

SIMON STEVIN E OS NÚMEROS DECIMAIS

*Sandy da Conceição Dias
Universidade do Estado do Pará
sandydias_13@yahoo.com.br*

Resumo:

Este trabalho teve como objetivo apresentar, por meio da História da Matemática, uma evolução do tema, Números Decimais, associada a personagens que contribuíram para o desenvolvimento do mesmo, sendo aqui associados John de Seville, François Viète, Simon Stevin, Joost Bürgi e John Napier, considerado como personagem principal o Simon Stevin. Além disso, tem-se a apresentação do cenário mundial do período em que viveu o personagem principal, a fim de nos situar na história da humanidade abordando os traços biográficos de diversos personagens. O estudo foi elaborado a partir de um diagrama modelo adequado ao tema escolhido e pelo apresentado observa-se que é possível elaborar um texto a partir do diagrama em questão e fazer uso deste em sala de aula durante apresentação dos conteúdos matemáticos relacionados ao tema exposto.

Palavras-chave: História da matemática; Simon Stevin; Números decimais.

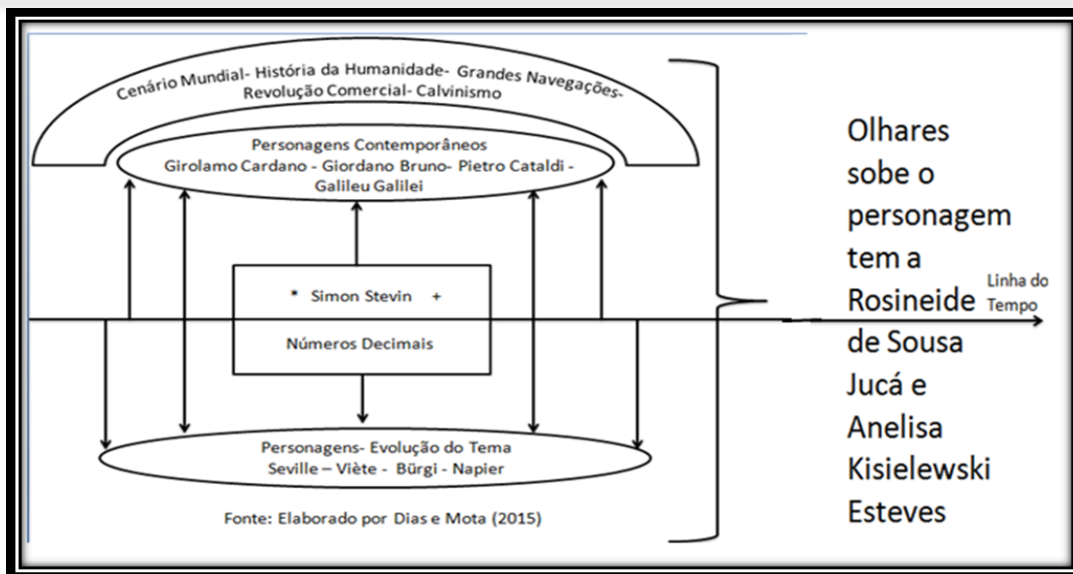
1. Introdução

Neste trabalho apresentamos o tema Números Decimais associado aos personagens John de Seville, François Viète, Simon Stevin, Joost Bürgi e John Napier, sendo considerado aqui como personagem principal o Simon Stevin.

Este trabalho teve origem durante o desenvolvimento da disciplina Tópicos de História da Matemática e das discussões a respeito do uso da História da Matemática como recurso didático e facilitador no processo de ensino dos conteúdos matemáticos.

O texto foi elaborado a partir de um diagrama modelo adequado ao tema escolhido, apresentado a seguir. Este diagrama foi produzido após levantamento preliminar do tema e dos personagens envolvidos de acordo com a proposta apresentada por Chaquiam (2015), publicada no livro História da Matemática em sala de aula: proposta para integração dos conteúdos matemáticos.

