

## OBJETOS MATEMÁTICOS: O CONCRETO E O ABSTRATO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

*Márcio Lima do Nascimento*

*Universidade Federal do Pará*

*marcion@ufpa.br*

*Ingrid Raiol da Silveira*

*Universidade Estadual do Rio de Janeiro*

*ingridraiol@gmail.com*

### **Resumo:**

O projeto *Biblioteca de Objetos Matemáticos: a matemática viva e instigante mediando o processo de aprendizagem* é uma possibilidade na criação de práticas alternativas de ensino que desconstruam a cadeia com o professor no palco e o aluno de espectador no outro. O objetivo é montar um acervo de objetos concretos, vídeos e materiais didáticos, que possam ser utilizados por alunos da licenciatura, professores e a comunidade. A metodologia utilizada foi exposições com objetos matemáticos, no ensino básico e superior, envolvendo ludicidade e aprendizagem significativa. O projeto conseguiu ter resultados positivos, no que concerne a maneira como é discutido o conteúdo matemático. Constatou-se a necessidade de repassar o conteúdo de forma didática, mostrando a aplicabilidade da teoria e possibilitando que os discentes participem ativamente. Além de uma postura do professor, como de facilitador - permeado por um saber atrativo e com significado pessoal.

**Palavras-chave:** objetos matemáticos; aprendizagem significativa; ludicidade.

## 1. Introdução

O sistema de ensino tradicional, permeado comumente por um ambiente desestimulante e relações mecânicas entre educadores e educandos, na maior parte das vezes, não proporciona aos alunos a aquisição de aprendizados com significação pessoal – o que Carl Ranson Rogers denominou de *aprendizagem significativa*. O ensino da matemática não foge a essa regra; muitos alunos apresentam resistência, haja vista que a aplicabilidade, muitas vezes abstrata e distante de suas realidades, dificulta a assimilação dos conceitos e teorias. A disciplina é colocada de forma dura, como disposta nos livros, não havendo a preocupação de contextualizá-la com problemas interessantes e contemporâneos, que tornem o assunto divertido para o jovem aluno. Foi pensando neste panorama, que o projeto *Biblioteca de Objetos Matemáticos da Universidade Federal do Pará (UFPA): a matemática viva e instigante mediando o processo de aprendizagem* surgiu como uma possibilidade para a criação de práticas alternativas, possuindo efeitos motivadores, possivelmente por nortear novas metodologias de ensino.

Para Siqueira (2004) a inserção no ambiente educacional possibilita ao discente não apenas a construção de conhecimentos teóricos, como também a formação de diversos vínculos, que proporcionam situações e experiências propícias para a construção deste como pessoa; não sendo a sala de aula, portanto, apenas lugar para transmitir conteúdos teóricos; é também, local de aprendizado de valores e comportamentos, e aquisição de uma mentalidade científica lógica e participativa, de interpretação e transformação da sociedade em que vive. O que vemos diariamente, porém, em nosso sistema educacional como um todo, é desanimador e, na maior parte das vezes, não proporciona a aquisição de tais aprendizados.

Deparamo-nos com cortes de verba, baixos salários, superlotação nas salas de aula, constante exigência de notas altas e uma relação mecânica e impessoal entre educadores e educandos. A docência permeou-se por uma aprendizagem de conteúdos sem significado pessoal, que desaparece logo após as avaliações e o professor tornou-se um personagem capaz de criar antipatias e dificultar o ensino. Segundo Rogers (1986), a relação entre professor e aluno perdeu sua qualidade quando consideramos um encontro de pessoa a pessoa, tornando-se, na maior parte das vezes, uma mera rede de normas, limites e objetivos exigidos. No ensino da matemática muito alunos não compreenderem determinados conteúdos e acreditam aquilo não tem o menor significado pessoal para eles, achando que existem os “bons e gênios” de matemática, e uma grande maioria incapaz de chegar a este nível intelectual.

