

O PROBLEMA DOS 21 VASOS, EXTRAÍDO DA OBRA *O HOMEM QUE CALCULAVA*, DE MALBA TAHAN

Clarice Segantini
Universidade Federal do Espírito Santo
claricesegantini@gmail.com

Moysés Gonçalves Siqueira Filho
Universidade Federal do Espírito Santo
Siqueira.moyses@gmail.com

Resumo:

Trata de um estudo de caso, de natureza qualitativa e adota, por referencial teórico, a história cultural, privilegiando os conceitos de representação, apropriação e prática, delineados por Roger Chartier, cujos objetivos se pautaram, prioritariamente, em investigar e analisar as apropriações e representações de um grupo de alunos, em um ambiente de Resolução de Problemas, enquanto resolviam o problema dos 21 vasos, extraído da obra de Malba Tahan “O Homem que Calculava”. Para tanto, dialoga com diversas obras relacionadas à Matemática Recreativa, bem como com diferentes representações para a expressão Resolução de Problemas. O enredo/enunciado apresentado oportunizou vir à tona a imaginação dos alunos e colaborou na sua tomada de decisão ao discorrer por caminhos próprios. As apropriações dos alunos evidenciaram as múltiplas representações do problema trabalhado conforme a prática com que resolviam e vice-versa, apesar das dificuldades encontradas pelos alunos em manipular frações, decimais, expressões numéricas, entre outros conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Matemática Recreativa; Malba Tahan; O Homem que Calculava.

1. Introdução

“[...] O modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade social é construída, pensada e dada a ler [...]” (CHARTIER, 2002, p. 16) possibilitou-nos conhecer mais sobre a Resolução de Problemas e a Matemática Recreativa, com intuito, em nossa pesquisa de mestrado, responder à questão: Como alguns problemas, extraídos do livro “O Homem que Calculava”, de Malba Tahan, são apropriados e representados, em um ambiente de Resolução de Problemas, por um grupo de alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual?

Portanto, tivemos por objetivo precípuo investigar e analisar as apropriações e representações desse grupo de alunos diante dos problemas que lhes apresentamos por meio dos seus registros.

A pesquisa foi realizada nos meses de maio e junho de 2015 e denominamos de Oficina de Resolução de Problemas as atividades desenvolvidas com os sujeitos participantes. Optamos para compor as oficinas cinco problemas extraídos da referida obra: 1] Problema dos 35 camelos; 2] Problema dos 8 pães; 3] Problema dos 21 vasos; 4] Problema dos quatro quattros; 5] Problema do jogo de xadrez.

Trata-se, portanto, de um estudo de caso, de natureza qualitativa. Adotamos por referencial teórico a história cultural, privilegiando os conceitos de representação, apropriação e prática, apresentados por Roger Chartier (2002). Para o tratamento dos dados obtidos utilizamos a análise de conteúdo e a triangulação de algumas técnicas empregadas: diário de bordo, observação participante, a oficina de Resolução de Problemas e a entrevista com a professora regente.

Mostraremos, nas páginas que se seguem, os registros dos alunos participantes em uma das oficinas, denominada de “Problema dos 21 Vasos”.

Queremos destacar que as temáticas em voga configuram-se bastante presente entre os pesquisadores ligados à Educação Matemática, as quais proporcionam oportunas discussões, tanto pelo lado de quem ensina quanto pelo lado de quem aprende. Falaremos, inicialmente, acerca da Resolução de Problemas, por nós concebida como uma metodologia de ensino e, portanto, grafada com “R” e “P” maiúsculos.

2. A Resolução de Problemas

Dentre as três categorias discutidas por Schroeder & Lester (1989): O ensino sobre resolução de problemas; O ensino para resolução de problemas; O ensino via resolução de problemas, consideramos esta última para o desenvolvimento de nosso trabalho. Nela, os conceitos matemáticos são ensinados a partir de uma situação-problema, cuja busca da solução, realizada pelos alunos, permite retomar os conhecimentos adquiridos, propor e discutir questionamentos ou, ainda, utilizar estratégias distintas.

