

APRENDIZAGEM ATIVA NA SALA DE AULA DE ESTATÍSTICA: O PROBLEMA DE MONTY HALL

Gabriela Machado Moura¹
Universidade Federal do Rio Grande
gabrielamoura@furg.br

Suzi Samá²
Universidade Federal do Rio Grande
suzisama@furg.br

Camila Rubira Silva³
Universidade Federal do Rio Grande
camilarubira@hotmail.com

Resumo: A Estatística é uma importante ferramenta na análise de dados e tomada de decisão. Por outro lado, o que temos observado é a dificuldade dos estudantes em compreender seus conceitos. À vista disso, o Grupo de Pesquisa em Educação Estatística da Universidade Federal do Rio Grande tem buscado proporcionar um ambiente educacional mais participativo e interativo, no qual o estudante é protagonista do seu processo de aprendizagem. No presente artigo, trazemos o relato de uma das experiências pedagógicas trabalhadas com estudantes da Licenciatura em Matemática. Nesta foi utilizado o Problema de *Monty Hall* como elemento motivador da discussão em torno do conceito de probabilidade condicional. Esta estratégia pedagógica possibilitou aos estudantes agir, interagir, experimentar e simular, promovendo uma Aprendizagem Ativa da Estatística. Além disso, as diferentes abordagens adotadas possibilitaram flexibilizar a forma de abordar o conteúdo, com vistas a garantir a promoção do desenvolvimento das habilidades individuais dos estudantes.

Palavras-chave: Aprendizagem Ativa; Educação Estatística; Probabilidade.

1. Introdução

A Estatística permeia o nosso cotidiano em diversos momentos da vida, sendo uma ferramenta essencial de análise e compreensão de dados, auxiliando na tomada de decisão. Os próprios documentos oficiais da educação, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), publicado em 1997, já incluem a Estatística, a Combinatória e a Probabilidade desde a Educação Básica. Inclusão esta mantida na atual Base Nacional Comum Curricular.

Por outro lado, encontramos no cenário acadêmico cada vez mais a redução de conteúdo, carga horária ou disciplinas de Estatística. Embora a maioria dos estudantes

¹ Graduanda do Curso Matemática Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande – FURG.

² Doutora em Educação em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande – FURG.

³ Mestranda em Educação em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande – FURG.

considere a Estatística uma ferramenta útil, relatando exemplos de sua aplicação no seu cotidiano profissional, percebe-se que estes apresentam dificuldade na compreensão do significado dos conceitos estatísticos.

Nesse sentido o Grupo de Pesquisa em Educação Estatística, da Universidade Federal do Rio Grande – FURG, busca promover um ambiente educacional mais instigante e participativo, seguindo o modelo pedagógico relacional. De acordo com Becker (2008), neste modelo a problematização é fundamental no processo de ensino e aprendizagem, a fim de estimular o pensamento crítico e reflexivo do aluno, valorizar a capacidade de aprender e aplicar o conhecimento na resolução de problemas concretos. Ainda nesta perspectiva, Dale (1969), propõe a Aprendizagem Ativa na qual o processo de ensino está centrado no aluno, colocando-o como protagonista do seu processo de aprendizado.

Na busca por promover a Aprendizagem Ativa na sala de aula de Estatística levamos "O Problema de *Monty Hall*" como elemento motivador do estudo sobre a probabilidade condicional. O presente artigo tem por objetivo relatar e refletir sobre o desenvolvimento desta atividade realizada na disciplina de Probabilidade do curso de Matemática Licenciatura de nossa instituição. Para tal, iniciamos este artigo fazendo uma breve explanação sobre o modelo de aprendizagem que sustenta a proposta pedagógica; na sequência apresentamos o contexto da experiência, o problema de *Monty Hall*, a atividade proposta e, por fim, algumas considerações.