Para Rogers (1978), todavia, o professor de é um fator decisivo que pode semear

fortemente essa cultura se não mudar a sua postura. Segundo ele, em uma *aprendizagem* realmente *significativa*, é imprescindível uma relação mútua de confiança e abertura entre aluno e professor. O professor atua de forma genuína, como um facilitador no processo de aprendizagem, não havendo lugar para autoridade ou predominância de conhecimentos. Oferta ao aluno elementos para que ele crie, desenvolva uma atividade relacionada ao tema estudado, possibilitando a soma do já conhecido com novas informações; e que este escolha e produza conhecimentos que melhor respondam a questões emergidas das necessidades de seu cotidiano. É diante de tal desafio, de ensinar significativamente, que refletimos como passar de um processo tradicional a um novo patamar de ensino e aprendizagem? Compreende-se que para isto, é necessário uma mudança considerável em termos de preparação para as aulas e o aspecto avaliativo para o professor.

A criança que sai do fundamental menor para o maior, por exemplo, onde tinha no máximo dois professores, sofre uma brusca mudança de contato com inúmeras disciplinas e variadas metodologias. Sabemos que a sala de aula para as séries do ensino fundamental maior não são mais ambientes carregados de brincadeiras e cantorias, a responsabilidade das crianças aumenta. Porém, o aluno ainda é uma criança que gosta muito de brincar e cabe ao professor dosar algumas brincadeiras e discussões interessantes dentro de suas aulas. O docente de matemática, porém é um dos que mais têm dificuldade a esse tipo de mudança, pois significa “sair de sua zona de conforto” e da tríade teoria/exercícios resolvidos/exercícios, exige um preparo maior de forma que possa elaborar aulas com jogos e situações divertidas e ao mesmo tempo avançar no conteúdo.

A resposta para este desafio, segundo Valle (2010), é no brincar. Nele a criança aprende sobre seu mundo, tempo e espaço, expressa sua realidade, ordena e desordena, constrói um mundo que lhe seja significativo e que corresponda às necessidades intrínsecas para seu desenvolvimento global. Desta forma, reconhecendo que brincar é coisa séria e que esta ação é capaz de desenvolver atenção e concentração, propomos um projeto que envolva para todas as séries subsequentes e para o ensino superior, um espaço que, de grosso modo, poderíamos chamar de *uma brinquedoteca mais séria*.

## 2. Projeto Biblioteca de Objetos Matemáticos (BOM)

O projeto *Biblioteca de Objetos matemáticos (BOM)* teve por base inspiradora a *Matemateca* do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (USP).

Em sua primeira fase, com início em 2011, diante a aprovação no PROINT 2012-2013, teve como proposta metodológica a fabricação de objetos concretos que contemplassem áreas do conhecimento matemático e que posteriormente, foram expostos em atividades e aulas para os alunos da rede pública e privada.

O objetivo geral foi montar um acervo de objetos concretos, vídeos e materiais didáticos, que pudessem ser utilizados por alunos da licenciatura, professores e a comunidade em geral visando à construção de um repositório de Práticas Alternativas de Ensino da Matemática. Além disso, instigar a curiosidade e a vontade de aprender dos alunos do ensino fundamental e médio, bem como o envolvimento dos professores da Faculdade de Matemática e dos alunos da licenciatura das áreas envolvidas no projeto.

Um número inicial de 10 peças foi adquirido da USP, junto com as peças e jogos já existentes na Faculdade de Matemática. Diferente do projeto da USP, porém, que é um acervo interativo, funcionando mais ou menos como um museu de objetos matemáticos; este se propõe a aproximar mais a universidade da Escola Básica, elaborando problemas elementares que se relacionam com outros problemas que interessam a criança, ao jovem e ao pesquisador da universidade.

O projeto foi aprovado pela Faculdade de Matemática UFPA no Edital interno chamado PROINT, programa integrado de apoio ao ensino e extensão em duas edições, de 2011 a 2013 e de 2014 a 2015. Os projetos aprovados nessas edições tinham que ter uma relação estreita com o Projeto Político Pedagógico do curso de licenciatura em matemática. Com o novo projeto pedagógico aprovado em 2012 a BOM passou a pertencer ao Laboratório de Políticas de Ensino, Pesquisa e Extensão (LAPEPE II) da Faculdade de Matemática. Porém, a BOM se localiza ainda hoje no prédio da Assessoria de Educação a Distância. Diversos bolsistas da matemática estiveram presentes nas atividades do projeto. Além disso, alunos de outras áreas também participaram do projeto em diversos períodos, sendo uma delas a segunda autora deste trabalho, na época ainda graduanda em psicologia.

