

UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR SOBRE O NÚMERO PI!

Edson Pereira Barbosa
Universidade Federal de Mato Grosso
edsonpbmt@gmail.com

Mazílio Coronel Malavazi
Universidade Federal de Mato Grosso
mazilio@hotmail.com

Felício Guilardi Junior
Universidade Federal de Mato Grosso
fifo2801@gmail.com

Resumo:

Este texto é um relato reflexivo de uma experiência que, busca exercitar e compreender como fazer conexões entre as áreas de conhecimento e disciplinas na formação inicial de professores. Inicialmente apresentamos as preocupações que nos motivaram a conduzir essa experiência. Em seguida, relatamos o que ocorreu ao aplicar uma sequência didática, na qual professores formadores de três disciplinas – Trigonometria: Terra e Universo, Modelos Teóricos das Ciências Naturais e Matemática e Geometria – exercitam uma abordagem interdisciplinar para discutir o número Pi na formação inicial de professores de Ciências Naturais e Matemática envolvendo para desenvolver um trabalho didático coletivo que apresente alternativa a prática disciplinar na formação inicial de professores. Por último apresentamos breves reflexões a respeito da experimentação na formação do professor de ciências naturais e matemática e do trabalho docente coletivo para a interdisciplinaridade.

Palavras-chave: Geometria; Formação de Professores; Experimentação; Trabalho coletivo.

1. Introdução

Essa experiência faz parte das atividades de um projeto de pesquisa intitulado “Produtos Educacionais para a Prática Pedagógica Interdisciplinar em Ciências Naturais e Matemática¹”, no qual professores que atuam no segundo semestre do curso de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática (CNM) da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), Campus de Universitário de Sinop procuram desenvolver, registrar e analisar uma experiência coletiva de elaboração de material didático e prática pedagógica interdisciplinar para o Tema Terra e Universo na formação inicial de professores de Ciências Naturais e Matemática.

¹ Este projeto conta com auxílio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso – FAPEMAT.

O texto é composto de três partes inter-relacionadas. Na primeira, apresentamos as preocupações que nos motivaram a conduzir essa experiência. Na segunda parte, relatamos o que ocorreu ao aplicar uma sequência didática para discutir o número Pi, envolvendo o trabalho integrado de três professores formadores em três disciplinas – Trigonometria: Terra e Universo, Modelos Teóricos das Ciências Naturais e Matemática e Geometria – numa proposta didático coletiva, que apresente alternativa à prática disciplinar na formação inicial de professores de ciências e matemática e desenvolver compreensões de como pode ser organizado um trabalho interdisciplinar.

Na terceira e última parte, apresentamos nossas reflexões, nas quais discutimos a experimentação na formação do professor de ciências naturais e a organização do trabalho docente coletivo por meio da “contextuação”.

2. As motivações iniciais para esta experiência

Estudos de Barbosa (2012) e Feistel (2012) destacam que um dos grandes desafios para implementar uma proposta interdisciplinar é se desprender dos livros didáticos ou textos didáticos para, a partir de problematizações entre as áreas de conhecimento, desenvolver a interdisciplinaridade e indicam a falta de referência e material para as aulas a partir de temas, não só com relação ao trabalho realizado na formação do professor, mas também nos momentos de planejar e desenvolver determinada temática ou realizar certa conexão *nas* e *entre* as áreas de conhecimento.

Esses desafios nos levaram a desenvolver sistematicamente uma experiência de elaboração, produção, aplicação e avaliação de produtos educacionais na e para a atividade pedagógica interdisciplinar por tema na área de Ciências da Natureza e Matemática. Nessa direção, buscamos compreender alguns aspectos que consideramos importantes para a implementação de uma proposta interdisciplinar na formação inicial de professores.

No que se refere à implementação da interdisciplinaridade, Barbosa (2012) e Feistel (2012) reconhecem um conjunto de dificuldades relacionadas à cultura de trabalho individual do professor e do ensino compartimentado. Todavia, esses autores apresentam fortes indicativos de que no contexto do curso de CNM existem possibilidades para o desenvolvimento de trabalho docente coletivo e interdisciplinar. Por exemplo, as experiências de organização dos módulos do curso CNM por meio de Mapas Conceituais, as atividades de Seminários de Práticas Educativas, e algumas experiências com oficinas interdisciplinares.

