

ANÁLISE DE ERROS EM QUESTÕES SOBRE FUNÇÃO AFIM

Acylena Coelho Costa
Universidade do Estado do Pará
E-mail: acylena@gmail.com

Rodrigo dos Reis Bittencourt
Universidade do Estado do Pará.
E-mail: ro.rb353@yahoo.com

Felipe Andrade Fernandes
Universidade do Estado do Pará.
E-mail: uepafelipe@gmail.com

Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar resultados de uma pesquisa sobre as dificuldades que os alunos apresentam no conceito de Função Afim. A metodologia adotada foi a análise de erros, para isso utilizamos como instrumento de pesquisa um teste diagnóstico contendo 6 questões, sendo 4 questões de procedimentos e 2 conceituais. O teste foi aplicado em uma turma do 1º ano do ensino médio de uma escola da cidade de Belém do Pará. Na análise das questões conseguimos identificar que os alunos apresentaram maiores dificuldades em realizar a passagem do registro algébrico para o registro gráfico, sobre Função Afim.

Palavras-chaves: Educação matemática; Avaliação da aprendizagem; Análise de erros; Função afim.

1. Introdução

A partir de uma concepção construtivista da matemática, a avaliação é um assunto pertinente, pois, segundo Pavanello (2006) o professor deve avaliar seus alunos, além de auto avaliar sua prática na sala de aula. Nessa perspectiva o professor não pode avaliar o aluno como um objeto, apenas lançando uma nota classificatória. Assim, o aluno deve ser um sujeito ativo no processo avaliativo, visto que esse processo deve ser cotidiano, observando como os alunos conseguem ou não avançar no conteúdo.

Ainda nessa perspectiva construtivista acerca da avaliação do conhecimento, a análise de erros destaca-se por configurar-se como agente do processo de conhecimento e como ferramenta do processo de ensino e aprendizagem. Conforme as ideias explicitadas por Pinto (2000) o erro do aluno, apresenta uma oportunidade de melhora na didática do professor, fazendo com que o mesmo crie novas situações apropriadas para que o aluno supere os desafios contidos na matemática.

Para Santos e Buriasco (2008) o erro cometido pelo aluno é um indicativo do que “falta” para que esse aluno entender determinado objeto de estudo. Conseqüentemente, o professor pode avaliar o aluno pelo o que lhe falta, para então poder ajudá-lo a superar os obstáculos da aprendizagem.

Apesar disso, o empecilho a essa corrente é a “cultura” que está inserida na escola de exaltar os acertos e suprimir os erros que os alunos cometem. Avaliar para escolher os melhores é infelizmente o objetivo de muitas escolas. Concordamos assim com a concepção de Pinto (2000) quando afirma que

Concebido como sinal do fracasso do aluno, o erro parece estar inscrito na “cultura avaliativa” da escola, quando esta tem como foco de preocupação a “nota” para a aprovação e não a aprendizagem do aluno, reforçando, assim, a função classificatória e seletiva da avaliação. (p. 9).

Diante da problemática e das nossas experiências transidas do ensino básico junto as diversas debates acadêmicos, constatamos que o estudo de função afim vem trazendo diversas discussões na área da Educação Matemática, pois é um dos estudos centrais no ensino básico e que mais geram dificuldades por parte dos alunos e professores. Todavia, fizemos um levantamento teórico embasado nos estudos de Delgado, Friedmann e Lima (2010), Costa et al (2010) e Cardoso et al (2013); para descobrir o que as pesquisas apontam sobre a dificuldade que os alunos possuem sobre o conceito de Função Afim.

Diante das reflexões expostas e considerando as dificuldades de aprendizagem quanto à Função Afim, optamos desenvolver nossa pesquisa respondendo à seguinte questão de pesquisa: *Quais os erros cometidos por alunos do ensino médio ao resolverem questões sobre Função Afim?* Assim, esse trabalho tem por objetivo realizar a análise de alguns erros mais recorrentes cometidos pelos alunos ao resolverem questões envolvendo o tópico sobre Função Afim.

2. Estudos encontrados sobre as dificuldades dos alunos em Função Afim.

O estudo de função vem trazendo diversas discussões na área de Educação Matemática, pois é um dos estudos centrais do ensino básico e o que mais geram dificuldades por parte dos alunos e professores. Por esse motivo, fizemos um levantamento bibliográfico de outras pesquisas que indicam as dificuldades que os alunos possuem em Função Afim.