Nesse sentido, Silva & Siqueira Filho (2011, p. 145) enfatizam que a Resolução de Problemas, admitida como uma metodologia de ensino, “[...] aguça processos cognitivos, uma vez que dá ao aluno possibilidades de reflexão, análise dos procedimentos efetivados, descobertas de caminhos diferenciados para a conclusão do problema em pauta, releitura do

resultado encontrado, dentre outras”. Fica a cabo do professor a formalização do que se pretendeu ensinar.

Contudo, faz-se mister as seguintes perguntas: mas o que é um problema? quais tipos podemos utilizar? Para a primeira questão diremos, apoiados em Polya (1978), que um problema se caracteriza pela procura de uma ação apropriada diante de um objetivo específico, sem contudo, alcançado de imediato e, para a segunda, optaremos pela tipificação feita por Varizo (1993): rotineiro, não-rotineiro, real ou recreativo. Faremos, então, a partir de agora, algumas considerações acerca deste último, haja vista, ser este o tipo de problema trabalhado em nossa investigação¹.

3. A Matemática Recreativa

Conforme Lopes (2012, p. 5), a Matemática Recreativa “é uma Matemática que as pessoas fazem por deleite, para ter prazer, para desenvolver a mente, para pensar, para se divertir, para jogar”.

Muitos são os matemáticos que buscaram difundir a Matemática Recreativa, seja por meio de publicações, seja por meio de palestras. Arquimedes (287a.C – 212a.C) e o Ostomachion, um quebra cabeça precursor do Tangram (LOPES, 2012); Leonhard Euler (1707 - 1788) que ao resolver o problema das Pontes de Königsberg deu origem a Teoria dos Grafos; Pierre de Fermat (1601 - 1665) e Blaise Pascal (1623 - 1662) ao tentarem resolver o Problema dos Pontos, levou a Teoria das Probabilidades; William Rowan Hamilton (1805 – 1865) foi o inventor do Jogo Hamiltoriano; Claude-Gaspar Bachet Sieur de Méziriac (1581-1638) publicou o clássico *Problèmes Plaisants et Délectables*; Claude Mydorge (1585 - 1647) editou a popular *Récréations Mathématiques de Leurechon* (EVES, 2004).

Mais recentemente, os americanos Sam Loyd (1841 – 1911) e Martin Gardner (1914 - 2010), bem como o russo Yakov Perelman (1882 - 1942), tornaram-se conhecidos pela vasta publicação na área da Matemática Recreativa. Podemos colocar, ao lado desses estudiosos, o brasileiro Malba Tahan.

Segundo Siqueira Filho (2013b, p. 10) Malba Tahan “acompanhou as modificações dos saberes ditados por reformas educacionais ou emergenciais e a elas adaptou as suas obras

¹ “Problemas recreativos são aqueles que envolvem aspectos históricos curiosos, lendas, jogos (principalmente naqueles onde se procura descobrir a estratégia que leva a vitória) do tipo quebra-cabeça” (VARIZO, 1993, p.9).

e a sua prática [...]”, ora para intervir na formação de novas gerações difundindo métodos de ensino “moderno”, ora para divulgar uma Matemática recreativa por meio de obras não didáticas.

Júlio Cesar de Mello e Souza (1895-1974), ou melhor, Malba Tahan, buscou combater o formalismo exagerado de sua época. Foi professor, autor, editor, além, de ministrar inúmeras palestras. Seu legado conta mais de uma centena de livros, os quais, segundo Lorenzato (2009), transmitem mensagens que superam os limites da curiosidade e da diversão, indo além do científico e do pedagógico.