O segundo semestre do curso se desenvolve sob a temática integradora: A Terra e o Universo. As atividades desenvolvidas buscam possibilitar que os estudantes compartilhem conhecimentos, mais do que informações, entre as seguintes componentes curriculares: Cosmologia, Geometria, Trigonometria: Matemática Terra e Universo, Currículo e Seminário de Práticas Educativas II.

Por tratarmos de modelos teóricos das ciências naturais e matemática, buscamos abordar as ciências experimentais e processos de matematização com atividades que possibilitem um exercício de ciência em processo, tal como propõe Argüello (2005). Para este autor fazer ciência é um processo construtivo e, no processo de educação científica, é um processo de reinvenção da ciência em contexto restrito, como ele descreve:

Na Ciência, o processo pode ser considerado em duas etapas, ou dois contextos, o contexto da descoberta e o contexto da validação.

No contexto da descoberta, a procura da resposta criativa, do *insight*, ou iluminação, muitas vezes é alcançada em forma não consciente, não linear, bem longe do que se chama “método científico”. No contexto da validação, a metodologia formal utilizada possui uma linguagem própria, em geral matemática, a solução proposta é testada em forma controlada, laboratorial, e a sua divulgação, entre especialistas, colegas, mestres, cientistas, é uma necessidade importante e imprescindível que encerra este processo. Estas características podem ser vivenciadas tanto na escola por nossos alunos, em forma simples, ou pelos grandes especialistas, em laboratórios custosos, sofisticados, à beira da ficção.

No caso do cientista profissional, o resultado do processo criativo deve ser de originalidade “absoluta”, universal, isto é, jamais antes proposto.

No caso do aluno, o resultado do processo criativo científico deve trazer novidade para ele, para seus colegas e professores, para o meio que o rodeia, podendo ser, então, a sua originalidade restrita, e este resultado ser uma re-descoberta. (ARGÜELLO, 2005, p. 30-31).

A produção dos dados ocorreu seguindo compreensões de investigação-ação, foram construídos por meio de seleção de documentos: atividades produzidas pelos alunos e anotações em cadernos de pesquisa.

O modo de encaminhar a elaboração de atividades interdisciplinares deve-se ao nosso reconhecimento da importância das disciplinas como instrumentos para atingir metas e as competências, mas também a aceitação de que é possível fomentar a emergência de significados, a partir de uma inserção do conhecimento disciplinar em um contexto mais amplo. Nesse sentido, para encaminhar atividades interdisciplinares Barthes (2004, p. 102) nos adverte que:

A interdisciplinaridade, de que tanto se fala, não está em confrontar disciplinas já constituídas (das quais, na realidade, nenhuma consente em *abandonar-se*). [...] A interdisciplinaridade consiste em criar um objeto novo que não pertença a ninguém. O texto é, creio eu, um desses objetos.

Machado (2005) denomina essa tentativa de compreensão do modo como o conhecimento explícito (disciplinar) enraiza-se no conhecimento tácito (contextualizado) de “contextuação”.

3. Trigonometria Terra e Universo: a adaptação do método de Eratóstenes para o cálculo do raio da Terra

No início do semestre letivo 2015/02, na primeira semana, do segundo semestre do Curso CNM desenvolvemos uma atividade integrada de observação denominada por “dia de observação”.

Em uma das atividades propostas pela disciplina de “Trigonometria: Terra e Universo” os alunos deveriam calcular diâmetro da Terra. Como elemento motivador foi distribuído aos alunos um texto sobre o método de Eratóstenes para a medição indireta do raio da Terra.

A ideia foi adaptar o método de Eratóstenes, haja vista que raramente existe compatibilidade do dia de solstício em outra cidade, localizada ao Norte ou ao Sul, com as datas que toda a turma, de um curso noturno, pudesse participar da observação.

No intuito de contornar essa dificuldade, a ideia foi considerar a medição do ângulo de incidência dos raios solares em duas cidades, que estejam alinhadas com o Norte-Sul. Assim foi proposto aos alunos que usando dados de observação da sombra de gnomos nas Cidades de Sinop e Garantã do Norte, ambas no estado de Mato Grosso, adaptassem a ideia de Eratóstenes para esse novo cenário e então calculassem o Raio da Terra.