Os autores Delgado, Friedmann e Lima (2010) utilizaram atividades de Funções Afim com uma turma de uma escola estadual do Rio de Janeiro do 1º ano do Ensino Médio com 30 alunos participantes. O objetivo de tal pesquisa foi investigar quais as dificuldades apresentadas por esses alunos nas diferentes representações da função afim.

Segundo Delgado, Friedmann e Lima (2010) os alunos de sua pesquisa apresentam as seguintes dificuldades: na conversão da forma escrita para algébrica; na interpretação das variáveis dependentes e independentes; na manipulação dos dados em tabela, por conseguinte no desenvolvimento de sistemas lineares.

No trabalho de Costa *et al* (2010) os autores utilizaram um questionário composto por 12 questões submetidas a 80 alunos do 1º e 2º ano do ensino médio. O objetivo dessa pesquisa foi discutir, refletir e analisar as dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio sobre funções e seus conceitos.

As principais dificuldades encontradas por Costa *et al* (2010) foram: a falta de conexão entre componentes verbais e componentes gráficos de funções; a associação dos gráficos com a forma algébrica da função; a identificação de pré-imagens (abscissas) e imagens (coordenadas) nos eixos de representações gráficas.

Cardoso *et al* (2013), realizou sua pesquisa com 23 alunos do 2º ano do ensino médio da rede Estadual de Ensino do Ceará, com aplicação de um questionário contendo oito questões abertas sobre função afim. O objetivo dos pesquisadores foi analisar as competências de alunos do segundo na do Ensino Médio na realização de conversões de registros da função afim.

Os autores acima apontam que as principais dificuldades dos alunos tratam-se dos princípios básicos do raciocínio de função, ou seja, os alunos possuem dificuldades em compreender as relações existentes nos diversos registros de função. Além dessas, apontam dificuldades em relação à passagem do registro gráfico para o algébrico. Os autores ainda revelam que os alunos estão habituados a resolver procedimentos repetitivos, pois costumeiramente efetuam o mesmo procedimento na resolução de diversos problemas.

Esse levantamento bibliográfico sobre as pesquisas desenvolvidas a cerca do tema relativo ao nosso estudo serviu como norte para a nossa investigação. Além disso, possibilitou-nos enxergar alguns problemas no que diz respeito ao ensino e aprendizagem de Função Afim.

3. Metodologia de pesquisa

Em nosso estudo desenvolvemos uma pesquisa diagnóstica, do tipo qualitativa, em que buscamos descrever os resultados obtidos com base na aplicação de um teste diagnóstico. Para Rudio (2007) o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados. Sendo assim, ele coloca a pesquisa diagnóstica como sendo parte da pesquisa descritiva.

Esta pesquisa foi desenvolvida em uma turma do 1º ano do ensino médio, de uma escola pública da cidade de Belém, na qual aplicamos um teste diagnóstico contendo seis questões, as quais, a partir da concepção de conhecimento de Hiebert (2009), quatro foram consideradas processuais e duas conceituais.

Segundo Hiebert (2009) o conhecimento processual consiste no “passo-a-passo” que o aluno deverá ter para chegar ao resultado, que é executado de maneira sequencial e linear. Por sua vez, o conhecimento conceitual, conforme o autor está ligado à compreensão do assunto, e para compreender, o aluno deverá adicionar o assunto novo aos anteriores, além de conseguir fazer a relação com outros saberes de outras áreas do conhecimento.

Com os procedimentos adotados em nosso estudo tivemos a intenção de investigar, com base nos protocolos de pesquisa, os erros e dificuldades dos alunos sobre Função Afim.

4. Análise dos erros cometidos em Função Afim

Inicialmente apresentamos o quadro 1, na qual contém a análise quantitativa dos acertos, erros, e questões não feitas pelos alunos.

Tabela 1 – Análise Quantitativa.

