A hipótese se baseia no aumento, oriunda da idéia do teorema em ação de adições sucessivas: multiplicar sempre aumenta e, por essa razão ora duplica e ora adiciona uma unidade.

ISSN 2178-034X

- Multiplicar

por zero dá o mesmo número 784 x 0=784 (teorema em ação: "zero mais alguma coisa não altera nada" o que não funciona para a multiplicação) ou ao acrescentar um zero à direita do multiplicando 784 x 0 = 7840 (teorema em ação: "qualquer número vezes 10, acrescenta um zero ao final", só que o multiplicador é 0 e não 10). O zero é tratado como elemento neutro nessa operação ou como se representasse uma multiplicação por dez.

Os resultados da multiplicação por 1 e por zero poderiam ser realizados sem o recurso ao algoritmo se a criança estivesse de posse do conceito de multiplicar. O mesmo ocorre com a multiplicação por dois que poderia ser realizada sem a recorrência ao algoritmo se acoplada à conceitualização da estrutura do SND. As diversas ocorrências nesses casos evidenciaram a dificuldade em entender a escrita matemática.

A utilização correta do algoritmo, mas com adições do multiplicando aos algarismos do multiplicador (121 x 1 = 232), ou com a duplicação desses algarismos (121 x 1 = 242), ou com a invariância desses algarismos na multiplicação por zero (121 x 0 = 121), foi analisada em relação ao esquema e, como conseqüência, às antecipações e regras de ação cujos teoremas em ato revelam uma atribuição de significação equivocada em relação ao registro de representação da operação em forma de algoritmo escrito. Num outro contexto pode ser que a criança atribuísse uma significação diferenciada que a levasse a apresentar o resultado correto da operação.

No nosso cotidiano não se manifestam situações em que precisemos multiplicar por 1ou dividir zero por 2. Prevalece nesse caso a ideia de que multiplicar é aumentar (idéia de adição sucessiva) e essa ideia tem que ser associada ao registro escrito que se manifesta pelo sinal de x (vezes). Ou prevalece a ideia de que o zero não modifica nada (transportado da adição) e, por essa razão, ao enxergar o sinal de x (vezes) no registro escrito transporta essa significação ao resultado.

A antecipação da criança, para a utilização do algoritmo, se apoia numa regra de ação (esquema) que revela lançar mão de um teorema em ato relativo à estrutura do SND que se baseia em hipóteses próprias (que não respeitam o valor posicional) em relação aos algarismos da escrita numérica levando-a a colocar os numerais em posições relativas não coincidentes. A esse fato se associa a utilização de um teorema em ato fragilizado (relativo à adição) que não permite que a criança perceba a cardinalidade resultante dessa adição revelada pela soma obtida.

A reprodução espacial do algoritmo das estruturas aditivas, para a realização da multiplicação**,** conforme já identificado por (MUNIZ, 2009), leva a criança a manipular o

$$\begin{array}{r} ^{3} \\ 45 \\ \times 16 \\ \hline 70 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 100 \\ \div 2 \\ \hline 05 \end{array}$$

algoritmo da divisão, isto é, inicia pela direita ou faz a multiplicação da unidade vezes unidade fazendo a reserva e depois faz dezena vezes dezena.

Nestes dois casos aplica o algoritmo da adição para a realização de multiplicação (somar unidade com unidade e dezena com dezena). Esse erro tem que ser interpretado em relação à situação. A situação de adicionar ou subtrair unidade/dezena com (de) unidade/dezena mantém-se invariante para essa criança para realização da operação de multiplicação. Realizar a operação para obter o resultado, a criança antecipa que deve multiplicar unidade/dezena por unidade/dezena que caracterizou as regras (teoremas) que comandaram a ação. Essas regras, por sua vez têm que ser associadas a situação, conceitos e teoremas em ato (invariantes operatórios) que nesse caso, para uma nova situação, no caso a multiplicação, estão fragilizados. Nesse caso é o teorema em ação utilizado na multiplicação e lhe dá a possibilidade de certas inferências, especificamente fazer da mesma forma que na adição.

Esses procedimentos revelam uma antecipação apoiada sobre hipóteses construídas pela criança em relação à significação atribuída ao algoritmo da multiplicação. Nesse caso o esquema se apoia num conceito ainda equivocado e, por essa razão, hipóteses que poderão ser refutadas em processos de intervenção por meio de desafios cognoscitivos. Essas hipóteses são construídas em virtude da não atribuição de significação ao procedimento algoritmo. Ela sabe que cada algarismo do multiplicando se relaciona com cada algarismo do multiplicador. Como esse conceito é equivocado ela ao invés de multiplicar, soma, além de esquecer-se do algarismo da casa das dezenas.