Diagrama I



Segue-se com apresentação do cenário mundial tendo em vista nos situar na história da humanidade abordando traços biográficos de diversos personagens e evolução do tema.

O interesse pelo tema se justifica porque os números decimais são um dos conteúdos em que os alunos apresentam muitas dificuldades como observamos em Silva (2005) e Vieira (2005) e da forma como são estudados na escola, muitas das vezes descontextualizada, parece não fazer nenhum significado para o aluno. É interessante por meio da história da matemática, fazer o aluno perceber que frações e números decimais são apenas formas diferentes de se representar um mesmo número e não assuntos separados, ou sem conexão nenhuma, como muitos livros didáticos e alguns professores pregam, visto que muitas vezes não realizam nenhuma ligação entre os assuntos, tratando-os de forma isolada.

Por fim, entendemos que este texto pode ser utilizado em sala de aula durante a exposição dos conteúdos matemáticos relacionados aos Números Decimais.

2. Cenário Mundial do século XVI

Para que possamos ter uma dimensão de tempo e espaço, apresentamos a seguir o cenário mundial da época que compreende a Europa do século XVI, voltando-se para Bruges (atual Bélgica) local de nascimento do matemático aqui considerado como personagem, para assim nos situarmos no contexto em que ele se encontrava.

O século XVI foi o período das grandes navegações, um conjunto de viagens marítimas que expandiram os limites do mundo conhecido até então, realizadas por Portugal e

Espanha, ou seja, foi o período marcado por grandes descobertas, conseqüentemente o mundo não se limitava mais a Europa e o anseio por conquistar novos horizontes cresceu significativamente. Com as grandes navegações começam a ocorrer mudanças políticas na Europa, agora a mesma começa a ser fragmentada e países independentes politicamente começam a surgir como a Inglaterra, França, dentre outros, assim surge em cada novo governante o desejo de ser livre de um poder central que na época tratava-se do papado.

Com a expansão marítima europeia se deu início ao processo da Revolução Comercial que marcou os séculos XV, XVI e XVII e que foi o período de grande crescimento e transformações econômicas para a Europa. É na Revolução Comercial que a moeda torna-se um objeto importantíssimo do sinal de riqueza e as transações e produções comerciais que antes eram baseadas apenas nas trocas entre mercadorias e para a subsistência passam agora a ser transações monetarizadas e a atender aos mercados da cidade. Devido a Revolução comercial e a acumulação de capital que a mesma propiciou, houve o preparo para o começo da Revolução Industrial que ocorreria na metade do século XVIII.

Diante de todas essas mudanças no contexto político e econômico da Europa, outro fator começa a tomar destaque: a religião. Nesse período surgem verdadeiras crises de valores e princípios, como o comércio de relíquias sagradas, o pagamento de indulgências para alcançar a salvação, dentre outros, contudo, com as grandes navegações e conseqüentemente o crescimento do comércio, certas atividades ligadas à burguesia começaram a ser consideradas pecaminosas, surgindo então a necessidade de novas instituições religiosas que atendessem aos novos anseios da população, destacando o Luteranismo, o Calvinismo e o Anglicanismo.

Em relação à Bélgica antiga Bruges, local de nascimento de Simon Stevin, no século XVI até a Revolução Belga em 1830 foi um período de muitas batalhas entre as potências europeias, fazendo com que o país fosse apelidado de “campo de batalha da Europa”, apelido este que posteriormente foi reforçado pelas duas guerras mundiais.

A matemática do século XVI foi marcada por grandes matemáticos e descobertas e segundo Eves (2004) o feito mais extraordinário foi a descoberta por matemáticos italianos da solução algébrica das equações cúbicas e quárticas. Segundo o autor, o maior matemático desse século foi François Viète com seus trabalhos referentes à trigonometria, álgebra e geometria. Para Eves (2004) Simon Stevin destaca-se como sendo o maior influente dos países baixos do século XVI.