Dentre as suas publicações, a que mais ficou conhecida entre seus leitores, traduzida para mais de 12 idiomas, segundo a editora Record, foi O Homem que Calculava, a qual, em 1939 proporcionou-lhe uma menção honrosa dada pela Academia de Letras (SIQUEIRA FILHO, 2013a). Em 2013, acusava sua 84ª edição (SIQUEIRA FILHO, 2015) e em 2015, foi lançada uma edição especial, em capa dura, em homenagem aos 120 anos do nascimento do autor (SEGANTINI, 2015).

A obra O Homem que Calculava apresenta várias situações-problema narradas pelo protagonista Beremiz que são capazes de aguçar a curiosidade do leitor. Em uma pequena varredura, com a intencionalidade de verificar a originalidade ou não dos problemas nela abordados, identificamos quatro obras estrangeiras que contem problemas similares: *Récréations Arithmétiques* de E. Fourrey (1899), *Récréations mathématiques: Problèmes des temps anciens et modernes*, de Rouse W. Ball (1907); *Curiosités & Récréations Mathématiques*, de Gaston Boucheny (1939) e *Recreations in Mathematics and Natural Philosophy*, de Jacques Ozanam e outros (1840)².

4. O Problema dos 21 Vasos³

Conversando o Xequê com Beremiz, e apontando para os três muçulmanos, fala que eles são amigos e criadores de carneiro em Damasco. Como pagamento de um pequeno lote de carneiros, recebeu aqui, em Bagdá, uma partida de vinho, muito fino, composta de 21 vasos iguais, sendo: 7 cheios, 7 meio cheios e 7 vazios. Querem agora dividir os 21 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho. Cada um dos sócios deve ficar com sete vasos. Devem repartir o vinho sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão. Como fazer a partilha?

² Para mais informações ver Segantini (2015).

³ Por uma questão didática o problema foi sintetizado, sem comprometê-lo. O enredo original está disponível em Tahan (2008, capítulo 8, p. 52 - 61).

Esse encontro foi realizado em 09 de Junho de 2015 e compreendeu uma aula no período das 11h05 às 12h00. Estávamos na terceira oficina e optamos manter o grupo G com dois alunos, assim como ocorrido no segundo encontro. Os demais grupos (A, B, C, D, E, F) foram organizados em quatro grupos com quatro componentes e dois grupos com três componentes cada. Foi realizada pelos alunos a leitura individual e silenciosa do problema, e posteriormente, convidamos para que um componente o fizesse para seus pares. A resolução do problema foi mediada pela professora regente e a pesquisadora. Os alunos resolveram o problema usando os seus conhecimentos e estratégias próprias de resolução.

Após as conclusões dos grupos, identificamos as duas soluções encontradas por eles, quais sejam, primeira solução: 1º sócio: 3 vasos cheios, 1 meio cheio e 3 vazios; 2º sócio: 2 vasos cheios, 3 meio cheios e 2 vazios; 3º sócio: 2 vasos cheios, 3 meio cheios e 2 vazios e segunda solução: 1º sócio: 3 vasos cheios, 1 meio cheio e 3 vazios; 2º sócio: 3 vasos cheios, 1 meio cheio e 3 vazios; 3º sócio: 1 vasos cheios, 5 meio cheios e 1 vazios. Ressaltamos aos grupos a possibilidade de um mesmo problema ser resolvido de diferentes maneiras e ainda, comparamos com os problemas trabalhados anteriormente - o problema dos 35 camelos e o problema dos 8 pães, com o intuito de identificarmos os conceitos matemáticos presentes, tais como, as operações fundamentais, contagem, números decimais e fracionários.