Como não temos sombra zero em nenhuma das cidades, devemos calcular o ângulo central (no centro de Terra), determinado pelas cidades na superfície terrestre, utilizando os ângulos de incidência nas duas cidades, conforme esquema apresentado na Figura 1.

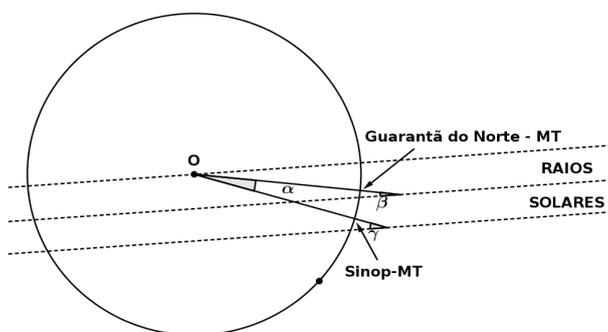


Figura 1: Esquema para representação da ideia utilizado no cálculo do Raio da Terra

Independentemente do método, uma questão central para o desenvolvimento da atividade, consiste em estabelecer a relação entre o ângulo central, com a distância entre as cidades, ou seja, o arco determinado pelas posições das cidades.

De imediato notamos que essa transição entre ângulo e arco de circunferência não tinha significado para os alunos. Além disso, nesse contexto, ao trabalhar essa situação-problema e o conceito de radianos, que a participação do número real Pi acontece, trazendo elucidação ao problema, já que por meio de proporcionalidade, obtemos a relação entre o ângulo central e o comprimento do arco em uma circunferência de raio R, partindo do fato que o comprimento C da circunferência de raio R é dado por $C=2\pi R$.

Nesse contexto surgiram perguntas como: O que é Pi, π ? Como identificá-lo? Qual o seu “tamanho”, valor? Indagações que os professores das disciplinas Modelos Teóricos das Ciências Naturais e Matemática e Geometria assumiram como assunto a ser tematizado.

4. Modelos Teóricos das Ciências Naturais e Matemática: re-descobrimo o número Pi

No componente curricular “Modelos Teóricos das Ciências Naturais e Matemática” buscou-se desenvolver habilidade de aplicação das categorias do pensamento matemático em D’AMBRÓSIO (2011): observação, comparação, classificação, ordenação, medição, quantificação e inferência.

A ênfase para o estudo de caso com medidas comparadas de comprimento e diferentes diâmetros com tubos circulares de PVC é problematizada em relação ao pensamento matemático em D’Ambrósio (2011) e uma máxima, de autor desconhecido, apresentada por Gomide – “Algo permanece invariante quando tudo parece mudar”.

Foi proposto aos estudantes que elaborassem uma tabela com informações do raio e comprimento de cilindros de PVC, de raio (r) e diâmetro (d), com diferentes diâmetros. A ideia foi a da busca pelo invariante: a razão entre os comprimentos dos círculos de tubos de PVC e os diâmetros.

Os alunos formaram grupos e cada grupo recebeu um conjunto com cinco círculos de PVC, usando fita métrica mediram o comprimento e o diâmetro dos círculos e preencheram a tabela 1.

Outra construção realizada foi construir com auxílio do Geogebra um gráfico cujos pontos eram determinados pelos pares ordenados (Diâmetro do Círculo, Comprimento do

Círculo), conforme podemos observar na figura 3, essa atividade permitiu análise gráfica e apreciação do conceito de coeficiente angular.

Tabela 1: Razão do Comprimento pelo Diâmetro do Círculo				
Círculo	Comprimento	Diâmetro	Raio	Comprimento/Diâmetro
1	47,7	15,1	7,59	3,16
2	31,7	10,1	5,04	3,14
3	23,7	7,54	3,77	3,14
4	15,7	5	2,5	3,14
5	8,1	2,58	1,29	3,14
6	47,45	15,3	7,65	3,10
7	32,15	10,3	5,15	3,12
8	23,9	7,6	3,8	3,14
9	15,9	5,1	2,55	3,12
10	7,9	2,5	1,25	3,16
Média				3,14

Com base na tabela 1 e no gráfico (figura 3) todos os grupos assumiram o valor do $\pi = 3,14$ e com isso usando $Pc = 2 \cdot \pi \cdot R$ para determinar comprimentos de circunferências e $Ac = \pi \cdot R^2$ para determinar áreas de círculos.