3. Contemporâneos em relação a Simon Stevin

Escolhemos como personagem principal o Simon Stevin (1548 - 1620) devido suas contribuições para o tema Números Decimais, entretanto, para melhor nos situarmos em tempo e espaço, apresentamos outros personagens contemporâneos ao Simon Stevin, dentre eles Girolamo Cardano (1501 - 1576), Giordano Bruno (1548 - 1600), Pietro Antonio Cataldi (1548 - 1626) e Galileu Galilei (1564 - 1642).

Girolamo Cardano (1501 - 1576) foi um polímata italiano, conforme Balbino, Campos e Chaquiam (2015, p. 6 - 7), nasceu em Pavia, na Itália e escreveu trabalhos sobre diversas áreas do conhecimento como medicina, matemática, física, filosofia, religião e música. Na matemática, foi o primeiro a introduzir ideias gerais sobre equações algébricas e formulou as primeiras regras da teoria da probabilidade, o qual lhe rendeu uma obra intitulada *Liber de ludo aleae* (O livro dos jogos de azar). Na medicina, descreveu clinicamente a febre tifoide e na física escreveu sobre as diferenças entre energia elétrica e magnetismo.

Giordano Bruno (1548 - 1600), conforme Silva (2012, p. 1 - 2), nasceu em Roma, na Itália, o qual seu nome de batismo era Felippo, adotou o nome de Giordano somente após ingressar na ordem dominicana, Convento de Nápoles em 1566. Estudou astronomia, filosofia aristotélica e teologia tomista, entre algumas ideias defendidas por ele encontramos a de que o Universo é infinito, por fim Bruno foi acusado de herege por duvidar da santíssima trindade e condenado à fogueira.

Pietro Antonio Cataldi (1548 – 1626) foi um matemático italiano que nasceu em Bolonha em 1548, ensinou matemática e astronomia em Florença, Perugia e Bolonha, trabalhou também em problemas militares, falecendo em sua cidade natal em 1626. Como afirma Eves (2004, p. 312), Cataldi deixou muitos trabalhos de matemática, dentre os quais uma aritmética, um tratado sobre números perfeitos, uma edição dos seis primeiros livros dos *Elementos* e um breve tratado de álgebra. Entre seus trabalhos, o maior destaque é em relação ao desenvolvimento de frações contínuas, creditando-se a ele o mérito de ter dado os passos iniciais na teoria das frações contínuas.

Galileu Galilei (1564 - 1642), segundo Faria (2014, p. 42), nasceu em Piza, na Itália. Dentre suas contribuições encontramos os primeiros estudos sistemáticos do movimento uniformemente acelerado e do movimento do pêndulo. Descobriu a lei dos corpos e enunciou o princípio da inércia. Galileu fez descrições detalhadas sobre o comportamento do Sol, sobre

a Via Láctea, dentre outros. Entretanto para não ser condenado à morte pelo Tribunal da Santa Inquisição abandonou suas ideias.

4. Traços bibliográficos de Simon Stevin

Com data e mês não identificado, nasce no ano de 1548 em Bruges (atual Bélgica), Simon Stevin, um matemático, mecânico e engenheiro militar, hoje considerado o pai dos números decimais.

Simon Stevin, como é tratado nos livros, era filho de Antheunis Stevin, o qual se acreditava ser filho de um prefeito de Veurne, com Catelyne Van der Poot, filha de uma família burguesa de Ypres. Os pais de Stevin não eram casados, só posteriormente Catelyne casa-se com um homem que estava envolvido com a venda de tapetes e com o comércio de seda, o que justificaria a sua boa posição econômica. Por meio do casamento a mãe de Simon se une a uma família calvinista, doutrina surgida no século XVI. Pouco se sabe sobre os primeiros anos do matemático, apenas que ele foi educado na tradição calvinista.