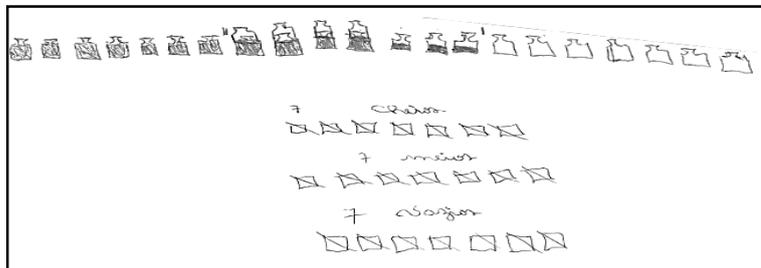
Em uma síntese, observamos que os grupos A, C e F obtiveram êxito em suas respostas; os grupos B e G responderam corretamente por desenhos, porém a sistematização da resposta não foi satisfatória; o grupo D considerou apenas como resposta os desenhos e o grupo E conseguiu encontrar duas soluções, mas preocuparam-se em estruturar a resposta de apenas uma delas.

Conforme relato da professora regente, “o trabalho realizado na sala mostrou o quanto é relevante para os alunos raciocinarem sobre os problemas que realmente exigem a busca de conhecimentos já adquiridos e que os estimulem a fazer isso”, o que muitas vezes não ocorre com problemas que exige apenas repetição. Ao finalizar as discussões, solicitamos aos alunos que relatassem por escrito as considerações acerca da atividade desenvolvida nesse dia, pois tínhamos interesse em analisar as apropriações referentes aos problemas. Vejamos as resoluções de cada grupo:

- *Grupo A:* O problema foi resolvido pelo grupo por estimativa e os desenhos correspondentes aos vasos cheios, meio cheios e vazios auxiliaram na partilha para cada

sócio. Seguiram com a distribuição dos vasos em três grupos, a qual riscavam para não perderem a contagem (Figura 1).

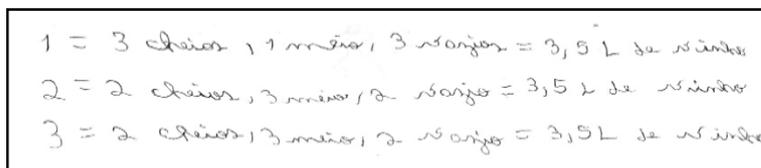
Figura 1 - Registro elaborado pelo grupo A



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Mesmo que o problema não mencionava a unidade de medida de capacidade litros, observamos na resposta final que cada sócio receberia 3,5 litros de vinho, muito provável terem relacionado essa medida de capacidade com situações práticas da sociedade que estão inseridos. Os numerais 1, 2 e 3 foram usados para representar as soluções e o sinal de igualdade, supostamente como sinônimo de equivalência (Figura 2). Os componentes foram bem sucedidos e consideramos suas estratégias de resolução e raciocínio corretos.

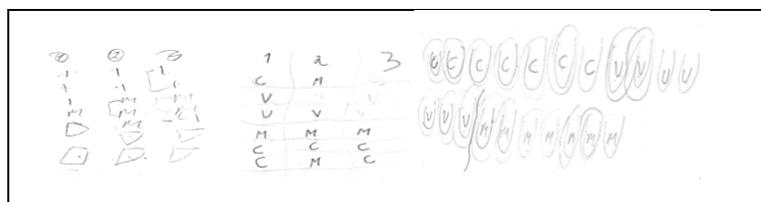
Figura 2 - Registro elaborado pelo grupo A



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

- *Grupo B*: Foi usada a tentativa e erro como estratégia de resolução (figura 3).

