

É POSSIVEL HIPOTETIZAR UMA AULA COM MODELAGEM MATEMÁTICA?

Karina Alessandra Pessoa da Silva¹
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Londrina
karinapessoa@gmail.com

Pamela Emanuelli Alves Ferreira²
Universidade Estadual de Londrina
pamelael@gmail.com

Resumo: Esse minicurso tem como objetivo apresentar e discutir a modelagem matemática como uma alternativa pedagógica para aulas de matemática em um minicurso de cunho teórico-prático. A partir da discussão de aspectos teóricos da modelagem matemática e de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem buscar-se-à promover um ambiente de trabalho prático no qual os participantes serão convidados a planejar/hipotetizar uma aula na perspectiva da modelagem matemática apontada neste texto. Além de proporcionar reflexões sobre a pergunta norteadora e que intitula nosso minicurso: é possível hipotetizar uma aula com modelagem matemática?

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Trajetória Hipotética de Ensino; Matematização.

1. Introdução

Levando em consideração as discussões em torno do tema *Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades*, durante o XII ENEM é que propomos a realização desse minicurso. O intuito é de oferecer ao público participante a oportunidade de refletir a respeito do como fazer modelagem matemática em ambientes de ensino e aprendizagem, bem como planejar atividades nesta perspectiva pautadas nos aspectos teóricos da Trajetória Hipotética de Aprendizagem.

Sob essas perspectivas é que convidamos os participantes a discutir sobre possibilidades de trabalhar com atividades de modelagem em sala de aula, antecipando seu planejamento. Para isso, trazemos neste texto nosso entendimento sobre o que é uma atividade de modelagem matemática e em que consiste a Trajetória Hipotética de Aprendizagem.

¹ Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática, docente do Depto. de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Londrina e do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da UTFPR.

² Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática, docente do Depto. de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL) – PR.

A proposta desse minicurso está alicerçada nos apontamentos de Almeida, Silva e Vertuan (2012) quando afirmam que uma formação docente em modelagem matemática deve considerar a tríade *aprender sobre*, *aprender por meio* e *ensinar usando*. Nesse minicurso, apoiamo-nos e reformulamos essa tríade, para promover um ambiente de trabalho teórico-prático no qual os participantes em formação serão convidados a *aprender sobre* modelagem matemática, *aprender por meio* do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e *planejar/hipotetizar usando* modelagem matemática.

2. Fundamentação teórica

a. Modelagem Matemática

Na literatura, muitas são as conceitualizações empregadas para designar modelagem matemática. São utilizadas expressões como: metodologia de ensino e aprendizagem, ambiente de aprendizagem, alternativa pedagógica, entre outras. No entanto, é de se evidenciar que o foco do trabalho com modelagem matemática está atrelado a ensinar matemática.

Quando nos referimos à modelagem matemática, consideramos atividades que têm como ponto de partida uma situação inicial (problemática) e como ponto de chegada uma situação final (solução para a situação inicial). Nesse encaminhamento da situação inicial para a situação final são utilizados procedimentos que definem estratégias de ação dos sujeitos envolvidos. Almeida, Silva e Vertuan (2012) identificam elementos que, de modo geral, se fazem presentes em atividades de modelagem. Segundo os autores,

[...] o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.17).

Segundo Almeida e Ferruzzi (2009), uma atividade de modelagem requer do aluno a formulação de um problema e a definição de metas para sua resolução, a definição de hipóteses, a formulação de previsões e a apresentação de explicações e soluções para a situação em estudo bem como a comunicação destas soluções e/ou explicações para outros. Complementando as considerações de Almeida e Ferruzzi (2009), as autoras Almeida e Silva (2012), destacam que

[...] um aspecto importante numa atividade de modelagem matemática é a necessidade de os próprios alunos, a partir de uma situação-problema não matemática, fazerem a associação com conceitos e/ou procedimentos matemáticos capazes de conduzir a uma solução para o problema e possibilitar a sua análise (ALMEIDA; SILVA, 2012, p. 627).