Questões	Acertos	Erros	Não fez
1	36,5%	36,5%	27%
2	64%	18%	18%

3	9%	73%	18%
4	27,5%	27,5%	45%
5	18%	27%	55%
6	36,5%	27%	36,5%

O que nos interessa na tabela 1 são as porcentagens de erros cometidos pelos alunos. As análises desses erros estarão norteadas pelas seguintes categorias:

C.1 – Erros predominantemente processuais sobre função afim

C.2 – Erros predominantemente conceituais sobre função afim

Os dados coletados referem-se às questões resolvidas pelos alunos investigados. Classificamos tais respostas a partir das categorias mencionadas anteriormente. O primeiro grupo de erros está inserido na categoria C.1, no que diz respeito aos procedimentos realizados pelos alunos.

Explicitaremos a seguir as questões analisadas pela categoria 1, nas quais apresentaremos as respectivas habilidades requeridas para resolvê-las, bem como a análise feita em algumas das respostas dadas pelos alunos.

Questão 1. Dada a função definida de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, com expressão algébrica $f(x) = 2x - 1$. Calcule o zero da função $f(x)$.

Para a questão 1 temos a pretensão de verificar a habilidade de o aluno calcular o valor da variável independente quando a imagem for igual à zero. Essa questão apresentou 36,5% de acertos, 36,5% de erros e 27% de respostas deixadas em branco. As figuras 1 e 2 mostram o principal erro cometido pelos alunos investigados.

Figura 1 – Resposta do aluno A

Fonte: Teste diagnóstico

Figura 2 – Resposta do aluno B

Fonte: Teste diagnóstico

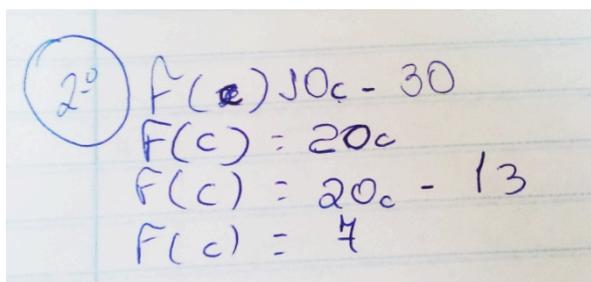
Nas figuras acima, percebemos que os alunos A e B apenas realizaram a subtração “2 – 1”, ignorando o produto $2x$ estabelecido pela lei de formação. Por sua vez, o aluno A (ver figura 1) prossegue seus cálculos utilizando o resultado obtido pela diferença realizada por ele e multiplicando com x , ou seja, $1x$. Finalmente, tal aluno indicou $f(x) = 1$.

Diante do erro cometido, e apropriando-se das ideias de Santos e Buriasco (2008), fica evidente que falta para os alunos é conhecer o processo que ajuda a encontrar a “raiz” de uma expressão algébrica, para então relacionar com o “zero” de uma função. Ressaltamos ainda que aos alunos A e B, falta também reconhecer a operação matemática correta para encontrar o resultado esperado.

Questão 2. Sabendo que a função $f(c) = 10c - 30$, definida de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, encontre o valor de $f(c)$ quando c for igual a 7.

A partir da questão 2 intencionamos avaliar a habilidade do aluno em calcular valores da imagem, quando a variável independente assume um valor real diferente de zero. Essa questão obteve 64% de acerto, 18% de erro e 18% de questões em branco. A figura abaixo revela o principal erro encontrado.

Figura 3 – Resposta do aluno B



Handwritten work on lined paper showing the student's solution to Questão 2. The student has written:
2º $f(c) = 10c - 30$
 $f(c) = 20c$
 $f(c) = 20c - 13$
 $f(c) = 7$

Fonte: Teste diagnóstico

Ao observarmos a figura 3, podemos inferir que, dada a expressão algébrica o aluno B subtraiu o valor numérico 30 do valor 10, encontrando o valor 20. Por conseguinte, esse aluno buscou um número que subtraindo de 20 resulta 7, afirmando que $f(c) = 7$.

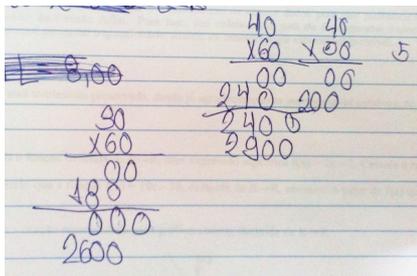
Apoiados pelas ideias de Santos e Buriasco (2008), admitimos que o erro cometido pelo aluno foi devido a falta de reconhecimento da função em um determinado ponto (quando “c” é igual a 7). Faltou que o aluno substituísse o valor numérico “7” na variável “c”, logo os procedimentos seguiram erroneamente.