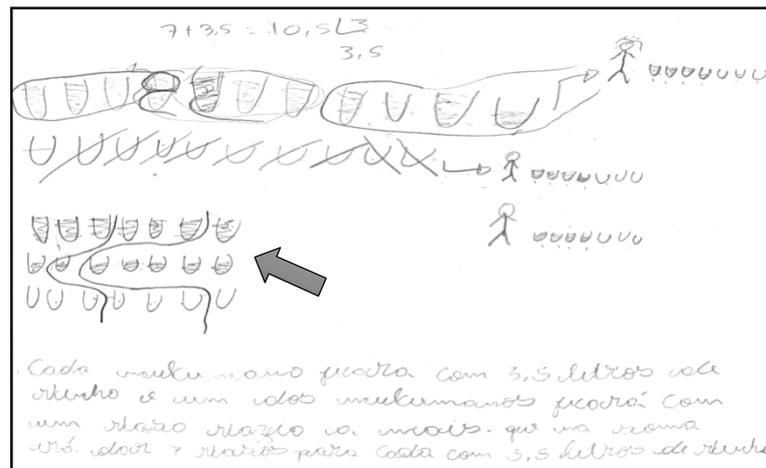
Figura 3 - Registro elaborado pelo grupo B



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

O litro, também, foi utilizado como unidade de medida de capacidade e assim, totalizaram 10,5 litros de vinho, isto é, cada vaso cheio correspondia a dois meio cheios, e distribuíram 3,5 litros de vinho para cada um. Atentamos que metade e meio cheios foram usados como sinônimos pelo grupo. Segue a resposta final na figura 4.

Figura 4 - Registro elaborado pelo grupo B

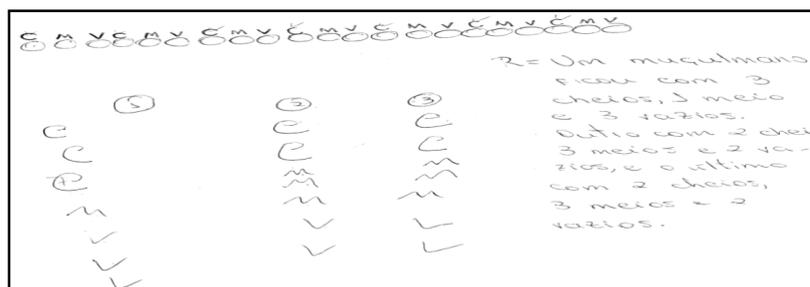


Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Apesar da demora na conclusão da questão, o registro pictórico está correto e enriqueceu a investigação, porém não há clareza na redação final da resposta. Apreciamos o raciocínio do grupo e consideramos suas estratégias favoráveis ao demonstrarem o empenho na busca pela solução.

- *Grupo C:* O grupo, por meio do cálculo mental, foi o primeiro a concluir o problema. Como vemos na figura 5, os desenhos contribuíram na distribuição dos vasos, e as letras C, M e V representaram, respectivamente, os vasos cheios, meio cheios e vazios. Solicitamos que os alunos encontrassem outra resolução, mas preferiram continuar com uma única resposta.

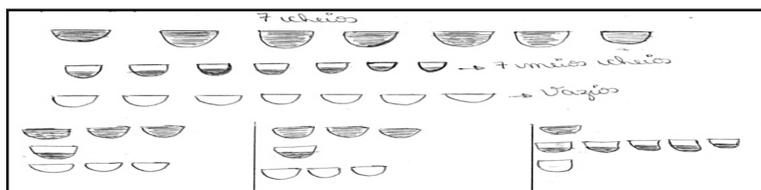
Figura 5 - Registro elaborado pelo grupo C



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

- *Grupo D:* O cálculo mental também foi usado, assim como o grupo C. Primeiramente, desenharam os vasos numa organização em 7 cheios, 7 meio cheios e 7 vazios. Seguidamente, agruparam em três colunas como requisitado no enunciado, respondendo o problema apenas com os desenhos. Esses desenhos sinalizam o capricho, a imaginação e criatividade do grupo e o raciocínio foi satisfatório (Figura 6).

