

## NÚMEROS RACIONAIS: UMA ABORDAGEM COM ENFOQUE NA ANÁLISE DOS ERROS

*Paulo Ferreira da Gama  
Universidade do Estado do Pará  
paulofgama@outlook.com*

*Lucas Antonio Mendes de Lima  
Universidade do Estado do Pará  
lucasamlima@outlook.com*

### Resumo

O presente trabalho tem por objetivo analisar os erros no processo de ensino e aprendizagem envolvendo as operações de soma e subtração com os números racionais. Realizou-se um levantamento bibliográfico, a fim de identificar outros trabalhos correlatos. A metodologia consistiu na aplicação de um questionário com itens referentes às diversas formas de representação de um número racional: relação parte-todo, operador multiplicativo e quociente e na exploração de questões algorítmicas. O referido instrumento foi respondido por 21 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública de Belém (PA). Os resultados deste estudo assemelham-se aos apontados pelos referenciais teóricos pesquisados.

**Palavras-chave:** Análise de erros; operações com frações; dificuldades com números racionais.

### 1. Introdução

O erro tem se mostrado como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem. Nessa direção, estudos teóricos tem indicado a importância dos docentes o analisarem cuidadosamente, o que pode contribuir para a prática docente.

Nesta seara, Santos e Buriasco (2008) afirmam que os instrumentos de avaliação utilizados frequentemente no Brasil se reduzem a apenas questões de múltiplas escolhas que além, de geralmente não considerar o raciocínio dos alunos, também vê o conhecimento de forma reducionista, não considerando o conhecimento que o aluno já possui e sim o conhecimento que lhe falta.

Nesse contexto, Carvalho e Carvalho (2001) discutiram alguns conceitos de Piaget, no qual os erros são tratados como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem e as

interações sociais devem ser analisadas, pois elas refletem diretamente em como o docente interage com seus alunos na construção do conhecimento.

No campo dos números racionais e fracionários foram desenvolvidos trabalhos como o de Moreira (2014), Renz (2011) e Vasconcelos (2007), que revelaram algumas dificuldades no aprendizado deste conteúdo matemático.

Desse modo, o presente estudo tem por objetivo analisar os erros mais frequentes dos alunos nas operações com os números racionais englobando os conceitos intrínsecos e suas diversas representações, a partir da resolução de problemas. Espera-se assim, contribuir para a discussão em tela.

## 2. A resolução de problemas

A resolução de problemas configura-se como uma das tendências matemáticas da atualidade. A partir dela, o docente pode introduzir um novo assunto, sondar as dificuldades que os alunos apresentam, descobrir novas maneiras para resolver uma questão, apresentar desafios aos alunos, etc.

Pelo senso comum, o termo problema geralmente está associado a ideia de algo ruim, difícil de ser resolvido e as vezes até impossível. Esta visão, muitas vezes é trazida para a matemática e pode contribuir para que os discentes se afastem de problemas matemáticos. Toledo e Toledo (2009) destacam que essa visão muitas vezes é reforçada pelos docentes em suas aulas, ao proporem problemas desmotivadores aos alunos, geralmente após a sequência: conceito, propriedades e o algoritmo da resolução do problema, tornando a tarefa destes apenas retirar os dados da questão e descobrir qual operação matemática deve ser usada.

Dante (2007), cita como um dos objetivos da resolução de problemas, “tornar as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras”. Neste sentido, a partir da resolução de problemas, o docente pode analisar as ideias e estratégias usadas pelo aluno, as quais sendo bem trabalhadas, podem permitir que o docente faça uma maior reflexão sobre sua prática docente, criando mecanismos para uma melhoria no processo de ensino e aprendizagem.

## 3. Estudos sobre números racionais

Na tendência da resolução de problemas, os números racionais têm sido muito recorrentes em virtude das dificuldades de compreensão e interpretação deste conceito matemático.