Os conceitos e procedimentos matemáticos utilizados na busca pela solução para o problema se fazem presentes por meio de linguagem matemática, por meio de representação matemática que pode ser expressa por símbolos, diagramas, gráficos, expressões algébricas ou geométricas. Referimo-nos à representação matemática que emerge no desenvolvimento da atividade de modelagem como modelo matemático. Segundo Lesh (2010), um modelo matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática, com a finalidade de descrever o comportamento de outro sistema e permitir a realização de previsões sobre este outro sistema. Em termos da realidade, o modelo matemático deve ser considerado sua representação simplificada. Com isso, o modelo matemático representa de algum modo a situação estudada e permite obter uma solução para o problema em estudo.

Levando em consideração os entendimentos sobre o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, Almeida, Silva e Vertuan (2012) caracterizam *fases* relacionadas aos procedimentos necessários para configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema. São elas: inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação.

A inteiração representa o primeiro contato do aluno com uma situação-problema que se pretende estudar; a matematização é a fase de transição de linguagens, de visualização e do uso de símbolos para realizar descrições matemáticas; a resolução consiste na obtenção do modelo matemático que descreve a situação; a interpretação dos resultados e validação são fases finais que visam, além da capacidade de aplicar o modelo matemático, o desenvolvimento da capacidade de avaliar o processo de construção do modelo e os diferentes contextos de suas aplicações. Essas fases que caracterizam uma atividade de modelagem matemática nem sempre se estabelecem de forma linear, podendo apresentar constantes movimentos de idas e vindas, pois às vezes se tornam necessárias reformular ou analisar as fases anteriores.

Para propor o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática em sala de aula, o professor pode planejá-la levando em consideração uma aula conduzida segundo as

fases supracitadas, na qual sua ação é a de orientar. Com isso, pode planejar sua aula tendo em mente alguns questionamentos relativos às fases da modelagem, tais como: Que situação-problema estudar?, Quais são os dados?, Como obtê-los?, Que problema pode ser estudado?, Que elementos devem ser levados em conta na observação? (fase de inteiração); Quais são as hipóteses e variáveis da situação? (fase de matematização); Que regularidades matemáticas podem ser observadas a partir dos dados? Existe alguma representação matemática para a situação (fase de resolução); O modelo matemático obtido corresponde à situação em estudo? Qual é a solução do problema (nas fases de interpretação e validação). De acordo com a experiência dos alunos com o desenvolvimento de atividades de modelagem, a orientação e participação do professor em cada fase pode ser mais ou menos intensa. Nesse sentido, entendemos que o professor, principalmente em suas primeiras aulas com modelagem, em certa medida, pode *hipotetizá-las*, propondo uma trajetória.

b. Trajetória Hipotética de Ensino e Aprendizagem

A construção das práticas de sala de aula de um professor é orientada pelo conhecimento, teorias, concepções, experiências que possui e desenvolve ao longo de sua história de vida, mais especialmente, de sua formação. É no âmbito da formação docente que o professor desenvolve habilidades para estabelecer metas de ensino, realizar planejamentos, tomar decisões, reorganizar sua estratégia didática, seus procedimentos metodológicos.

Para promover a aprendizagem em sala de aula, as práticas didáticas têm a função de guiar as ações dos estudantes, a interação no ensino e aprendizagem deve se dar em um ambiente de ir e vir com situações que despertem significados para os alunos desenvolverem conhecimento de autoria própria, guiados pelo conhecimento historicamente produzido com o auxílio do professor.

Nesse sentido é fundamental a importância do planejamento. Em 1995, o pesquisador americano, Martin Simon introduz a noção de Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) para o ensino de matemática, tendo como base a reconstrução das práticas matemáticas construtivistas juntamente com a planificação do ensino. Essa proposta constitui o processo de planejar ações para um determinado período de ensino, constituído por metas, estratégias de ensino/aprendizagem, que organiza o quê e como deve ser ensinados.

Uma trajetória hipotética de aprendizagem – THA – é composta por três componentes.

(1) o objetivo do professor com direções definidas para a aprendizagem de seus alunos; (2) as tarefas de ensino; (3) o processamento hipotético de aprendizagem (uma suposição de como o pensamento e o entendimento dos alunos será colocado em ação no contexto de aprendizagem das atividades) (PIRES, 2009, p. 157).