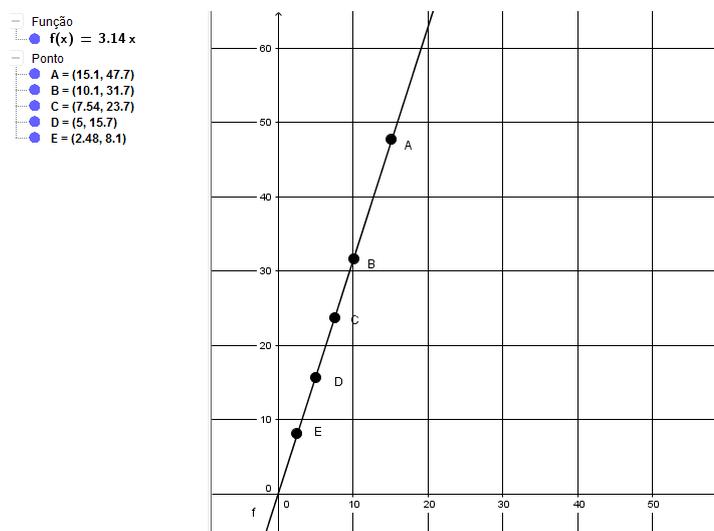


Figura 3 Comprimento do Círculo em função do Diâmetro

Nesse caso observamos que foram produzidas duas justificações para a determinação do valor do π ambas baseadas numa abordagem empírico-indutivista, caracterizada como um modo de produção de conhecimento em Ciências Naturais. A regressão linear é usada com o seguinte entendimento: tudo que é diretamente proporcional dá uma razão constante e é representado por uma reta, ou ainda, por uma função polinomial de primeiro grau.

5. Geometria: a re-construção do número Pi

Ao final do semestre, na disciplina de Geometria, a atividade do cálculo do comprimento da circunferência, área do círculo e valor do Pi foi retomada.

Para reiniciar o diálogo o professor de geometria reformulou a tabela 1, onde os números tinham apenas dois dígitos após a vírgula e apresentou a Tabela 2, com quinze casas decimais após a vírgula.

Tabela 2: Razão do Comprimento pelo Diâmetro do Círculo				
Círculo	Comprimento	Diâmetro	Raio	Comprimento/Diâmetro
1	47,7	15,1	7,59	3,158940397350990
2	31,7	10,1	5,04	3,138613861386140
3	23,7	7,54	3,77	3,143236074270560
4	15,7	5	2,5	3,140000000000000
5	8,1	2,58	1,29	3,139534883720930
6	47,45	15,3	7,65	3,101307189542480
7	32,15	10,3	5,15	3,121359223300970
8	23,9	7,6	3,8	3,144736842105260
9	15,9	5,1	2,55	3,117647058823530
10	7,9	2,5	1,25	3,160000000000000
Média				3,136537553050090

E indagou porque eles aceitavam que a razão do comprimento da circunferência pelo diâmetro tinha valor igual a 3,14. Também porque aceitavam que o comprimento da circunferência é $2\pi r$ e a área do círculo é πr^2 .

Na discussão foi sugerido que os alunos testassem a ideia de Arquimedes, ao fazer aproximações da medida do comprimento da circunferência por polígonos regulares inscritos e circunscritos.

Nesse processo os alunos se deparam com dois problemas: i) determinar a medida do lado de um polígono regular de n lados inscrito numa circunferência de raio, r , dado; ii) determinar a medida do lado de um polígono regular circunscrito a uma circunferência de raio r conhecido.

A seguir apresentamos as soluções coletivas desses problemas.

- i) Perímetro do Polígono Regular de n lados Inscrito na Circunferência de raio, r , conhecido.