4. Considerações finais

Ao identificar algumas das dificuldades dos alunos, do 6º ano do ensino fundamental, para a realização das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais, a natureza dos erros recorrentes pelos alunos decorreram da compreensão da estrutura do sistema de numeração decimal, da estrutura do algoritmo ou da organização dos registros de representação (palavra e escrita numérica).

As análises permitiram explicitar a compreensão do SND pelos alunos, no momento da utilização dos algoritmos operatórios e desvelar as hipóteses que elas manifestavam, para justificar estratégias e procedimentos utilizados ao realizar essas operações. Ao proceder com análises subsidiadas pela teoria dos Campos Conceituais foi possível apontar o campo conceitual (conjunto de situações e conjunto de conceitos) necessário para a realização dessas operações.

A partir da avaliação dos erros tornou possível à professora reorganizar a prática pedagógica com formas de intervenção para que esses erros fossem superados.

Para tanto foi importante observar, nas atividades propostas pela professora, que para a utilização do algoritmo da divisão inicia-se pelo algarismo de maior ordem que não é o caso do algoritmo da adição, subtração e multiplicação. Isso significa que deve haver também aprendizado do algoritmo como uma das formas de compreender o SND.

Ao manipular os algoritmos os alunos lançaram mão dos mesmos **esquemas** (iniciar da direita para a esquerda para as adições, subtrações e multiplicações e da esquerda para a direita no caso das divisões), no entanto os erros eram decorrentes da não identificação da estrutura do SND na notação escrita. Por isso emprestavam ao subtrair uma unidade das dezenas (ou vice e versa) e a acrescentavam às unidades ou a elas justapunham, ou trabalhavam com o valor absoluto dos algarismos do numeral.

Teremos que investigar se os erros apresentados por nossas crianças são decorrentes da incompreensão da estrutura do SND, da incompreensão do algoritmo ou ainda, se os esquemas gerariam criações próprias que funcionariam se houvesse compreensão do SND.

Importante, nas intervenções, será considerar as produções dos alunos e evidenciar os esquemas utilizados e as atribuições de significados aos dígitos da notação numérica que levam a soluções diferentes. Isto deve ser feito aproveitando os argumentos utilizados e ao mesmo tempo socializando com os demais colegas da classe. São essas produções que podem subsidiar propostas de intervenção para superação de obstáculos (epistemológicos ou pedagógicos) e avanços conceituais.

Igualmente, e não menos importante, a organização de um trabalho voltado para a compreensão da **estrutura do SND** presente nos registros de representação utilizados para representar os números e a **forma de organização dos diferentes registros**: palavra (sufixos e prefixos) e notação escrita (valor absoluto e valor relativo dos algarismos). Pensar em estratégias para desenvolvimento de habilidades relativas ao cálculo mental e à memorização de pequenas somas.

O esquema é um produto de ordem psicológica apoiado na representação mental. As produções escritas não são capazes de disponibilizar as construções amplas e complexas das crianças. É necessário, portanto, complementar os registros com justificativas e argumentos que revelem o que não se torna explícito.

Tal intencionalidade implica considerar a diversidade do pensamento humano na organização da prática educativa e, por essa razão, efetivar uma transposição didática do conhecimento científico produzido, não o levando como pronto e acabado, ao contemplar interesses, necessidades, dificuldades, intuições primeiras, possibilidades, abordagens, encaminhamentos, estratégias, entre outras questões.

Igualmente considerar a necessidade de uma forma diferenciada do olhar do professor em relação às produções das crianças buscando compreendê-las, aceitá-las quando corretas, mesmo que diferentes ou não canônicas, socializá-las para valorizar o sujeito epistêmico que é capaz de pensar e de produzir conhecimento, entendê-las enquanto frágeis ou oriundas de processos de desenvolvimento, e, colaborar para as rupturas necessárias por meio de desafios cognoscitivos e de problematizações.

Essa forma diferenciada de olhar implica rupturas pessoais oriundas de nossos processos de formação, tanto escolar como profissional, em cursos de formação de professores. Essas rupturas significarão desconstruções e reconstruções de natureza conceitual, procedimental e profissional, conforme apontado por Muniz (2009).

5. Referências

DUVAL, Raymond. *Sémiósis et pensée humaine:*registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Suisse: Peter Lang, 1995.

FAYOL, M. *A criança e o número:*da contagem à resolução de problemas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MUNIZ, Cristiano A. B. & BITTAR, Marilena. *A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.* 1. Ed. Curitiba: Editora CRV, 2009.

PARRA, Cecilia. *Didática da matemática - reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed, 1996.

VERGNAUD (1990), Gérard. La théorie des champs conceptuels. *Recherches em didactique de mathématiques*, v. 10, n. 23, 1990, p.133-170.

ZUNINO, D. L. *A matemática na escola: aqui e agora*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

BERLINGHOFF, Willian P. & GOUVÊS, Fernando. *A Matemática através dos Tempos*. São Paulo: Editora Blucher, 2012