Nestes termos, Moreira (2014) desenvolveu estudo com o objetivo de identificar os erros cometidos pelos alunos na resolução de problemas com números racionais na sua forma fracionária. Segundo este autor, os maiores índices de erro nas operações com números racionais estão ligados: a) ao uso da subtração direta entre os respectivos numeradores e denominadores de uma fração; b) a inversão do numerador com o denominador e c) ao uso de valores incorretos. Já na relação conceitual de parte-todo, Moreira (2014), identificou que: 54% dos erros estavam relacionados ao uso da subtração direta entre os respectivos numeradores e denominadores de uma fração, 25% dos alunos inverteram o numerador com o denominador e no significado quociente, 40% dos erros se relacionavam ao uso de valores incorretos.

Renz (2011) fez estudo semelhante. Baseando-se na Engenharia Didática analisou as dificuldades nas operações de adição e subtração com números fracionários, utilizando o seguinte método: os alunos assistiram a um vídeo sobre uma receita de culinária com as devidas porções de ingrediente. Em seguida, responderam três questões envolvendo a definição, a adição e subtrações de frações, com denominadores iguais e diferentes. O autor observou que foram frequentes os erros em somar de forma direta o numerador com o numerador e o denominador com o denominador. Apenas 25% dos alunos conseguiram resolver corretamente questões envolvendo frações.

Vasconcelos (2007) fez um estudo objetivando comparar as estratégias cognitivas utilizadas por alguns alunos do ensino fundamental no processo de aquisição dos diferentes significados dos números fracionários (parte-todo, quociente e operado multiplicativo). Os erros mais frequentes identificados pelo autor, foram a inversão do numerador pelo denominador, utilização dos dados aleatórios no problema, denominador maior que o numerador, números sobrepostos, utilização de operação, parte-parte e contagem nos dedos.

Vasconcelos (2007) afirma ainda que esses erros advém das dificuldades dos alunos: (i) na distinção entre numerador e denominador; (ii) na representação simbólica, por conta da fração não ser compreendida como quociente; (iii) na conexão entre os símbolos e regras que aprendem com os conhecimentos matemáticos; (iv) em compreender que o número fracionário pode ser composto por dois naturais separados por um traço, assim refere a fração não como um número, mas como números sobrepostos; (v) da desconexão entre o conhecimento informal que a criança desenvolve espontaneamente e os conhecimentos formais e em (vi) determinar

uma fração com o todo conhecendo-se as partes, com isso os alunos desenvolvem a fração do tipo parte-parte;

Comparando os trabalhos acima citados, observa-se que tanto Moreira (2014), quanto Renz (2011) constatam a soma e subtração “direta” (entre o numerador e o denominador) das parcelas envolvidas nas operações como um dos problemas mais frequentes. Por sua vez, Vasconcelos (2007) e Moreira (2014) constataram que outra estratégia utilizada pelos discentes, foi a inversão do numerador pelo denominador. Renz (2011) também relata esta dificuldade e a caracteriza como falta de compreensão da definição de fração.

#### 4. Metodologia de pesquisa

Esta pesquisa é do tipo investigativa. Utilizou-se como instrumento um teste diagnóstico, composto por sete questões envolvendo operações de soma e subtração de números racionais. O teste é de criação dos autores do presente estudo e baseou-se, nos maiores índices de erros revelados na literatura pesquisada (MOREIRA, 2014; RENZ, 2011, VASCONCELOS, 2007).

O teste foi aplicado a 21 alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública da região de Belém (PA), com duração máxima de duas horas para resolver as questões propostas. Não houve interferência dos professores e foi solicitado que os alunos apresentassem a resolução da questão e não apenas a resposta.

#### 5. Análise dos resultados

Para fins didáticos, foram elaboradas três categorias de análise nomeadas por C1, C2 e C3. São elas:

**C1:** Investigar as dificuldades dos alunos em questões algorítmicas que envolvem soma e subtração de com os números racionais.

**C2:** Verificar as estratégias dos alunos em questões que envolvem as relações conceituais associado as representações dos números racionais.

**C3:** Avaliar as dificuldades que os alunos apresentam em situação problemas com os números racionais.

Os resultados estão apresentados na tabela 1.