### **3. Apresentações dos objetos matemáticos: implicações no aprendizado**

Foram realizadas três exposições de 2012 a 2015 aos alunos de escolas do Ensino Fundamental e Médio, em geral em escolas públicas da cidade de Belém, uma, contudo, destinada aos de uma escola particular de Belém e uma aos de uma escola na zona rural de Salvaterra (Ilha do Marajó). Além de duas visitas a Ilha de Cotijuba. Ao início dos semestres

o projeto foi apresentado também aos alunos calouros que iniciam a licenciatura em Matemática da UFPA.

Os dados apresentados neste artigo foram coletados durante a inserção no campo, por meio de observação participante feitas pela estagiária de psicologia. As observações eram coletadas durante e posteriormente as exposições, por meio de um diário de campo e depois analisadas segundo os pressupostos da teoria Rogeriana. Descreveremos a seguir algumas situações que consideramos marcantes nestas aproximações com as escolas.

- a- As apresentações iniciavam com o apresentador na rede pública e privada, atuando enquanto facilitador do aprendizado, fazendo perguntas que possibilitassem aos alunos pensar na relação de tais peças com o seu cotidiano. A participação dos alunos não se restringiu apenas a observações, eles, a convite do apresentador, participaram da construção de algumas peças, além de fazerem relações de seu cotidiano com os conceitos matemáticos trabalhados por meio dos objetos;
- b- Dos inúmeros dados obtidos, constatamos que, os alunos do ensino fundamental da escola privada, inicialmente observavam os materiais, porém não os manipulavam, como se esperassem pela autorização do *responsável* (apresentador) e só começaram a manipulá-los quando este convidava. Pôde-se perceber, entretanto, que ao manusearem as peças, eles se interessavam mais pelo conteúdo ministrado, questionando, indagando e propondo soluções a problemas matemáticos, além de tecerem hipóteses acerca das propriedades de alguns jogos.
- c- O mesmo ocorreu na escola da Ilha de Cotijuba, localizada na região metropolitana de Belém, chamada de Escola Bosque, só que localizada a quarenta minutos de barco atravessando o Rio Pará. Nesta escola o enorme interesse não se limitou aos alunos, pois os professores também se mostraram bastante curiosos tanto às propriedades, quanto às possibilidades de uso de tais peças para ministrarem suas aulas de modo mais didático e lúdico. Em outra visita a Cotijuba, foram realizadas diversas oficinas com algumas peças específicas, dentre elas a mais concorrida foi a Oficina de Fractal para a confecção de algumas etapas do Tapete de Sierpinski.
- d- Na escola de Salvaterra, no município da Ilha do Marajó, houve uma colaboração bastante significativa da Direção da Escola. Foi uma visita marcante, pois para se chegar ao município há uma travessia de três horas de balsa na Baía do Guajará. Os alunos ficaram bastante interessados em várias peças do acervo, além de elegerem objetos mais significativos e lúdicos, como a Torre de Hanoi, o Jogo da Velha 3D (peça vinda da USP), a Rampa de Skate da Braquistócrona e a Sela (Superfície Regrada formando um

Parabolóide Hiperbólico). No momento em que perguntamos o que eles achavam que era aquela peça houve uma surpresa interessante: diferente das respostas dos alunos da capital, que em geral respondem dizendo que a peça parece um prédio futurista, um aluno disse que a sela parecia com o chifre de um búfalo, que é um animal típico da região. Outra coisa marcante, porém, negativa foi a ausência da professora de matemática durante a estada da equipe na escola. Alguns alunos disseram que a professora ficou intimidada com a visita e com receio de perguntas que ela não pudesse responder. Falamos com a direção da escola afirmando que a BOM veio para colaborar e até auxiliar o professor de matemática, pois o objetivo não é punir nem o aluno nem o professor. Inclusive o principal aspecto positivo de nossas visitas é quando há disposição de se construírem acervos semelhantes e espalhar bibliotecas de objetos matemáticos por todo o estado, adequado a cada região usando materiais de cada cultura.