Questão 5. Uma comunidade social do bairro da Pedreira em Belém decide fazer um piquenique em Salinas. Para isso a comunidade consulta duas empresas A e B que têm ônibus com 60 assentos.

A empresa A cobra o aluguel do ônibus a um preço fixo de R\$ 500,00 por viagem, mais R\$ 40,00 por passageiro. A empresa B cobra o aluguel do ônibus a um preço fixo de R\$ 800,00 por viagem, mais R\$ 30,00 por passageiro. Quantos membros da comunidade social devem participar do piquenique para que o preço final da empresa A se iguale ao preço final da empresa B?

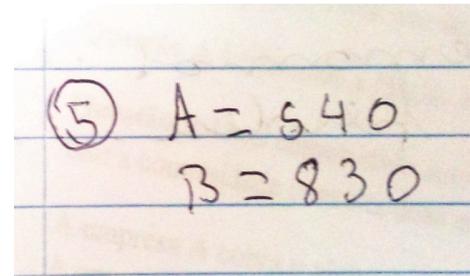
Para a questão 5 temos a intenção de avaliar a habilidade do aluno em identificar a função a partir de um problema em contexto real. Essa questão obteve 18% de acertos, 27% de erros e 55% de respostas em branco. As figuras 4 e 5 mostram os erros cometidos.

Figura 4 – Resposta do aluno H



Handwritten calculations for company A and B. For company A, the student calculates $500 + 40 \times 5 = 700$. For company B, the student calculates $800 + 30 \times 5 = 950$. The final result is 2600.

Figura 5 – Resposta do aluno J



Handwritten calculations for company A and B. The student calculates $A = 540$ and $B = 830$.

Fonte: Teste diagnóstico

Fonte: Teste diagnóstico

Na resposta do aluno H (figura 4) é possível perceber que o mesmo utilizou os preços fixos por pessoa para multiplicar com a quantidade de assentos disponibilizados pelo ônibus, em seguida somou o resultado com o segundo preço fixo por viagem. Acreditamos que o aluno queria descobrir quanto cada empresa iria arrecadar por viagem com todos os assentos ocupados.

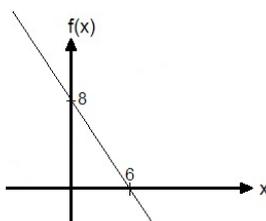
Analisando na figura 5 a resposta do aluno J, observamos que o mesmo visualizou os preços de cada empresa para o aluguel do ônibus. Como a empresa A cobrava 500 reais por viagem e 40 reais por pessoa, o aluno apenas somou “500 + 40” resultando 540. O mesmo raciocínio foi utilizado pelo estudante para calcular o preço cobrado pela empresa B.

Consonante às ideias de Santos e Buriasco (2008), assumimos que o erro cometido pelo aluno é devido a falta da interpretação textual correta, para então reconhecer os procedimentos suficientes e necessários que o levará a resposta certa.

O segundo grupo de erros analisados está inserido na categoria C.2, no que diz respeito aos conceitos que os alunos devem ter para resolver as questões.

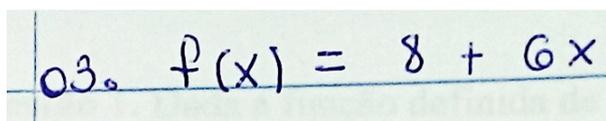
Destacamos a seguir as questões correspondentes à segunda categoria de análise, nas quais apresentaremos suas respectivas habilidades requeridas para resolvê-la, bem como a análise feita em algumas das respostas dadas pelos alunos.

Questão 3. Dada a função representada pelo gráfico abaixo, definida de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Qual é a forma algébrica que descreve essa função?



Procuramos verificar na questão 3 a habilidade do aluno em representar uma função na forma algébrica a partir de dados em gráfico. Essa questão obteve 9% de acertos, 73% de erros e 18% de respostas em branco. A figura 6 representa o principal erro cometido pelos alunos da amostragem.