Stevin trabalhou como guarda-livros e contador de uma das empresas de comércio em Antuérpia. Acredita-se que o mesmo passou entre o período de 1571 a 1577 viajando pela Polônia, Prússia e Noruega. E que em 1577 consegue um emprego como balconista no escritório fiscal em Brugge. Após esse período o mesmo mudou-se para Leiden em 1581 onde cursou a sua primeira escola latina, e aos 35 anos, em 16 de fevereiro de 1583 se matricula na Universidade de Leiden com o nome de Simon Stevinus Brugensis.

Quando Stevin estudava na Universidade de Leiden, o mesmo conheceu Maurício de Nassau, nomeado vice-rei da Holanda e da Zelândia em 1584. Em 1600, Maurício pede para Stevin realizar a criação de uma escola de engenharia na Universidade de Leiden. E em 1604 acredita-se que o mesmo foi chamado para ser intendente-geral do exército dos Estados Gerais.

Em 1612 Stevin comprou uma casa no Raamstraat, em Haia, por 3.800 florins, onde se casou Catherine Krai, em 1610, e em algumas fontes registraram que em 1614, com quem teve quatro filhos, chamados Frederic, Hendrik, Susanna e Levina. Morrendo em 1620 em Haia (atual Holanda).

Simon Stevin morreu deixando um legado com inúmeras participações no ramo da matemática, como: em 1583 relatou construções relacionadas com polígonos e poliedros

utilizando o conceito de similaridade, de poliedro regular e semi-regular; em 1585 apresentou um tratado unificado para a resolução de equações do segundo grau e um método para encontrar soluções aproximadas de equações algébricas de todos os graus; em 1586 Stevin substituiu o método indireto de exaustão, usado por Arquimedes, por um método direto que representa um passo importante para o conceito matemático de limite. Em relação a outras áreas do conhecimento, Stevin deu impulso à estática através do teorema do triângulo de forças, escreveu sobre astronomia, dentre outros.

5. Evolução dos Números Decimais

Apresentamos um breve desenvolvimento dos Números Decimais em ordem cronológica, destacando os personagens John de Seville (1090 – 1150), François Viète (1540 - 1603), Simon Stevin (1548 – 1620), Joost Bürgi (1552 - 1632) e John Napier (1550 - 1617).

A ideia de frações decimais faz sua primeira aparição em métodos de aproximação às raízes quadradas de números. Segundo Cajori (2007, apud Jucá, 2008, p. 26), John de Seville foi o primeiro matemático identificado com a história das frações decimais.

John de Seville (1090 – 1150) foi um matemático espanhol nascido cerca do ano de 1090 e morreu em 1150. No trato das frações decimais, segundo Cajori (2007 apud Jucá, 2008, p. 34) ele acrescentava $2n$ zeros ao número, em seguida, encontrava a raiz quadrada, e considerava este resultado como o numerador de uma fração cujo denominador é 1 seguido de n zeros.

Apesar do trabalho de Seville com as raízes quadradas, foi o francês François Viète (1540 - 1603) quem fez a recomendação favorecendo o uso de frações decimais em lugar das frações sexagesimais usadas na época. (BOYER, 1996).

François Viète (1540 - 1603) nascido em Fontenay, em 1540, foi o responsável pela introdução da primeira notação algébrica sistematizada, contribuiu para a teoria das equações, foi ele também quem adotou as vogais para as incógnitas, consoantes para os números conhecidos, gráficos para resolver equações cúbicas e biquadradas e na trigonometria, para as equações de graus mais elevados. François Viète também pode ser considerado um precursor da geometria analítica. Faleceu em 1603, em Paris.

Nas suas computações, Viète seguiu sua regra e usou as frações decimais. Ocasionalmente, ele usava uma barra vertical para separar as partes inteira e fracionária. Ao

escrever o apótema do polígono regular de 96 lados, num círculo de diâmetro 200.000, que é aproximadamente $99.946/458,75$. Ele escreveu 99946 em negrito para indicar a parte inteira, e também escreveu o mesmo número com a expressão simbólica $99\ 946^{458\ 75}$ para sugerir o uso de frações decimais (BOYER, 1996).