Seja L_n o lado do polígono regular inscrito de n lados. Assim temos:

$$AM = \frac{L_n}{2}$$

$$\beta = A\hat{O}M = \frac{A\hat{O}B}{2} = \frac{360^\circ}{2n} = \frac{180^\circ}{n}$$

Da trigonometria observamos que:

$$\text{sen}\beta = \text{sen} \frac{180^\circ}{n} = \frac{L_n}{2r} = \frac{L_n}{2r}$$

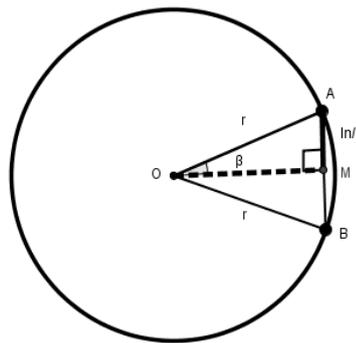


Figura 5

Portanto, o comprimento do lado, L_n do polígono regular inscrito é:

$$L_n = 2r \text{sen} \left(\frac{180^\circ}{n} \right)$$

E o perímetro, P_n , do polígono inscrito é:

$$P_n = 2rn \text{sen} \left(\frac{180^\circ}{n} \right).$$

- ii) Perímetro do Polígono Regular de n lados Circunscrito a Circunferência de raio, r , conhecido.

Seja L_n o lado do polígono regular circunscrito de n lados. Assim temos:

$$AM = \frac{L_n}{2}$$

$$\gamma = A\hat{O}M = \frac{A\hat{O}B}{2} = \frac{360^\circ}{2n} = \frac{180^\circ}{n}$$

Da trigonometria temos que:

$$\text{tg}\gamma = \text{tg} \left(\frac{180^\circ}{n} \right) = \frac{L_n}{2r} = \frac{L_n}{2r}$$

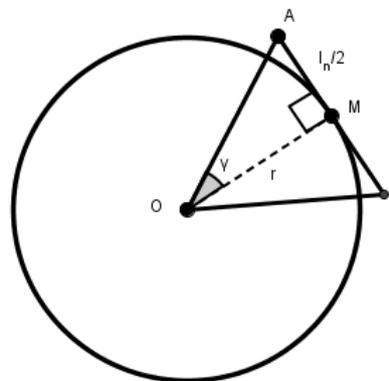


Figura 6

Portanto, o lado, L_n , do polígono mede:

$$L_n = 2r \text{tg} \left(\frac{180^\circ}{n} \right)$$

E o perímetro, P_c , do polígono inscrito é:

$$P_c = 2rn \text{tg} \left(\frac{180^\circ}{n} \right)$$

Após essas duas deduções, observamos que o perímetro do polígono regular inscrito é igual ao produto do número $n \operatorname{sen} \left(\frac{180^\circ}{n} \right)$ pelo diâmetro da circunferência, $2r$. E o perímetro do polígono regular circunscrito é igual ao produto do número $n \operatorname{tg} \left(\frac{180^\circ}{n} \right)$ pelo diâmetro da circunferência, $2r$. Nos dois casos, os números $n \operatorname{sen} \left(\frac{180^\circ}{n} \right)$ e $n \operatorname{tg} \left(\frac{180^\circ}{n} \right)$ dependem somente do número de lados dos respectivos polígonos.

Com essas informações construímos com o *Software* Geogebra uma animação que mostrava o círculo, os polígonos inscrito e circunscrito (Figura 7) e uma planilha (Figura 9), com os valores de $\frac{P_n}{2r} = n \operatorname{sen} \left(\frac{180^\circ}{n} \right)$, $\frac{P_c}{2r} = n \operatorname{tg} \left(\frac{180^\circ}{n} \right)$ e da diferença entre ambos.