Simon (1995, p. 136-137, tradução nossa) faz a seguinte analogia.

Considere que você decidiu viajar ao redor do mundo, a fim de visitar lugares que você nunca viu. Não se faz isso de forma aleatória (por exemplo, ir para a França, depois Havaí, depois Inglaterra), mas também não há um itinerário a seguir. Então, você adquire o máximo de conhecimento relevante para planejar a sua possível viagem. Você, então, elabora um plano. Você pode inicialmente planejar a viagem inteira ou apenas parte dela. Você estabelece o caminho de acordo com o seu plano. No entanto, você deve constantemente ajustar sua viagem, por causa das condições que você encontrar. Você continua a adquirir conhecimentos sobre a viagem, sobre as condições atuais, e sobre as regiões que você deseja visitar. Você muda seus planos com relação à ordem dos seus destinos. Você modifica a duração e a natureza de suas visitas, de acordo com o resultado das interações com as pessoas ao longo do caminho. Você pode adicionar destinos que antes de sua viagem eram desconhecidos para você. O caminho que você utilizará para viajar é sua "trajetória". O caminho que você antecipa a qualquer ponto no tempo é a sua "trajetória hipotética".

Para Simon (1995) o diagrama representado pela figura 1, descreve a relação existente entre os domínios do conhecimento e saber docente, a aprendizagem hipotética e as interações com os alunos.

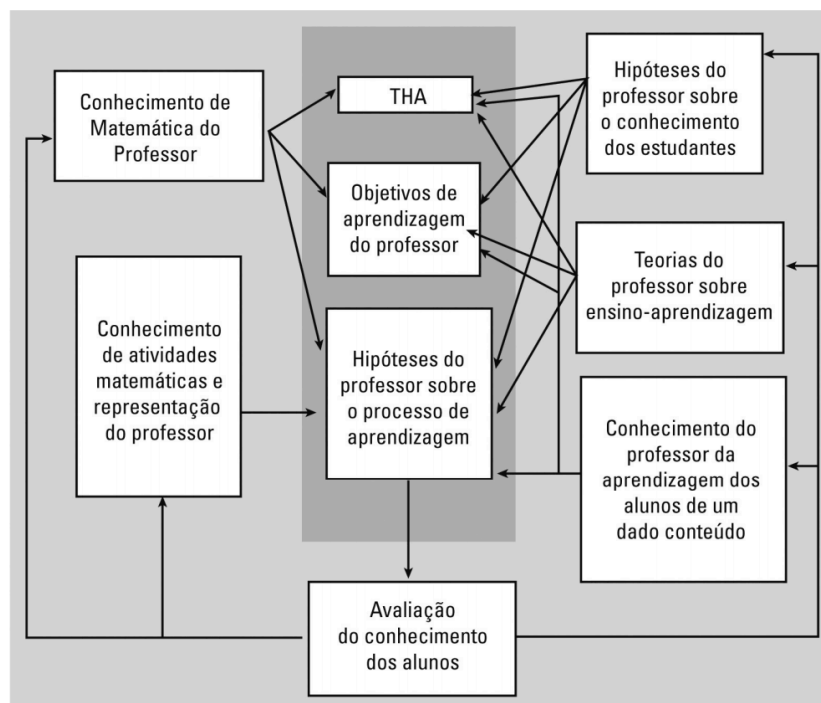


Figura 1 – Domínio do conhecimento do professor
Fonte: SIMON, (1995 apud PIRES, 2009, p. 159).

Acreditamos que o planejamento é em suma uma das principais atividades docente, pois subsidia as ações, tarefas, metas, objetivos a serem alcançados. A elaboração de uma

THA considera a complexidade dos processos de ensino e aprendizagem, e é potencial para desenvolver no professor a autonomia, segurança, o despertar para novas situações. Ao *levantar hipóteses* sobre os processos de ensino e de aprendizagem o professor lança mão dos conhecimentos teóricos e práticos que possui, das estratégias metodológicas disponíveis para cumprimento de seus objetivos, das experiências vividas, dos conhecimentos que possui a respeito de seus alunos, constituindo uma rede de informações que lhe confere uma antecipação da aula que pretende propor.