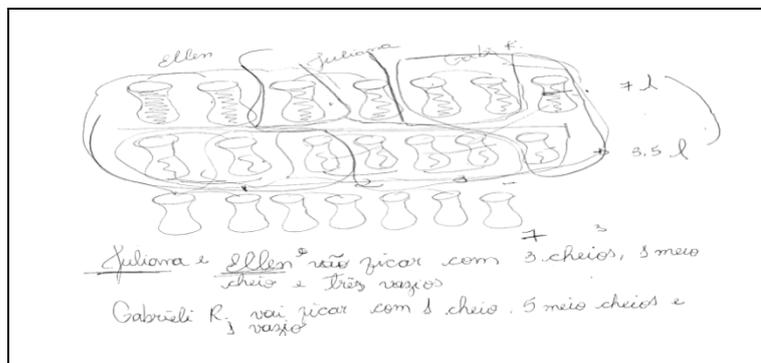
Figura 6 - Registro elaborado pelo grupo D



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

- *Grupo E:* O grupo utilizou as representações pictóricas, consideradas por Cândido (2001, p. 18) como “esquemas que auxiliam a compreensão de alguns conceitos e operações”, como um recurso à resolução do problema, auxiliando na distribuição dos vasos. Consideraram que cada vaso cheio continha 1 litro de vinho e cada vaso meio cheio como a metade de um cheio, onde totalizaram 3,5 litros para cada sócio (Figura 7).

Figura 7 - Registro elaborado pelo grupo E



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Notamos que os sócios foram nomeados com o nome de três componentes do grupo, o que nos remete a Chartier (1999, p. 70) quando afirma que

[...] todo leitor diante de uma obra recebe em um momento, uma circunstância, uma forma específica e, mesmo quando não tem consciência disso, o investimento afetivo ou intelectual que ele nela deposita está ligado a este objeto e a esta circunstância.

Apontamos o problema estudado como a obra referida por Chartier (1999) e ainda, mencionamos grande participação e envolvimento do grupo durante e após a leitura do enunciado, fato esse observado por nós, enquanto eles dialogavam e se colocavam no lugar dos sócios. Após nossa sugestão, o grupo encontrou uma segunda solução, que conforme Stancanelli (2001, p. 109) “o trabalho com duas ou mais soluções faz com que o aluno perceba que resolvê-los é um processo de investigação do qual ele participa como ser pensante e produtor de seu próprio conhecimento”. Segue a solução, mas apenas resolvida com os desenhos.

- *Grupo G:* Como na segunda oficina, o aluno A22, antes de responder a questão, fez o desenho (Figura 10) retratando a historieta, com traços da cultura árabe perceptível nas roupas e turbantes, os mulçumanos criadores de carneiros, muito provavelmente, Beremiz e seu amigo, além de alguns vasos de vinho. Identificamos, com isso, a imersão da imaginação após a leitura da historieta.

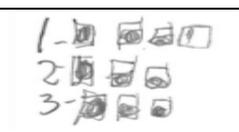
Figura 10 - Desenho elaborado pelo aluno A22



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Como o grupo F, a tentativa e erro também foi usada por esse grupo, bem como a totalização de 10,5 de vinho. Os componentes usaram o algoritmo da divisão para obter 3,5 de líquidos e assim seguiram com a resolução e encontraram a solução na quarta tentativa (Quadro 2).

Quadro 2 - Tentativas de resolução elaboradas pelo grupo G

1° tentativa		2° tentativa	
3° tentativa		4° tentativa	

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

A resposta final foi redigida pelo grupo, “porque cada mulçumano vai ficar com um vaso mais vazio”, mas faltou clareza sobre a partilha dos vasos e ao questionarmos, relataram que o primeiro mulçumano ficaria com um vaso vazio a mais que os outros dois. Percebemos que o grupo não retomou o enunciado do problema, mas foi perceptível o envolvimento deles.

Um problema fácil, de lógica, que requer interpretação e raciocínio, de muitas leituras para uma boa compreensão, possível de se resolver de várias formas, ou, ainda, simples, interessante, diferente, legal, mediano, difícil, complicado configuraram os depoimentos dos alunos, os quais ora se referiam ao enredo, ora às resoluções. A partir da situação-problema, as apropriações se inscreveram nas práticas de investigação e propiciou a descoberta de diferentes modos de significar e expor os resultados do problema.