**Tabela 1:** Análise quantitativa das questões discorridas neste trabalho

Número do item	Acertos	Erros	Não fez
2	4	17	0
3	6	14	1
4	2	8	11
5	3	17	1
6	4	17	0

Fonte: Teste diagnóstico aplicado

A seguir, temos a análise de algumas questões segundo as categorias descritas acima.

## 6. Análise das questões da categoria 1

2ª Questão) Efetue os cálculos das seguintes frações:

a)  $\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$

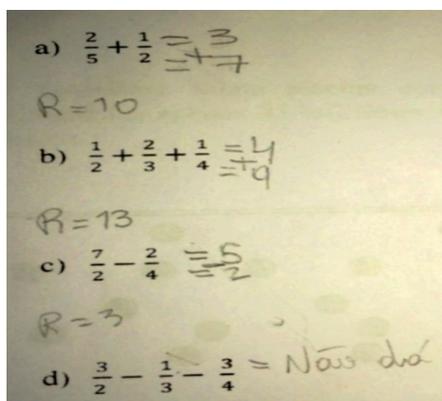
b)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

c)  $\frac{7}{2} - \frac{2}{4}$

d)  $\frac{3}{2} - \frac{1}{3} - \frac{3}{4}$

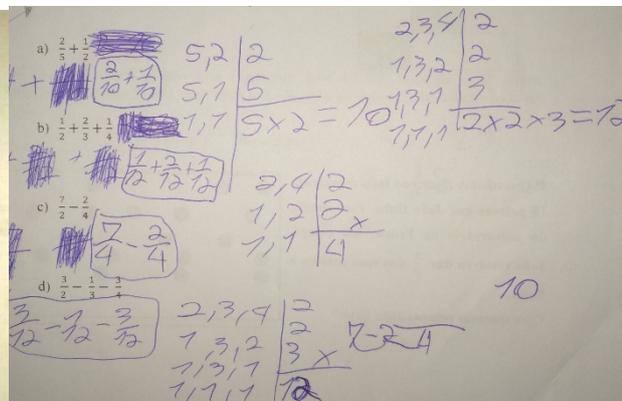
O objetivo da questão era investigar o conhecimento que os alunos detêm para a resolução de questões algorítmicas envolvendo soma e subtração de frações com denominadores diferentes. Para resolvê-la, os alunos deveriam ter habilidades relacionadas aos algoritmos que envolvem as operações com frações. Dentre os alunos que a resolveram, mais de 80 % erraram. As figuras 1 e 2 apresentam algumas respostas dos alunos:

**Figura 1:** Resolução do aluno A



a)  $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{3}{7}$   
 $R = 10$   
 b)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{9}$   
 $R = 13$   
 c)  $\frac{7}{2} - \frac{2}{4} = \frac{5}{2}$   
 $R = 3$   
 d)  $\frac{3}{2} - \frac{1}{3} - \frac{3}{4} = \text{Não dá}$

**Figura 2:** Resolução do aluno B



a)  $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{4}{10} + \frac{5}{10} = \frac{9}{10}$   
 $R = 10$   
 b)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} + \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{17}{12}$   
 $R = 13$   
 c)  $\frac{7}{2} - \frac{2}{4} = \frac{14}{4} - \frac{2}{4} = \frac{12}{4} = 3$   
 $R = 3$   
 d)  $\frac{3}{2} - \frac{1}{3} - \frac{3}{4} = \frac{18}{12} - \frac{4}{12} - \frac{9}{12} = \frac{5}{12}$   
 $R = 10$

Fonte: Teste aplicado

Observa-se que tanto no item “a” quanto no item “b” o aluno A, realiza a “soma direta” entre o numerador e o denominador da fração, demonstrando dificuldades com o algoritmo da resolução de frações com denominadores diferentes, como a utilização do M.M.C, por exemplo.

No item “c” nota-se, que este aluno utilizou o mesmo raciocínio dos itens anteriores, porém no denominador, embora usando este raciocínio daria um número negativo, com isso aluno inverteu a ordem considerando apenas 4-2. Em seguida, o aluno realiza uma subtração (5-2), que foram os valores resultantes das “operações diretas”, mostrando também um desconhecimento conceitual de fração.