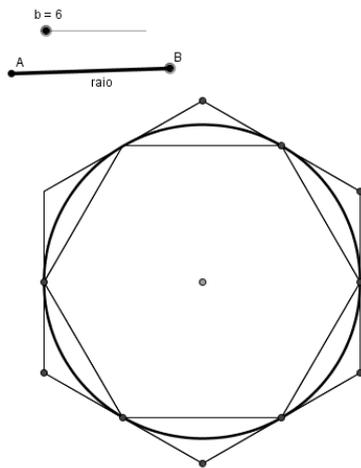


Figura 7 O Círculo, e os Polígonos Inscrito e Circunscrito com 6 lados

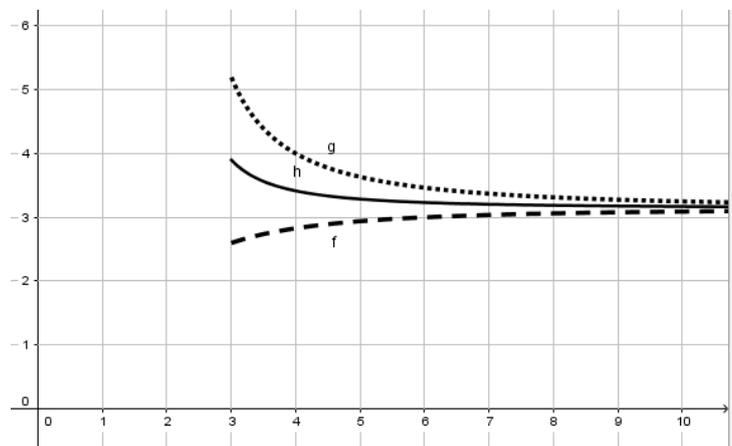


Figura 8 Gráfico de f, g e h.

De posse dessa informação, que teve como função confrontar a construção lógica matemática com a experiência, passamos então à observação de que ambas as sequências numéricas $\frac{P_n}{2r}$ e $\frac{P_c}{2r}$ parecem convergir para um mesmo valor. Pois a diferença entre ambas diminui à medida que n aumenta (Figura 9).

Com encaminhamento para uma formalização, primeiro aceitamos a sugestão de um grupo de alunos, lançamos mão de um recurso visual para verificar se a hipótese de que essas sequências convergiam era plausível. Com auxílio do Geogebra plotamos os gráficos de $f(n) = n \operatorname{sen} \left(\frac{180^\circ}{n} \right)$, de $g(n) = n \operatorname{tg} \left(\frac{180^\circ}{n} \right)$, e de $h(n) = \frac{f(n)+g(n)}{2}$, como indica a figura 8.

1				
2	Num. Lados	$P_n/2r$	$P_c/2r$	$P_c/2r - P_n/2r$
3	3	2.598076211353316	5.19615242270663	2.598076211353314
4	5	2.938926261462366	3.632712640026805	0.693786378564439
5	6	3	3.464101615137754	0.464101615137755
6	8	3.061467458920718	3.31370849898476	0.252241040064042
7	10	3.090169943749474	3.249196962329063	0.159027018579589
8	50	3.139525976465669	3.145733362682488	0.006207386216819
9	100	3.141075907812829	3.142626604335115	0.001550696522286
10	500	3.141571982779476	3.141633995944886	0.000062013165411
11	1000	3.141587485879564	3.141602989056156	0.000015503176593
12	10000	3.141592601912665	3.141592756944053	0.000000155031388
13	100000	3.141592653073022	3.141592654623336	0.000000001550314
14	500000	3.141592653569122	3.141592653631134	0.00000000062012
15	1000000	3.141592653584625	3.141592653600128	0.000000000015503
16	10000000	3.141592653589741	3.141592653589897	0.000000000000155
17	100000000	3.141592653589792	3.141592653589794	0.000000000000002

Figura 9 Tabela com as Razões dos Perímetros dos Polígonos Inscritos e Circunscritos pelo Diâmetro da Circunferência

Em seguida passamos ao exercício de mostrar que $f(n)$ e $g(n)$ tendem ao mesmo valor. Para isso, adotamos uma alternativa adequada aos conhecimentos matemáticos da turma, calcular a razão entre ambos os números e verificar se o resultado tendia a 1:

$$\frac{f(n)}{g(n)} = \frac{n \operatorname{sen}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}{n \operatorname{tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)} = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)} = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}{\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}{\operatorname{cos}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}} = \operatorname{cos}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

Observando que à medida que n aumenta o valor do ângulo diminui. Assim, para n suficientemente grande teremos:

$$\operatorname{cos}\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \cong \operatorname{cos}(0^\circ) = 1.$$

Então, como a razão entre $f(n)$ e $g(n)$ tende a 1, significa que ambos tendem ao um mesmo valor, que aproximado até a décima quarta casa decimal é 3,14159265358979, o qual é chamado de Pi e denotado por π . Portanto, como o comprimento dos Polígonos Inscrito ($2rn \operatorname{sen} \frac{180^\circ}{n}$) e Circunscrito ($2rn \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$), tendem ao comprimento da circunferência, concluímos que essa medida é $2r\pi$.