Figura 6 – Resposta do aluno C



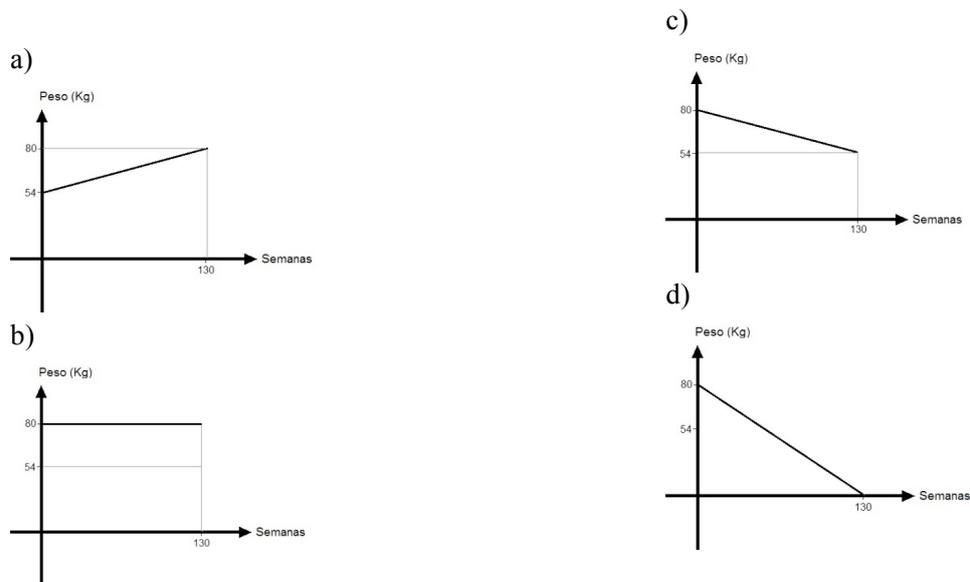
03. $f(x) = 8 + 6x$

Fonte: Teste diagnóstico

Diante do gráfico expresso no item juntamente com a resposta manifestada pelo aluno, concluímos que o mesmo tem conhecimento da organização algébrica que descreve a função afim. Entretanto, houve uma “associação direta” entre os valores do gráfico para com a forma algébrica, ou seja, o aluno apenas extrai do gráfico os valores reescrevendo-os na forma algébrica da função afim.

Tal procedimento adotado pelo aluno C é justificado por Cardoso et al (2013) pois, segundo o autor, uma das principais dificuldades diz respeito aos diversos tipos representações do objeto função; neste caso a dificuldade está na passagem do registro gráfico para o algébrico.

Questão 6. Uma pessoa está com sobrepeso, e tem massa igual a 80 kg. Decidida a voltar à sua massa corpórea ideal, que são 54 kg, marca uma consulta com o nutricionista, no qual recebe uma receita de dieta. Tal receita promete eliminar 0,2 kg em cada semana de dieta. A partir de um gráfico, a pessoa com sobrepeso concluiu que chegará à massa corpórea ideal quando passar 130 semanas de dieta. Qual é o gráfico que essa pessoa encontrou? Justifique sua resposta.



Na questão 6 pretendemos avaliar a habilidade do aluno em interpretar o texto para encontrar a função representada graficamente. Essa questão obteve 36,5% de acertos, 27% de erros e 36,5% de respostas em branco. As figuras 7 e 8 representam os principais erros cometidos pelos alunos.

Figura 7 – Resposta do aluno D

6) $R = d$, pois está em diminuição.

Fonte: Teste diagnóstico

Figura 8 – Resposta do aluno E

6) letra A, diminuto melhora a quantidade de semanas e o peso que ele perdeu.

Fonte: Teste diagnóstico

Por meio da figura 7 é possível verificar que o aluno D conseguiu entender que a questão se tratava de uma função decrescente, porém a sua análise gráfica não condiz com a realidade proposta na situação-problema. Na resposta do aluno E percebemos que o mesmo não conseguiu interpretar o texto da questão, por conseguinte a sua análise gráfica está equivocada.

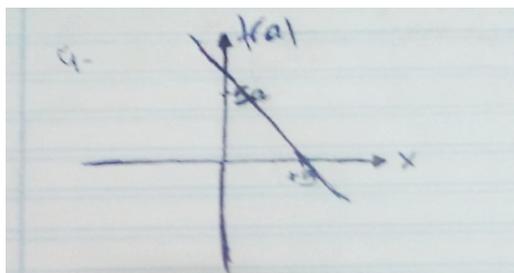
Os erros presentes na questão 6 condizem com a dificuldade encontrada por Costa *et al* (2010) a qual refere-se à falta de conexão entre componentes verbais e componentes gráficos de funções.