2. Modelos de Aprendizagem

A Aprendizagem Passiva coloca o aluno como um mero receptor, sendo o professor responsável por transmitir todo conhecimento. As aulas, em geral, tem pouca interação, pois não há espaço para o diálogo, já que o professor fica com o domínio da palavra, tornando a aula monótona. Na Aprendizagem Passiva, em geral, o conhecimento pessoal do aluno é desprezado e o conteúdo é ministrado sem nenhuma conexão com o mundo real, o que pode dificultar a aprendizagem.

Em pesquisa sobre a relação da concepção epistemológica do professor e sua prática pedagógica Becker (2008) observou salas de aula de todos os níveis de ensino. Uma destas observações foi numa sala de aula do Ensino Superior em que o conteúdo era probabilidade. Nesta aula a professora conduzia um monólogo, com algumas observações sobre o conteúdo,

como por exemplo: “Vocês tem que pensar assim... Eu tenho que raciocinar assim...” (*ibidem*, p. 286). Na sequência a professora apresentava problemas previamente confeccionados para que o estudante simplesmente aplicasse as técnicas apresentadas. A participação dos estudantes restringia-se a responder os questionamentos da professora, em sua maioria, sobre a técnica de resolução do problema.

Segundo Becker (2008), para esta professora “aprender significa apropriar-se de alguns princípios ‘teóricos’ e aplicá-los mecanicamente aos dados” (*ibidem*, p. 289), o que dificulta o desenvolvimento do senso crítico, capacidade de reflexão e interpretação, atropelando a construção do conhecimento por parte do estudante. Nesta sala de aula de Estatística, o ambiente educacional fica envolto pelo silêncio e a inteligência dos alunos é subestimada. De acordo com o autor esta sala de aula foi planejada segundo o modelo pedagógico diretivo fundamentado na concepção epistemológica empirista, o qual aproxima-se do entendimento de Dale (1969) no que tange a Aprendizagem Passiva.

Em contrapartida, o conceito de Aprendizagem Ativa nos leva a dinamização da sala de aula, sendo o aluno o protagonista do seu processo de aprendizado. Segundo Dale (1969) participar de debates, simular situações reais, explorar mais nossos sentidos de audição e visão, constituem uma aprendizagem mais efetiva, ou seja, a aprendizagem experimental é mais concreta do que a tradicional/passiva. A sua investigação levou ao desenvolvimento do cone de aprendizagem apresentado na (Figura 1).

No cone da aprendizagem identificamos dois modelos pedagógicos propostos por Becker (2008), o diretivo e o relacional. A Aprendizagem Passiva encontra fundamentação no modelo pedagógico diretivo e a Aprendizagem Ativa no modelo pedagógico relacional. Conforme este último modelo pedagógico a participação ativa do estudante é de suma importância no processo de aprendizagem, como podemos observar na Figura 1. Neste sentido, buscamos planejar a sala de aula de Estatística de forma a superar a resolução mecânica de problemas, onde a única habilidade desenvolvida é a de seguir passos previamente estabelecidos pelo professor, como na sala de aula de probabilidade observada por Becker (2008) que relatamos acima.