Após a notação usada por Vieté na representação das frações decimais, Simon Stevin também apresentou a sua notação a respeito do desenvolvimento das frações decimais.

Simon Stevin (1548 – 1620) deve a sua popularização ao uso do sistema decimal de frações, o que veio a viabilizar o uso divisionário das moedas, pesos e medidas em geral. Segundo Jucá (2008) foi o primeiro a explicar o sistema com frações decimais de forma mais completa, pois ele queria ensinar como efetuar as computações com mais facilidade por meio de inteiros sem frações.

Em 1585 Stevin publica o livro *La Theinde* (o décimo). No qual, segundo Cajori (2007, apud Jucá, 2008, p. 35) descreveu de forma expressiva as vantagens das frações decimais assim como também da divisão decimal nos sistemas de peso e medida.

Nesse livro, segundo Jucá (2008), eram explicadas as frações decimais, a notação para representações decimais, regras para as operações aritméticas e suas justificativas. A obra é dividida em duas partes mais um apêndice, a primeira parte ao longo de quatro definições o autor define os números decimais e apresenta um código para representá-los, a definição I enuncia que o *La Theinde* é uma espécie de aritmética que permite efetuar todas as contas e medidas utilizando somente números inteiros e as outras definições classificam as posições decimais da progressão, como mostramos a seguir.

$$8 \textcircled{0} 9 \textcircled{1} 3 \textcircled{2} 7 \textcircled{3} [= 8,937]$$

$$\textcircled{0} \textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \\ 5 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad [= 5,789]$$

$$732 \textcircled{2} [= 7,32]$$

$$5 \textcircled{2} 4 \textcircled{5} [= 0,05004]$$

Fonte: Jucá (2008)

No qual a unidade é seguida do símbolo (0), o décimo é seguido do (1), o centésimo do (2) e assim por diante. A segunda parte fala de operações elementares com números decimais (adição, subtração, multiplicação, divisão e extração de raízes). Por fim, no apêndice

são mostradas aplicações práticas dos números decimais em diferentes áreas como exemplo no cálculo astronômico. Fonte: Jucá (2008)

De acordo com Boyer (1996), Stevin não se utilizava das nomenclaturas décimos, centésimos, dentre outros, ele usava a notação primo, segundo e assim por diante. Como exemplo o número 8,937 era escrito $8_{(0)}9_{(1)}3_{(2)}7_{(3)}$ e lia-se 8 comunzos, 9 primeira 3 segunda 7 terceira, e analogamente este número na forma de frações decimais $8\frac{9}{10}\frac{3}{100}\frac{7}{1000}$.

Na segunda parte do livro La Theinde, Stevin exhibe utilizando esse novo conjunto de números de como os mesmos podem ser aplicadas de maneira natural quanto às quatro operações fundamentais. Abaixo alguns exemplos de como os cálculos aparecem no livro de Stevin.

Para adicionar $27,847 + 37,675 + 875,782$:

Na forma de frações decimais da época:

$$27_{(0)}8_{(1)}4_{(2)}7_{(3)} = 27\frac{8}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000} = 27\frac{847}{1000}$$

$$37_{(0)}6_{(1)}7_{(2)}5_{(3)} = 37\frac{6}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000} = 37\frac{675}{1000}$$

$$875_{(0)}7_{(1)}8_{(2)}2_{(3)} = 875\frac{7}{10} + \frac{8}{100} + \frac{2}{1000} = 875\frac{782}{1000}$$

Com o uso do algoritmo de Stevin, temos:

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ \\ \hline 941304 \end{array}$$

Na notação de Stevin o resultado ficaria da assim: $941_{(0)}3_{(1)}0_{(2)}4_{(3)}$.