- e- Uma reação diferente ocorreu com alunos do 5º semestre do curso de licenciatura Matemática da UFPA. Apesar das tentativas, estes pareciam não conseguir fazer relações entre os objetos e o método de ensino, isso foi observado enquanto tentavam verbalizar de que forma poderiam utilizar os objetos para ensinar determinados conteúdos. Pensa-se que tal dificuldade ocorreu porque o ensino desses conteúdos auxiliado por objetos didáticos, a um primeiro momento, pode causar certa resistência, devido ao fato de se tratar de uma metodologia que representa grandes mudanças na forma de lecionar matemática que, até então, é pautada nos moldes tradicionais de ensino.
- f- Nas apresentações aos calouros, notou-se praticamente todo início de semestre que, apesar de boa parte deles demonstrarem curiosidade em relação aos objetos, interagiram pouco, não fazendo perguntas ou comentários, exceto quando este requeria. E ainda que o apresentador tentasse prender a atenção dos alunos, ao fazer perguntas e instigar sua curiosidade, eles em alguns momentos até respondiam, mas poucos assim faziam e em geral, pertenciam ao mesmo grupo de estudantes.

Percebemos que em quase todos os processos, quando os alunos foram convidados a entrarem em contato com os objetos demonstraram mais interesse e curiosidade e se engajaram mais nas atividades propostas, perguntaram mais sobre a utilização dos objetos e a relação destes com a Matemática. De acordo com Justo (2003), quando é possibilitado ao aluno participar do processo de aprendizagem em algo que pertença a sua linha de interesse, estudar os problemas que o propunham e desafiam, assim como escolher a forma e ritmo de estudo, isso os mobiliza a utilizar intensamente seus recursos. Provavelmente, esse maior

engajamento ocorreu porque lhes foi possibilitado manusear os objetos, além de instigá-los a reconhecer a aplicabilidade desses assuntos no seu dia a dia, havendo assim uma maior aproximação da teoria com a prática.

A cena é característica do modelo de ensino tradicional, porém, muitas vezes, baseia-se em punições às respostas que não estão de acordo com o que é esperado pelo professor, o que nos leva a seguinte inferência: entre o não responder e o responder correndo riscos de serem punidos, muitos alunos optam pela primeira opção. Segundo Furlani (2000 apud NOVAIS, 2004) esse clima de punições, muito comum, é na maioria das vezes, percebido como uma experiência negativa por parte dos alunos e pode criar um clima emocional caracterizado por sentimentos de hostilidade, ressentimento, inferioridade e/ou passividade. Assim, a possível associação feita do professor como autoridade, pode ter intimidado os alunos a interagirem mais.

Quando apresentado para duas turmas da escola pública do centro de Belém, observou-se que os alunos atentaram-se as explicações, especialmente os alunos sentados na frente, entretanto, houve muitas conversas paralelas, possivelmente devido a grande quantidade de alunos presentes, o que dificultou a apresentação e o entendimento, demonstrando que a superlotação comum nas salas de aula, prejudica a qualidade do aprendizado, inclusive quando os métodos de ensino não se pautam no tradicional. Uma última observação quanto a disposição e ânimo dos alunos, as crianças sempre tiveram um comportamento mais participativo e curioso pela BOM do que os jovens do Ensino Médio e os recém chegados a universidade. A criança ainda não perdeu o brilho nos olhos da curiosidade e fascinação pelo novo. Consideramos que o ensino tradicional, de matemática principalmente, leva a uma perda significativa desse fascínio pelo conhecimento.

Assim, nas visitas contou-se a necessidade de repassar aos alunos não apenas um conteúdo de forma mais didática, mas também lhes mostrando a aplicabilidade da teoria e possibilitando que estes participem ativamente do processo de aprendizagem. Outro ponto observado foi à necessidade de uma postura do professor, não como de autoridade, mas como de facilitador, tarefa esta que requer um conhecimento atento da turma e abertura a novas ideias e formas de pensar, que não estejam fechados em um único ponto de vista.

#### **4. Roteiros para as apresentações das peças**

Após as primeiras visitas, foram elaborados diversos roteiros para as apresentações, um para cada peça, que eram discutidos com os bolsistas antes e depois das apresentações.