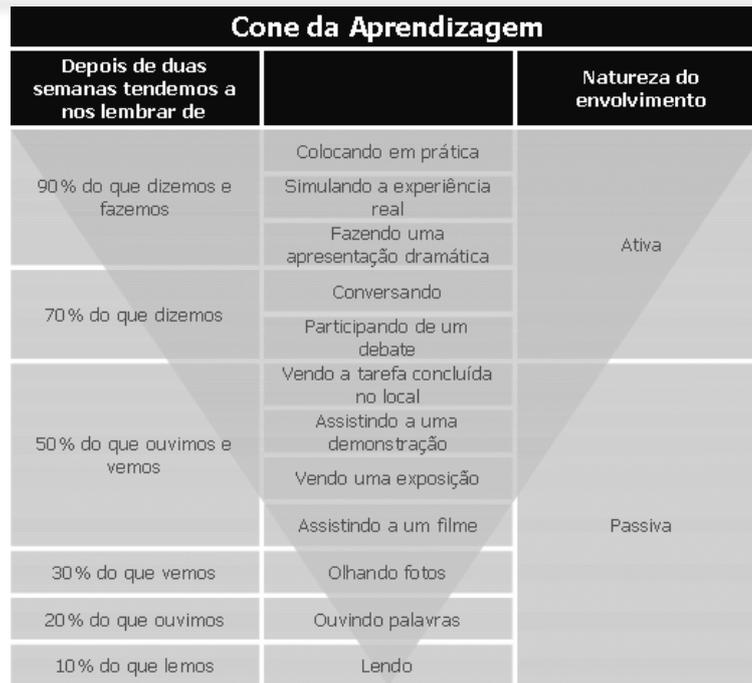


Figura 1 – Cone da Aprendizagem, adaptado, Dale, 1969.

Fonte: <<http://www.dialogo.psc.br/nosso-trabalho.php>>

Polya (2006) destaca que a técnica é a maneira de fazer algo, restringindo-se a passos para a resolução de um problema, já o método de resolução de problemas é a maneira de pensar algo de modo a descobrir a solução. Esta descoberta por parte do aluno é que possivelmente garantirá a aprendizagem. Assim como diz Jean Piaget tudo que se ensina ao individuo ele não pode mais descobrir ou inventar. Sendo assim, partimos do pressuposto que a descoberta é fundamental no processo de aprendizagem, ou seja, o próprio estudante tem que pensar e descobrir a técnica que levará a resolução do problema.

3. Contextualizando a experiência

Participaram deste estudo os dez estudantes regularmente matriculados no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande - FURG. A atividade foi desenvolvida na disciplina de Probabilidade, a qual integra o currículo do curso, e ministrada na Sala de Aprendizagem de Estatística (SalaEst), criada justamente para possibilitar uma Aprendizagem Ativa. Esta sala é equipada com *tablets*, computadores, multimídia, bem como dez mesas hexagonais que potencializam a interação e o debate entre os estudantes, criando assim, um ambiente propício no desenvolvimento de diferentes estratégias pedagógicas.

Uma das estratégias utilizadas na disciplina, com o intuito de introduzir o conceito de Probabilidade Condicional, foi o Problema de *Monty Hall* o qual evidencia o caráter contra-intuitivo presente em questões que envolvem a probabilidade. A seguir apresentamos o Problema de *Monty Hall* e o desenvolvimento da atividade proposta.

4. O Problema de *Monty Hall*

O problema de *Monty Hall*, é um problema matemático que surgiu, na década de 70, em um programa de televisão dos Estados Unidos chamado "*Let's Make a Deal*", no qual eram realizados diversos jogos com os convidados. O jogo consiste em três portas, atrás de cada porta há um prêmio. Apenas um dos prêmios era algo valioso, como por exemplo, um carro. Os outros dois prêmios eram objetos de baixo valor. O jogo é dividido em três etapas:

Primeira Etapa: O apresentador do programa sabe onde se localiza cada prêmio e pergunta ao convidado qual porta ele deseja escolher.

Segunda Etapa: Após o convidado escolher uma das portas, o apresentador abre outra porta onde se encontra um prêmio de baixo valor e faz a grande pergunta ao convidado: "Você deseja permanecer com a porta escolhida inicialmente, ou deseja trocar de porta?"

Terceira Etapa: Apenas com duas opções de escolha de portas, já que uma foi aberta anteriormente, cabe ao convidado decidir se mantém sua escolha, ou troca de porta, para enfim saber se ganhou um bom prêmio, ou não.