No item “d” o aluno apenas escreveu “não dá”. Pode-se inferir que o aluno A, ao tentar operar os numeradores de forma direta, encontrou uma subtração impossível de ser realizada, talvez por conhecerem, naquele momento apenas os números naturais.

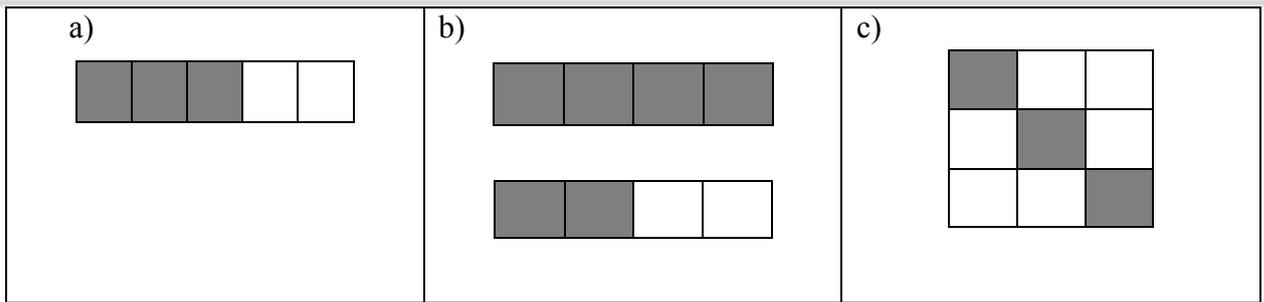
Os erros referentes à soma e subtração direta entre os numeradores e denominadores de uma fração, confirmam a pesquisa de Renz (2011).

Já o aluno B desenvolve o mesmo raciocínio em todos os itens desta questão. Ele compreende que deve ser utilizado o M.M.C entre os denominadores. Contudo, ele apresenta dificuldade na parte do algoritmo, pois ele determina o M.M.C entre os denominadores, mas não efetua as demais etapas algorítmicas corretamente, fazendo uma substituição do valor encontrado no M.M.C pelos denominadores, não chegando a nenhum resultado para as operações, por apresentar dificuldade na manipulação aritmética das frações.

Este tipo de erro é considerado, segundo Santos e Buriasco (2008) como erros advindos de deficiência de pré-requisito no aprendizado de habilidades, conceitos e fatos.

## 7. Análise das questões da categoria 2

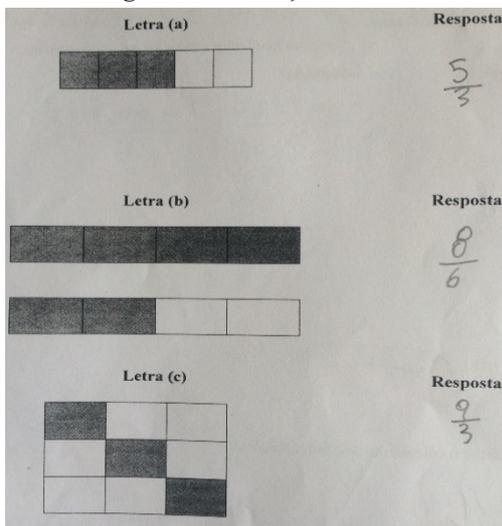
3<sup>a</sup> Questão) Represente em forma de fração as figuras abaixo:



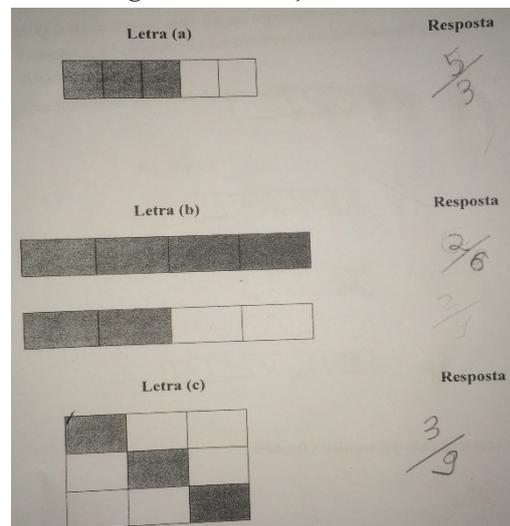
Esta questão tem objetivo de sondar as dificuldades dos alunos na passagem da representação geométrica para a representação fracionária de um número racional, envolvendo a relação parte-todo de uma figura, necessitando que os alunos tenham habilidades ao fazer essa permuta de registro. Mais de 65% dos alunos erraram esta questão.

A análise das respostas dos alunos está descrita a seguir:

**Figura 3:** Resolução do aluno C



**Figura 4:** Resolução do aluno D



Fonte: Teste aplicado

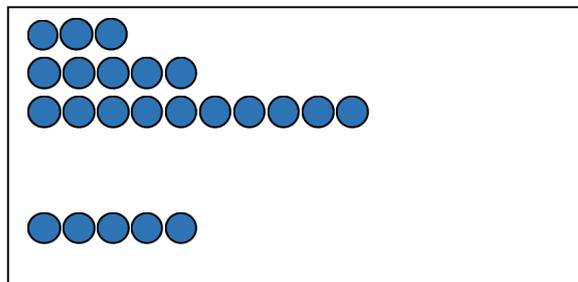
Observa-se que o aluno C, ao realizar a transformação do registro geométrico para o numérico, considera os valores corretos, contudo, inverte o numerador com o denominador, devido ao fato de apresentar uma falta de funcionalidade para tal situação, corroborando a pesquisa de Vasconcelos (2007).

O aluno D segue a mesma linha de raciocínio no item “a”, mas no item “b” ele faz a relação “parte não selecionada/ parte selecionada”. Já no item “c” ele representa corretamente a fração, demonstrando dificuldades ao representar corretamente uma fração.

Para Vasconcelos (2007), esse erro advém das dificuldades dos alunos em determinar uma fração baseado na relação parte-parte.

## 8. Análise das questões da categoria 3

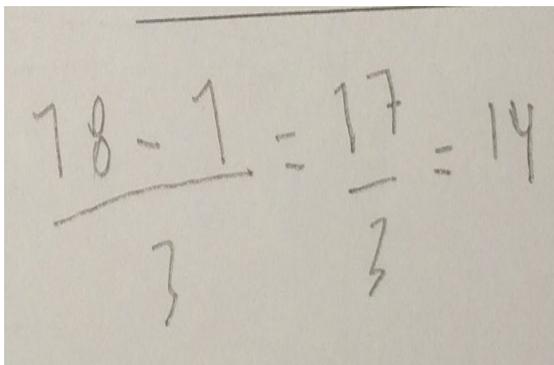
4ª Questão) A figura ao lado representa 18 petecas que João tinha. Por ocasião do aniversário de Felipe, seu colega, João resolveu dar  $\frac{1}{3}$  das suas petecas a Felipe. Com quantas petecas João ficou?



O objetivo desta questão era analisar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas envolvendo fração como operador multiplicativo. Em sua resolução, o aluno deveria ter habilidade para operar com os números racionais enquanto operador multiplicativo.

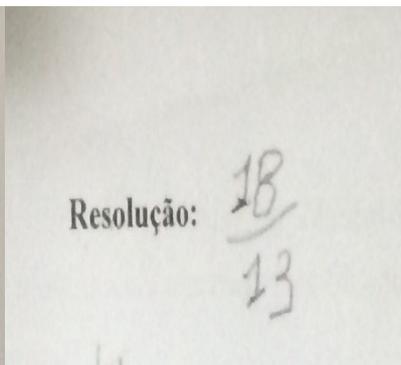
A pesquisa apontou que nesta questão 52 % não a resolveram e 38 % erraram, por conta das dificuldades, apresentaremos a análise questão.