Nesse sentido, acreditamos que a atividade de elaboração de uma THA é uma estratégia de formação docente, pois faz com que o professor instrumente na forma de planejamento seu modo de lidar com uma determinada situação de ensino e aprendizagem. Mais especificamente, nesse minicurso, o objetivo é que os participantes reflitam sobre a utilização da modelagem matemática em ambientes de ensino e aprendizagem colocando-a em prática na elaboração de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem.

3. Procedimentos Metodológicos

A reflexão e a discussão são elementos fundamentais do trabalho que se realiza neste minicurso, que será desenvolvido mediante trabalho em grupo, trabalho individual, apresentações e discussões. Nesta perspectiva, espera-se que os professores participem efetivamente de todas as atividades propostas.

O desenvolvimento deste minicurso será dado em algumas etapas:

- a) apresentação resumida do trabalho a ser realizado na oficina, explicitando os objetivos e procedimentos planejados;
- b) desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática que será utilizada como mote para discussão;
- c) apresentação de aspectos teóricos sobre modelagem matemática e Trajetórias Hipotéticas de Ensino e Aprendizagem;
- d) elaboração de trajetórias de ensino na perspectiva da modelagem matemática a partir de uma tarefa proposta pelas autoras;
- e) discussão e reflexão a partir do trabalho realizado.

A partir do item **d** que consiste na elaboração de trajetórias de ensino por parte dos professores a partir de uma situação proposta pelas autoras, intentamos desenvolver e

investigar neste minicurso *como os professores planejam/hipotetizam uma atividade de modelagem matemática levando em consideração as fases que configuram atividades desta natureza?*, contribuindo com reflexões sobre a temática do XII ENEM, bem como de pesquisas que tratam da modelagem matemática na Educação Matemática com relação à atuação do professor.

Com esse propósito, sob consentimento dos participantes, gravações em áudio e vídeo e reproduções dos registros escritos serão realizados durante todo o minicurso, mais especificamente da trajetória proposta para uma atividade na qual apresentaremos a situação inicial conforme exemplificado neste texto que trata da temática *Estacionamento de uma rodoviária* (Quadro 1).

Quadro 1: Informações relativas à atividade Estacionamento de uma rodoviária

Estacionamento de uma rodoviária	
Para que um veículo permaneça no estacionamento da rodoviária é cobrada uma taxa de acordo com o período de tempo:	
	Permanência e valor pago
	0 a 15 minutos – isento
	15 a 30 minutos – R\$ 4,00
	Após 30 minutos – R\$ 1,00 a cada 15 minutos
Problema:	

Fonte: Elaborado pelas autoras.

A partir dessa situação inicial, os participantes deverão propor a trajetória hipotética de ensino a partir das fases *inteiração*, *matematização*, *resolução*, *interpretação de resultados* e *validação*.

4. Considerações Finais

Com a proposição da referida atividade e de outras que porventura sejam desenvolvidas, com este minicurso esperamos que:

- a discussão gerada possa contribuir com a formação dos professores participantes no que diz respeito à abordagem da modelagem matemática nas aulas de Matemática;
- as informações inventariadas possam servir de subsídios na busca de subsidiar a prática pedagógica do professor que ensina matemática;
- possa servir de mote para outros estudos dos participantes.

Uma primeira discussão deve ser possível ao final do minicurso, porém, espera-se estabelecer uma análise mais elaborada em um momento posterior, a partir de dados oriundos dos registros dos participantes.

5. Referências

ALMEIDA, L. M. W. ; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. **Alexandria**. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 117-134, 2009.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. O *significado* em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre pesquisas brasileiras. **Revemat**. v. 9, Ed. Temática (junho), p. 124-145, 2014.

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

LESH, R.. Tools, Researchable Issues & Conjectures for investigating what it means to Understand Statistics (or Other Topics) Meaningfully. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, 2(1), 2010, 16-48.

PIRES, C. M. C.. Perspectivas construtivistas e organizações curriculares: um encontro com as formulações de Martin Simon. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 11, n. 1, p. 145-166, 2009.

SIMON, M. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 26, n. 2, 1995, p. 114-145.