Este jogo circulou em diversos países principalmente na década de 90, em inúmeros programas de televisão. No Brasil, Silvio Santos fez sua versão do jogo tornando-o popular no país. A primeira pessoa a resolver o enigma do jogo foi Marilyn vos Savant em sua coluna semanal "*Ask Marilyn*" na revista *Parade*. Marilyn possui o QI mais elevado de todos os tempos (228, de acordo com o *Guinness Book*). Um leitor a questionou sobre qual era a melhor estratégia para se ganhar no jogo das portas. Será que há vantagem em trocar de porta? As chances aumentam? O apresentador sugere trocar de porta para levar o convidado ao erro? É melhor ficar com a porta escolhida inicialmente? Bem, essas questões foram resolvidas e explicadas por Marilyn, fugindo da noção intuitiva que nos faz pensar que o apresentador quer nos enganar e que a melhor estratégia seria permanecer com a primeira porta escolhida (MLODINOW, 2009).

Em setembro de 1990, Marilyn afirmou ser preferível trocar de porta, aumentando a probabilidade de sucesso para $2/3$. Em contrapartida, se o participante do jogo permanecesse com a mesma porta escolhida inicialmente, as chances de sucesso seriam de apenas $1/3$. Mas esta resposta não foi bem vista pela comunidade científica da época, fazendo Marilyn receber cerca de 10 mil cartas, sendo mil de matemáticos, doutores, com críticas e insultos os quais afirmavam a probabilidade de ganhar não se alterava (MLODINOW, 2009). No entanto, Marilyn estava certa em sua resposta como comprovado por Florêncio, Santos Neto e Dantas (2014). Segundo os autores "Diferente do que se imagina, que o apresentador ao dar a opção de troca da porta está tentando lhe induzir ao erro, ao aceitar a sugestão dele aumenta-se de 33% para 67% de chance de acerto médio" (p.11).

5. Atividade proposta aos estudantes

No primeiro momento, foi entregue a cada dupla de estudantes as informações sobre a atividade e o material concreto (Figura 2) elaborado pela equipe proponente para o desenvolvimento do jogo. Os estudantes foram orientados a executarem dez jogadas e irem refletindo sobre a lógica do jogo, em busca da melhor estratégia para ganhar, ou seja, se deveriam ou não trocar de porta. Cada grupo anotou a decisão tomada, ou seja, trocou ou não de porta e o resultado, ganhou ou não o grande prêmio. Ao final das dez jogadas, cada dupla, construiu um gráfico com os resultados obtidos (Figura 3). Finalizada esta etapa os estudantes debateram sobre as chances e as probabilidades envolvidas no jogo.



Figura 2 – Material Concreto

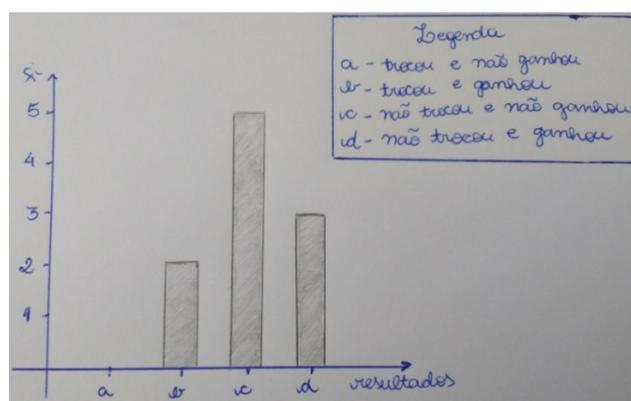


Figura 3 – Gráfico de uma dupla de estudantes

Para auxiliar na definição da melhor estratégia a ser adotada no jogo, sugerimos a construção de um único gráfico (Figura 4) com os resultados de toda a turma, o qual fomentou ampla discussão entre os estudantes. Apesar desta construção coletiva os estudantes não

conseguiram chegar a um consenso sobre qual seria a melhor estratégia para obter o prêmio, pois a resposta intuitiva os levou a pensar em outro problema, que agora com dois prêmios e duas portas, e que a probabilidade de ganhar aumentaria de $1/3$ para $1/2$. Como destaca um dos estudantes: "O trabalho do problema de *Monty Hall* para o ensino de estatística é muito interessante, pois trata de uma probabilidade contra intuitiva" (Estudante 5). Outro estudante comentou que: "No início pareceu simples e lógico, mas depois se mostrou complicado e desafiador" (Estudante 9).