**Figura 5:** Resolução do aluno E



$$\frac{18 - 1}{3} = \frac{17}{3} = 14$$

**Figura 6:** Resolução do aluno F



Resolução:  $\frac{18}{13}$

**Fonte:** Teste aplicado

Em nossa análise, observamos que o aluno E apenas subtraiu 1 de 18 no numerador da fração e conservou o denominador, retratando o desconhecimento deste aluno no que tange a utilização das operações básicas com os números racionais.

Vasconcelos (2007) atribui este erro a falta de compreensão do número fracionário como outro conjunto numérico e o traço da fração é apenas para indicar que dois números inteiros estão sobrepostos e podendo ser manipulados aritmeticamente como se fossem números inteiros.

O aluno F, por seu turno, realiza uma transformação do número fracionário em um inteiro, ao reescrever o  $\frac{1}{3}$  como 13. Em seguida, utiliza-se de um valor do problema para definir a fração  $\frac{18}{13}$  evidenciando a falta de compreensão ao manipular a fração como

operador multiplicativo, confirmando o que Moreira (2014) cita no tópico de operador multiplicativo, quando os alunos avaliados faziam a transformação da fração em um número inteiro.

### Considerações Finais

Ao final do estudo, foi possível verificar que os resultados se assemelham aos encontrados em estudos anteriores (MOREIRA, 2014; RENZ, 2011; VASCONCELOS, 2007).

Em síntese, as dificuldades encontradas pelos alunos em questões algorítmicas apresentaram entraves acerca da manipulação aritmética das frações (soma direta entre os numeradores e os denominadores).

Em relação as questões que possuem enfoques conceituais, verificou-se que houve dificuldades na transição dos registros quando os alunos realizaram a inversão do numerador pelo denominador, além de efetuarem associação da representação numérica ao conceito parte-parte e não parte-todo.

No conceito de operador multiplicativo em situações problemas, observou-se dificuldades que podem estar ligadas ao desconhecimento na operacionalização com as frações.

Assim, pode-se perceber a relação existente entre as categorias sugeridas nesse estudo (C1, C2 e C3), uma vez que para resolver questões algorítmicas os alunos necessitam ter uma apropriação do conceito de fração e entender como este conceito relaciona-se com a representação fracionária. A ausência desta relação, pode gerar dificuldades no aprendizado deste tema.

Portanto, espera-se que o presente estudo contribua para o professor repensar sua prática pedagógica e buscar metodologias de ensino adequadas, nas quais os discentes conheçam novos raciocínios e métodos diferenciados para a abordagem e resolução de problemas matemáticos.

### Referências Consultadas

- CARVALHO, Meire Muzzi; CARVALHO, Denise Dutra Martins. **Para compreender o erro no processo ensino-aprendizagem.** Presença Pedagógica, v.7, n.42, p.62-75, nov/dez 2001.
- DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática.** 12.ed. São Paulo: Ática, 2007.

MOREIRA, Ricardo Silva. **Erros cometidos ao estudar números racionais na sua forma fracionária em uma escola pública de Vitória da Conquista.** 28 páginas. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura Plena em Matemática) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista (BA), 2014.

RENZ, Janini da Luz. **Adição e subtração de frações:** uma proposta de ensino com auxílio das mídias digitais. 39 páginas. 2011. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Matemática, Mídias digitais e didática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Sapiranga (RS), 2011.

RUDIO, Franz Victor. **Introdução ao projeto de pesquisa.** 34. ed. Petrópolis - RJ: Vozes, 2007.

SANTOS, J. R. VIOLA DOS; BURIASCO, R. L. C. **Da ideia de erro para as maneiras de lidar:** caracterizando nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta. p. 87-108. In: BURIASCO, R. L. C. (Org.). Avaliação e Educação matemática. Recife: SBEM: 2008.

VASCONCELOS, Isabel Cristina Peregrina. **Números Fracionários:** A construção dos diferentes significados por alunos de 4<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> séries de uma escola do ensino fundamental. 103 páginas. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre (RS), 2007.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Teoria e prática de matemática:** como dois e dois. São Paulo: FTD, 2009.