Acreditamos que o trabalho em grupo ofereceu aos alunos um momento de reflexão sobre os atos praticados, a partir da interação com seus pares, além de cooperar para que se sentissem estimulados e confiantes durante a resolução.

5. Considerações Finais

Os resultados mostrados na dissertação deixam evidentes que a Resolução de Problemas pode ser admitida como é uma alternativa à disposição dos professores para dinamizar o processo de ensino e aprendizagem, bem como a Matemática Recreativa, como um campo rico para despertar o interesse, produzir questionamentos, favorecer o uso de estratégias próprias, criatividade, imaginação e o trabalho em grupo dos sujeitos envolvidos no processo educacional.

O Problema dos 21 vasos apresentou mais de uma resposta e proporcionou aos alunos resolvê-lo por diferentes estratégias, tais como, recurso pictórico, tentativa e erro, elaboração de quadros e desenhos, além de estimular o raciocínio em detrimento ao uso de fórmulas. As diferentes formas de resolver o mesmo problema deixa claro que o processo de resolução é mais importante que obter, apenas, a resposta final.

Alguns conceitos matemáticos, ainda, se colocam como obstáculos, seja para interpretar o enunciado, seja para desenvolvê-lo, todavia, nosso interesse se pautou no processo de resolução.

As apropriações dos alunos evidenciaram as múltiplas representações dos problemas trabalhados conforme a prática com que resolviam e vice-versa. De acordo com Chartier (2002), podemos considerar as interpretações realizadas pelos alunos e suas maneiras de percepção sobre a historietta apresentada, como, respectivamente, as apropriações e representações deste grupo de alunos matriculados no 1º ano do ensino médio de uma escola pública estadual. Seus depoimentos e registros denotam os resultados obtidos.

6. Referências

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em Matemática. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 15-28.

CHARTIER, R. **A aventura do livro: do leitor ao navegador**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

- _____. **A História Cultural: Entre Práticas e Representações**. 2. ed. Lisboa: DIFEL, 2002.
- EVES, H. **Introdução a história da matemática**. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.
- LOPES, A. J. **Dia da Matemática e a obra didática de Malba Tahan, para além do homem que calculava**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM): Boletim n. 13. Brasília, 2012.
- LORENZATO, S. Uma especial página da Educação Matemática Brasileira. **Revista Ciência em Foco**. Campinas, n. 2, vol.1, 2009.
- POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
- SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. . Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (ed). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.
- SEGANTINI, C. **Problemas Recreativos na obra *O Homem que Calculava*, de Malba Tahan, e a Resolução de Problemas**. 2015. 131f. Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Universitário Norte do Espírito Santo, Vitória, 2015.
- SILVA, C. M. da S; SIQUEIRA FILHO, M. G. **Matemática: Resolução de Problemas**. Brasília: Líber Livro, 2011.
- SIQUEIRA FILHO, M. G. **Malba Tahan: episódios do nascimento e manutenção de um autorpersonagem**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013a.
- _____. Três breves histórias sobre Malba Tahan. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013b, Curitiba. **Anais eletrônicos...** Disponível em < http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/3327_2093_ID.pdf >. Acesso em 29 jun. 2014.
- _____. **Os concursos de Malba Tahan veiculados na Última Hora em 1972**. São Paulo: Editora e Livraria de Física, 2015.
- STANCANELLI, R. Conhecendo Diferentes Tipos de Problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 103-120.
- TAHAN, M. **O Homem que Calculava**. 72. ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.
- VARIZO, Z. da C. M. O ensino da Matemática e a resolução de problemas. **Inter-ação**, Revista da Faculdade de Educação, Universidade Federal de Goiás, Goiás, n. 17, p. 1-20, 1993.