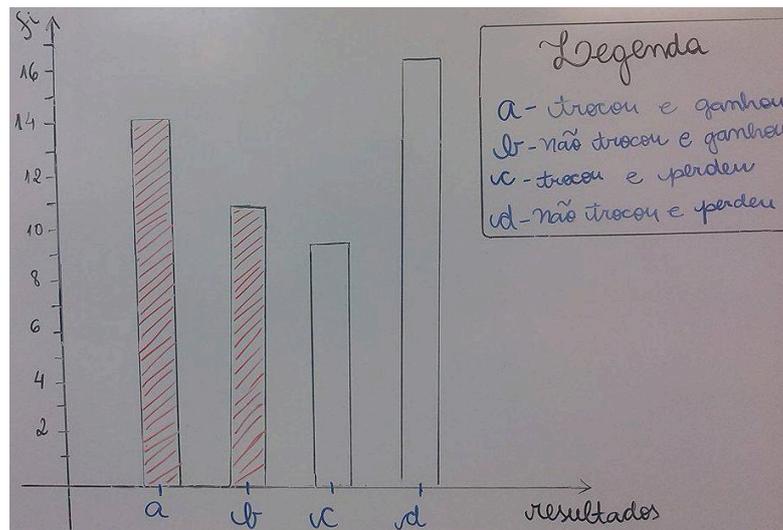


Figura 4 – Gráfico Coletivo

Coutinho (1996) aponta a dificuldade na "resolução de questões envolvendo o caráter subjetivo ou objetivo da Probabilidade" (p.18) como um dos obstáculos epistemológicos a serem superados na sala de aula de probabilidade. Meyer (2003) ressalta que ao longo do estudo dos conceitos de Probabilidade o estudante, além de familiarizar-se com conceitos e métodos, também venha a desenvolver a atitude de pensar probabilisticamente.

Em relação, a decisão de trocar ou não de porta os estudantes concluíram que a troca não fazia diferença. A fim de sanar as dúvidas que ainda persistiam exibimos um vídeo⁴ (Figura 5) da série televisiva "Isto é Matemática" apresentado pelo matemático Rogério Martins. Esta é uma série de divulgação científica, promovida pela Sociedade Portuguesa de Matemática, que aborda tópicos da matemática de forma descontraída e divertida. A maioria dos episódios desta série exploram conceitos matemáticos em situações do cotidiano, o que

⁴ Link do vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=K0zrUomGGHY>

possibilita sua utilização nas salas de aula de escolas não só de Portugal, mas também no Brasil e em El Salvador (SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA, 2016).



Figura 5 – Série Isto é Matemática, temporada 5 - episódio 13

O vídeo esclareceu as dúvidas em relação a melhor estratégia a ser utilizada no jogo. Como última abordagem foi apresentado um *software*⁵ livre que simula o jogo. As três abordagens adotadas, simulação, material concreto e vídeo, foram escolhidas, a fim de mostrar, aos futuros educadores, diferentes maneiras de trabalhar com o Problema de *Monty Hall*.

Ao final da atividade os estudantes foram instigados a escrever sobre esta proposta e a indicar de que forma utilizariam o Problema de *Monty Hall*, enquanto docentes, com os estudantes. A seguir destacamos algumas das considerações feitas pelos futuros professores:

"A proposta é muito válida para ser trabalhada em todos os níveis de ensino (fundamental até o superior)... Ao meu ver, deve-se iniciar a proposta de maneira tradicional e após o simulador. Acredito que a passagem do vídeo inicialmente, desperta maior interesse nos alunos." Estudante 3

"A atividade desperta o interesse e curiosidade no aluno, pois se torna interativa, mostra a importância da matemática no dia a dia e trata de uma probabilidade contra intuitiva, tornando o conteúdo mais prazeroso." Estudante 8

⁵ Software Advanced Monty Hall: <http://www.shodor.org/interactivate/activities/AdvancedMontyHall/>

"Penso que seria interessante os jogos antes de introduzir o problema, para mostrar principalmente o jogo de que as chances não são de $1/3$ e depois de $1/2$ pós escolha. Acho que tanto o material concreto quanto software devem ser usados para o ensino desse problema, primeiramente o concreto e depois o software, para complementar o jogo"
Estudante 5.