No caso da subtração de $237,578 - 59,739$:

Na forma de frações decimais da época:

Fonte: Jucá (2008)
Fonte: Jucá (2008)
Fonte: Jucá (2008)

$$237_{(0)} 5_{(1)} 7_{(2)} 8_{(3)} = 237 \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{8}{1000}$$

$$59_{(0)} 7_{(1)} 3_{(2)} 9_{(3)} = 59 \frac{7}{10} + \frac{3}{100} + \frac{9}{1000}$$

Fonte: Jucá (2008)

Com o uso do algoritmo de Stevin, o resultado ficaria $177_{(0)} 8_{(1)} 3_{(2)} 9_{(3)}$.

$$\begin{array}{r} \\ - \\ \\ \hline \\ \\ \\ \hline \end{array}$$

A multiplicação $32,57 \times 89,46$:

Em notação da época:

$$32_{(0)} 5_{(1)} 7_{(2)} = 32 + \frac{5}{10} + \frac{7}{1000}$$

$$89_{(0)} 4_{(1)} 6_{(2)} = 89 + \frac{4}{10} + \frac{6}{100}$$

Pelo método de Stevin:

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ \hline \\ \\ \\ \hline \\ \\ \\ \hline \\ \\ \\ \hline \end{array}$$

Na divisão da época ocorria como nos casos citados acima, já pelo método de Stevin os dois números eram divididos como naturais e só depois eram colocadas as suas casas decimais.

Depois de Stevin, o desenvolvimento de uma notação para os números decimais ainda demorou de acordo com Cajori (2007, apud Jucá, 2008) e os números decimais foram usados ainda pelo suíço Joost Burgi (1552 - 1632).

Joost Bürgi (1552 - 1632) foi um suíço relojoeiro, fabricante de instrumentos de astronomia e um matemático. Na matemática o mesmo inventou os logaritmos, independente de Napier, uma vez que o seu método é diferente e sua invenção foi em 1588, vinte e seis anos antes de Napier começar a trabalhar na mesma ideia. Bürgi foi também um dos principais contribuintes para prosthaphaeresis, uma técnica para calcular produtos de forma rápida usando identidades trigonométricas e anteriores logaritmos.

Após dez anos do trabalho *La Theinde* de Simon Stevin, o suíço Jobst Bürgi (1552 - 1632) simplificou a notação eliminando a menção da ordem das frações decimais consecutivas, colocando no alto das unidades simples o signo 0 escrevendo então: 578^0657 para representar 578,657, por exemplo.

Para Cajori (2007, apud Jucá, 2008), muitos historiadores da matemática não estão de acordo sobre quem foi o primeiro a utilizar a notação de ponto ou vírgula nos números decimais, no entanto Boyer (1996) mostra a notação sugerida por John Napier, haja vista que Napier recebe essas honras, pois exhibe tal emprego em sua obra.

John Napier (1550 - 1617) foi teólogo e matemático escocês. Seus principais interesses na matemática estavam concentrados nos assuntos relacionados à computação e à trigonometria, especialmente em estudos relacionados à simplificação de cálculos. Segundo Silva (1997, apud Alves, 2007), o maior impulso ao uso de frações decimais resultou da invenção dos logaritmos, atribuída a John Napier. Conforme Boyer (1974, p. 214 - 216), Napier tinha dedicado anos às suas tábuas de logaritmos com o objetivo de simplificar as operações, em especial de produtos e quocientes e, com isso, sentiu-se encorajado a publicá-las, o que ocorreu em 1614.

Embora os primeiros logaritmos publicados por John Napier em 1614 não contivessem frações decimais, em sua obra "Descriptio" (a tradução para o inglês em 1616) essas frações aparecem como hoje, com um ponto separando a parte inteira da fracionária e em "O Rhadologia" (1617), descreve os cálculos com o uso de barras, referindo-se à aritmética decimal de Stevin e propõe, então, o uso de um ponto ou de uma vírgula como separatriz decimal. Mas, foi a partir da obra Napier "Construction" de 1619 que o ponto decimal se tornou padrão na Inglaterra, mas muitos países europeus usam a vírgula decimal. Ainda hoje, apesar do abrangente uso da notação decimal, como afirma Jucá (2008) não há uma forma universalmente aceita para a separatriz decimal.