Assim, a dinâmica de mudança desses roteiros foi grande, melhorando com as experiências obtidas. Alguns deles constam no site do projeto em arquivos pdf. Além disso, a equipe de mídia e comunicação da AEDI produziu vídeos com explicações e curiosidades sobre os objetos matemáticos. Um vídeo relatório também foi produzido nos primeiros dois anos do projeto, disponíveis no repositório da AEDI-UFPA. (Vide NASCIMENTO et al, 2011, 2012 e 2015.)

## 5. Para que servem os objetos matemáticos?

Durante as visitas da BOM, mas principalmente durante a discussão do roteiro inicial para uma peça específica que seria apresentada com os bolsistas, observamos que cada aluno ou visitante da biblioteca tinha intuitivamente uma percepção diferente de aplicabilidade. Para alguns, em primeiro plano o interesse em saber para que servisse aquela peça, no que ela era útil na nossa vida cotidiana. Para outros, a peça para ser interessante tinha que ser acima de tudo divertida de manusear e de descobrir seus segredos. Outros ainda se atinham a algumas peças específicas, e ficaram um tempo razoável descobrindo as várias facetas do objeto e suas relações com a matemática.

Ainda temos outro tipo de aluno, mais introspectivo ou desinteressado do acervo, que preferia estar noutro lugar do que na exposição da BOM. Para esses alunos a estratégia era sempre de tentar chamar a sua atenção para alguma peça específica e jogar com ele se possível. Isso funcionou inúmeras vezes. Além disso, tinha o comportamento de grupo que aparecia durante as apresentações, com apelo a fotos, postagem em redes sociais e outras formas de interagir.

A despeito das suposições quanto ao ensino, o que temos clareza é a percepção de que o professor de matemática deve investigar a individualidade de cada pessoa e seu modo de ver o mundo, com suas fraquezas e possibilidades, discutindo formas novas de percepção dos problemas matemáticos, para facilitar a sua aprendizagem. Ademais, o que deve ser ressaltado é a questão da aplicabilidade da matemática a outros domínios. A necessidade de saber para que ou em que aquela disciplina será utilizada é muito comum na nossa atual sociedade.

O conhecimento por si só, a diversão e a curiosidade estão dando lugar ao resultado imediato e pouco aprofundamento dos estudos. Inclusive dentro os matemáticos há divergências entre o que é matemática pura e aplicada. Acerca da diferença entre matemática pura e aplicada, o ganhador da Medalha Fields de 2006 Terence Tao afirma que “*Matemática*



*pura e matemática aplicada são ambas voltadas de certa forma para as aplicações, mas com um período de tempo muito diferente. Uma porção de matemática aplicada vai empregar ideias maduras da matemática pura a fim de resolver um problema aplicado hoje; uma porção de matemática pura vai criar uma nova ideia ou insight que, caso seja bom, provavelmente conduzirá a uma aplicação talvez dali a dez ou vinte anos”.*

Podemos considerar que no caso da BOM, ao solicitarmos ao artesão, com o nosso conhecimento matemático, que faça uma peça concreta na qual possamos discutir teorias, temos de certa forma a matemática aplicada nessas peças. Estaríamos partindo do mundo das ideias, da razão, para a experiência concreta como motivador, lúdico desses raciocínios abstratos. Estaríamos seguindo um pouco a linha do Platonismo. Por outro lado, se pensarmos na visão de Aristóteles, preferiríamos vê-las como aspectos do mundo real, por um processo de abstração fundado na experiência concreta. Assim, com o perigo de tergiversar, pensamos que os objetos matemáticos e suas propriedades “estariam aí” no mundo real, prontos para serem construídos, juntamente com os teoremas matemáticos, soltos pelo ar.