Durante o diálogo com a turma chegou-se ao consenso de que a atividade poderia iniciar com o vídeo, de forma a despertar o interesse dos estudantes, sendo que a parte final do vídeo, que apresenta a melhor estratégia para o jogo, seria deixada para o final da atividade. Sendo assim, o vídeo seria utilizado em dois momentos: inicialmente como motivador e no encerramento da atividade. Entre esses momentos, o professor poderia optar por trabalhar com o material concreto ou com o simulador, dependendo dos recursos que a escola dispõe.

Aqui vale destacar que os estudantes têm perfis cognitivos diferentes e as escolas e professores deveriam, ao invés de padronizar a educação, tentar garantir que cada um receba a educação que melhor favoreça o seu potencial individual. Além disso, trabalhar com atividades que instiguem, permitam a reflexão, o trabalho em grupo, a descoberta e a discussão do conteúdo torna mais prazerosa e potencializa a aprendizagem.

6. Considerações Finais

O Problema de *Monty Hall* foi utilizado como elemento motivador da discussão em torno do conceito de probabilidade condicional. Propostas pedagógicas, como a aqui relatada, que levem os estudantes a agir, interagir, experimentar e simular podem promover uma Aprendizagem Ativa da Estatística.

As diferentes abordagens na discussão do Problema de *Monty Hall*, como o material concreto, vídeo e *software*, trabalhadas com os futuros professores de Matemática, possibilitaram que estes percebessem a importância de repensar o ambiente educacional, buscando garantir mais flexibilidade na forma de abordar os conteúdos e na importância de diversificar o material didático, com vistas a delegar, a cada estudante, a escolha pelo método de ensino que melhor se adapta ao seu perfil cognitivo, bem como possibilitar melhor aproveitamento das habilidades individuais de cada um.

7. Agradecimentos

Agradecemos a Universidade Federal do Rio Grande - FURG e ao Laboratório de Estudos Cognitivos e Tecnologias na Educação Estatística – Labest por sediarem o projeto. Agradecemos também ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq pelo apoio financeiro.

8. Referências

BECKER, F. **A Epistemologia do Professor: o cotidiano da escola**. 13 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: anos iniciais do Ensino Fundamental (1º e 2º ciclos Matemática)**. Brasília: MEC/ SEF, 1997.

COUTINHO, C. Q. S. **Introdução ao Conceito de Probabilidade**: Uma visão frequentista. São Paulo: EDUC, 1996.

DALE, E. **Audio-visual methods in teaching**. 3 ed. New York, NY: Holt, Rinehart, and Winston, Inc; 1969.

FLORENCIO, P. H. B.; SANTOS NETO, A. S.; DANTAS, M. J. P. Análise do problema de Monty Hall: um enfoque bayesiano. In: **Simpósio Acadêmico de Engenharia de Produção**. Universidade Federal de Viçosa. nov 2014. Disponível em: <<http://www.saepr.ufrv.br/wp-content/uploads/2014.13.pdf>>. Acesso em março de 2016.

MEYER, P. L. **Probabilidade**: aplicações estatísticas. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2003.

MLODINOW, L. **O Andar do Bêbado**. Rio de Janeiro: Zahar, 2009.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciencia, 2006.

SOCIADADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA. Dica de leitura. Disponível em: <<http://www.spm.pt/istoematematica/>>. Acesso em: 10 de fev. 2016.