6. Considerações Finais

Pelo apresentado observa-se que é possível elaborar um texto a partir do diagrama modelo proposto por Chaquiam (2015) e fazer uso deste em sala de aula durante apresentação dos conteúdos matemáticos relacionados ao tema exposto.

Este trabalho nos permite localizar em tempo e espaço durante o século XVI, que compreende o período em que viveu o personagem principal Simon Stevin e o texto nos dá uma visão sobre a evolução do tema que se inicia no século XI até o XVII e apresenta alguns personagens que contribuíram para a evolução do referido tema.

Como afirma Silva (2001, p. 130, apud Jess, 2004, p. 91) estudar a história da matemática é uma maneira de compreender melhor as relações do homem com o conhecimento matemático inserido num certo contexto cultural. Desse modo, associar cenário mundial, personagens contemporâneos ao escolhido como principal e personagens que contribuíram para a evolução do tema estudado nos proporciona a imersão da História da Matemática na História da Humanidade e que há uma imbricação entre as mesmas, contribuindo de forma significativa para a nossa formação.

No desenvolvimento do trabalho nos deparamos com algumas dificuldades no que diz respeito à busca por diversas informações históricas e a veracidade das mesmas. Tais dificuldades estão relacionadas aos argumentos de ausência de literatura específica e natureza imprópria da literatura disponível, ambos levantados no estudo de Miguel (1993) no que se refere às dificuldades encontradas com o uso da história da matemática, representando, por muitas vezes, argumentos desestimulantes a sua utilização.

Consideramos, com a finalização desse estudo, que a história oferece uma visão ampla e diversificada diante de determinado conhecimento e a abordagem realizada nesse estudo nos possibilitou uma abrangência do tema de Números Decimais de forma significativa.

7. Referências

ALVES, E. R. Números Negativos, Irracionais e Frações Decimais: Um pouco da história de como e quando surgiram e uma aplicação dos números negativos para alunos da graduação de Licenciatura em Matemática. **Academos – Revista Eletrônica da FIA**, v.III, N. 3, Jul – Dez/2007.

BALBINO, C. G.; CAMPOS, R. G. B. de.; CHAQUIAM, M. Os números “Sofísticos” de Girolamo Cardano. In: **Anais do X Encontro Paraense de Educação Matemática (EPAEM)**. Belém-PA, 2015. ISSN 2178-3632.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução do inglês para o português de Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 1974.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução Elza F. Gomide. 2ª Ed. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 1996. 496p.

CHAQUIAM, M. **História da matemática em sala de aula: proposta para integração aos conteúdos matemáticos**. Série História da Matemática para o Ensino, v. 10. São Paulo: Livraria da Física, 2015. 82 p. ISBN: 978-85-7861-309-9.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Editora: UNICAMP. Campinas, São Paulo, 2004.

FARIA, J. C. de. **A Evolução Histórica do conceito de Gravitação**. 2014. 76 f. Tese de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Rondônia. Rondônia: UNIR, 2014.

JUCÁ, R. de S. **Uma sequência didática para o ensino das operações com os números decimais**. Dissertação. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade do Estado do Pará. Belém, 2008.

JESS, L. C. **Frações em um livro didático na 5ª e 6ª séries: uma aproximação através da história da matemática**. Mestrado em Educação da Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2004.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre história e Educação Matemática**. Campinas, FE-UNICAMP, 1993. Tese de doutorado.

SILVA, P. H. C. da. **Introdução sobre o infinito - Giordano Bruno**. Revista Pandora Brasil. N. 46, p. 1-2. set. 2012. ISSN 2175-3318.

SILVA, A. R. H. S. **A concepção do professor de matemática e dos alunos frente ao erro no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais**. 2005. 128p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2005.

VIEIRA, G. B. **Números decimais: dificuldades conceituais**. 2005. 107p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2005.