Questão 4. Utilizando a função $f(a) = 5a + 3$, definida de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, esboce o gráfico que representa essa função.

Pretendemos verificar na questão 4 a habilidade do aluno em representar graficamente uma função a partir da forma algébrica. Essa questão obteve 27,5% de acertos, 27,5% de erros e 45% de respostas em branco. As figuras 9 e 10 mostram os erros cometidos pelos sujeitos investigados.

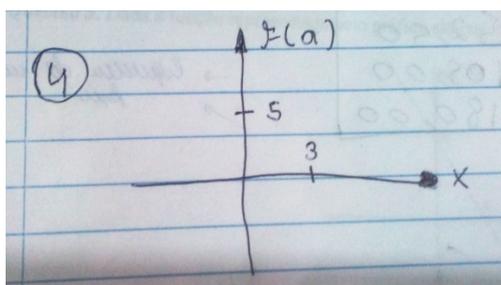
Figura 9 – Resposta do aluno F

Fonte: Teste diagnóstico



Fonte: Teste diagnóstico.

Figura 10 – Resposta do aluno G



Como os alunos F e G provavelmente não assimilaram o conceito de taxa de variação e zero de uma função afim, eles apenas usaram os dados contidos na forma algébrica da função e transcreveram para a forma gráfica. Além disso, os alunos erraram a posição da reta, representando uma função decrescente.

Seguindo a premissa de Santos e Buriasco (2008), admitimos que o erro cometido pelo aluno foi devido a falta de compreensão do conceito de taxa de variação, relação de dependência e independência, zero da função e deslocamento da assíntota. Esse tipo de erro também foi encontrado no trabalho de Costa et al (2010) e indicam as dificuldades dos alunos no momento de identificar os pontos nos eixos das coordenadas e abscissas na representação gráfica.

5. Considerações finais

O objetivo deste trabalho foi analisar os erros que os alunos do 1º ano do ensino médio apresentam sobre o conceito de função afim. Com base nos estudos realizados sobre as dificuldades dos alunos, referente ao nosso objeto matemático, identificamos as relações existentes entre os dados coletados nesse trabalho com os estudos dos autores investigados.

Em nosso trabalho encontramos que os alunos possuem maiores dificuldades quando precisam realizar a passagem da linguagem gráfica para a linguagem algébrica, e vice e versa, tais dificuldades são apontados também pelos autores Costa et al (2010) e Cardoso et al (2013). Para os autores essas dificuldades são frequentes, pois o ensino de função afim é trabalhado com as representações de forma isolada, ou seja, não é apresentada de maneira clara para o aluno a relação entre as diferentes maneiras de representar uma função.

Diante dos resultados obtidos, a análise de erro se faz fundamental para identificar as principais dificuldades dos alunos. Assim o professor terá subsídios para nortear sua ação em sala de aula, visando sempre uma aprendizagem mais significativa e a superação da dificuldade do aluno.

6. Referencias

CARDOSO, Mikaelle, et al. Função afim: uma análise dos procedimentos de conversão de alunos do 2º ano do ensino médio. In: **XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba – PR. 2013.

COSTA, Acylena, et al. Conceito de função: concepções de estudantes do ensino médio. In: **Encontro Paraense de Educação Matemática**. Belém - PA, 2010.

DELGADO, Carlos; FRIEDMANN, Clícia; LIMA, Jacqueline. As dificuldades apresentadas por alunos do 1º ano do ensino médio em relação às diferentes representações da função afim. In: **X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador - BA, 2010.

HIEBERT, James. **Conceptual and procedural knowledge**. Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers 365 Broadway. Hillsdale, New Jersey, 2009.

PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática: estudo no ensino da Matemática elementar**. Campinas, SP: Papirus, 2000.

RUDIO, Franz Victor. **Introdução ao projeto de pesquisa**. 34. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

VIOLA DOS SANTOS, J.R.; BURIASCO, R. L. C. **Da ideia de erro para as maneiras de lidar: caracterizando nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta**. Avaliação e Educação Matemática. Recife: Coleção SBEM V.4, 2008.