## 6. Considerações finais

Com os dados obtidos nessas visitas, percebemos que uma mudança no ensino de matemática se faz urgente, para que a aprendizagem dos alunos seja realmente significativa. A discussão matemática com problemas concretos ou abstratos, mas com profunda participação do aluno como agente do processo e o professor facilitando a sua aprendizagem pode ser planejada de várias formas. Uma das alternativas é a construção de um acervo de objetos matemáticos e/ou um laboratório para cada escola, assim como temos laboratórios de ciências, física e química. Essas atividades motivadoras poderiam ser feitas durante as aulas ou em atividades extraclases, ou ainda montando os tais laboratórios de matemática e atividades lúdicas. Repassar aos alunos não apenas um conteúdo de forma mais didática, mas também mostrar-lhes a aplicabilidade de tais conteúdos, almejando o maior entendimento por parte destes. E, além disso, mostrando-lhes que, para que ocorra uma aprendizagem realmente significativa, o papel do professor deve ser de "facilitador de aprendizagem" e não de autoridade.

Outro ponto pensado seria a postura do professor, pois o professor não deve dominar apenas o método com o qual ensina, ele deve favorecer a aquisição do saber - tarefa esta que requer um conhecimento atento da turma e abertura a novas ideias e formas de pensar, que

não estejam fechados em um único ponto de vista; para que assim possibilite um desenvolvimento saudável.

O encantamento das crianças com as peças e as possibilidades que os professores vislumbram nas suas ações em sala de aula a partir desse encontro diferente com a matemática, já demonstram a necessidade desse aumento do número de peças e principalmente a ação que tem ser discutida com os roteiros de apresentação. O projeto nesta nova fase deve se incorporar de forma mais efetiva no projeto político pedagógico da Licenciatura em Matemática, se inserindo nas atividades das disciplinas do curso, com a participação efetiva dos docentes que ministram tais disciplinas, de forma a implementar o uso das diversas peças, contribuindo para a melhoria do ensino de matemática.

A aprendizagem significativa, na visão Rogeriana, como parte do espectro da psicologia que completem o projeto, com a participação de docentes dessas áreas, poderá propiciar diversos trabalhos que resultem em experiências pedagógicas inovadoras. Cabe aos docentes, porém, enquanto agentes do aprendizado, possibilitar um ambiente facilitador. Para isso, o professor pode buscar, o brincar com uma biblioteca de objetos matemáticos adaptados a sua escola. Pois, como concernido por Maluf (2003), quando brincamos exercitamos nossas potencialidades, provocamos o funcionamento do pensamento, adquirimos conhecimento sem estresse ou medo, desenvolvemos sociabilidade, cultivamos a sensibilidade, nos desenvolvemos intelectualmente, socialmente e emocionalmente.

## 7. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer a Faculdade de Matemática e a Pró-reitoria de Ensino de Graduação da Universidade Federal do Pará, financiadores do projeto, aos bolsistas que passaram pela Biblioteca de Objetos Matemáticos e aos colegas que contribuíram com discussões sobre o acervo, em especial o professor Eduardo Colli, da USP, e o professor José Antônio Vilhena da UFPA.

## Referências

JUSTO, H. **Ensino e aprendizagem segundo Carl Ransom Rogers: aprendizagem centrada no aluno**. La Salle: Canoas, 2003.

MELO, L; VALLE, E. A Brinquedoteca como possibilidade para desvelar o cotidiano da criança com câncer em tratamento ambulatorial. **Rev Esc Enferm**; 44(2):517-25, 2010.

MALUF, A. C. M. É. **Brincar: prazer e aprendizado**. Rio de Janeiro: Vozes, 2003.

NASCIMENTO, M. L.; MALCHER, M. A. **Biblioteca de Objetos Matemáticos: vídeo relatório**. 2012. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - vídeo educacional).

NASCIMENTO, M. L.; MALCHER, M. A. **Biblioteca de Objetos Matemáticos: Curva da Braquistócrona**. 2011. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - vídeo educacional).

NASCIMENTO, M. L., MALCHER, M. A. **As funções e a importância do cálculo – projeto Newton**, 2015. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - vídeo educacional).

NOVAIS, E. L. **É possível ter autoridade em sala de aula sem ser autoritário?** *Linguagem e ensino*, 7(1), 15-51, 2004.

ROGERS, C. R. **Liberdade para aprender**. Belo Horizonte: Interlivros, 1978.

ROGERS, C. R. **Liberdade de aprender em nossa década**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1986.

SIQUEIRA, D. C. T. **Relação professor-aluno: uma revisão crítica**. In:  
<http://www.educacional.com.br>, Acessado em 17 set. 2013.