Depois, rapidamente pudemos decidir que o cálculo da área de um círculo de raio r , considerando o polígono regular circunscrito, será igual a soma das áreas dos n triângulos de altura r e base iguais a L_n . Assim, a área do polígono regular de n lados circunscrito será:

$$A_{\Delta} = n \frac{bh}{2} = n \frac{rL_n}{2} = \frac{r \left[2rn \operatorname{tg} \left(\frac{180^\circ}{n} \right) \right]}{2} \cong \frac{r2r\pi}{2} = \pi r^2$$

E que o mesmo ocorre se tomarmos o polígono regular inscrito:

$$A_{\Delta} = n \frac{bh}{2} = n \frac{rL_n}{2} = \frac{r \left[2rn \operatorname{sen} \left(\frac{180^\circ}{n} \right) \right]}{2} \cong \frac{r \times 2r\pi}{2} = \pi r^2$$

Logo a área do círculo é πr^2 .

6. Reflexões sobre a Experiência

Esse trabalho ocorreu de modo que os alunos pudessem passar por todas as fases das categorias do pensamento matemático exposto em D’Ambrósio (2011). Primeiro, no contexto da descoberta, realizaram a observação e o cálculo do raio da Terra levou os alunos a questionarem sobre um número que já conheciam, mas não conseguiam explicá-lo, o Pi. Para compreendê-lo, exercitaram a comparação, classificação, ordenação, medição, quantificação ao lidarem com as medidas dos comprimentos e diâmetros de um conjunto de círculos de PVC numa atividade em que, com auxílio de um instrumento, realizaram medidas. A inferência foi elaborada com base nos dados obtidos diretamente da realidade.

A outra construção – contexto da validação – ocorre numa perspectiva em que a matemática, ao mesmo tempo em que enuncia o critério científico de verdade, atribui à palavra experiência o significado de que, ao investigar um fenômeno, primeiro deve-se elaborar uma conjectura. A partir dessa conjectura arma-se um raciocínio lógico, preferivelmente matemático. Tal raciocínio leva a uma conclusão ou solução particular, a qual é confrontada com a experiência. Essa experiência, porém, não será a da visão direta do fenômeno. Será uma experiência organizada de acordo com a conjectura previamente estabelecida.

Consideramos que a experimentação e a investigação na formação docente cumprem uma dupla função para o professor em formação: aprender os conceitos científicos e aprender a ensinar estes de forma significativa para os envolvidos na atividade pedagógica.

Essa forma de trabalho se mostrou adequada para organizar o trabalho docente coletivo, pois o grupo de professores decidiu e elaborou um plano geral de como e o que seria encaminhado em cada disciplina. A cada fase executada por um docente, os outros eram informados do que ocorrera, avaliavam e, então, discutiam os próximos passos.

A prática interdisciplinar ficou evidente para todos os alunos, ao final quando foi sistematizada uma narrativa, um texto, do grupo – alunos e professores – para o número Pi. Em nosso entendimento um exemplo de “contextuação”.

7. Referências Bibliográficas

ARGÜELLO, C. A. Material Didático de Ciências; o material didático para o Ensino de Ciências. In: Iniciação Científica: um salto para a ciência. Salto para o Futuro – TV Escola: Programa 04. **Boletim** 11, p. 29-38, junho de 2005.

BARTHES, R. **O Rumor da Língua**. 2ª edição. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

BARBOSA, E. P. **Leituras sobre o Processo de Implantação de uma Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática por Área do Conhecimento**. Tese (Doutorado) – Inst. de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro 2012.

BARBOSA, J. L. **Geometria Euclidiana Plana**. 10ª ed. Col. do Prof. de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

D'AMBRÓSIO, U. **Ea, Pitágora e Avatar: Cenários Distintos em Matemática**. Arte Livros Ed. SP: 2011.

FEISTEL, R. A. B. **Contribuições da perspectiva freireana de educação para a interdisciplinaridade na formação inicial de professores de Ciências**. Tese (Doutorado). Programa Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2012.

MACHADO, N. J. Interdisciplinaridade e contextuação. In: INEP. **Exame Nacional do Ensino Médio (Enem): fundamentação teórico-metodológica**. P. 41-53 – Brasília: O Instituto, 2005.

VARGAS, Milton. História da matematização da natureza. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 10, n. 28, p. 249-276, Dec. 1996.