

AS LACUNAS DO ENSINO DE ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE A PARTIR DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

Marcia Aguiar
UFABC
marcia.aguiar@ufabc.edu.br

Resumo:

Os alunos apresentam muitas dificuldades na aprendizagem de álgebra. Acreditamos que essa deficiência pode ser fruto de um ensino com muitas noções e ideias que acabam permeando o processo de ensino e aprendizagem da álgebra, mas que não são ensinadas explicitamente. Muitas dessas noções aparecem implicitamente nos materiais didáticos. Por outro lado, como elas não são identificadas como objeto de ensino, o professor tem dificuldades para identificá-las e ensiná-las explicitamente. Neste trabalho, analisamos um livro didático com o objetivo de identificar essas noções no percurso do ensino de álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Para essa análise, utilizamos a Teoria da Transposição Didática. Com isso, conseguimos mostrar que a Transposição Didática pode ser uma ferramenta interessante para análise tanto de materiais didáticos quanto de práticas pedagógicas. Por isso, o estudo da Transposição Didática torna-se interessante e necessário para a formação do professor de matemática.

Palavras-chave: ensino de matemática; ensino de álgebra; pensamento algébrico; Transposição Didática; livro didático.

1. Introdução

Ao longo dos anos, acompanhamos uma deficiência no processo de ensino e aprendizagem da álgebra. Assim como os alunos, os professores de matemática também se sentem com formação deficitária em relação a ensinar álgebra. Por outro lado, Santos (2007), concluiu que um dos motivos da dificuldade dos alunos na aprendizagem da álgebra pode estar relacionado com a proposta de ensino presente nos livros didáticos.

Desse modo, pode-se dizer que o problema do ensino de álgebra possui vários motivos. Neste trabalho, vamos olhar apenas para um fator que decorre da ideia razoável de conjecturar que as deficiências relacionadas à aprendizagem em álgebra não foram sanadas ao longo de todo o percurso escolar, possivelmente, porque não foram diagnosticadas pelos professores. Chevallard (1991) destaca que muitas dificuldades dos alunos não são plenamente identificadas.

Segundo Chevallard (1991), esse problema acaba não sendo solucionado porque essas habilidades não estão definidas como objeto de ensino, o que pode dificultar todo o processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, caberiam algumas questões: quem é o professor que está na sala de aula? Quais são suas dificuldades para ensinar álgebra? Por que não consegue identificar os erros algébricos dos alunos e suas razões? Essas questões remetem à formação dos professores.

Com uma formação deficitária, muitas vezes, o livro didático é o mais próximo ou o único material de apoio para a preparação das aulas da maioria dos professores. Por isso, pretendemos focar nossa pesquisa na análise dos livros didáticos.

2. Objetivo e problema

A opção por olhar para o livro didático é a possibilidade de analisar um saber que não é exatamente o saber que está na sala de aula, mas é uma fonte de estudo e de direcionamento para os professores, pois é, em princípio, o saber legitimado por todos os envolvidos no processo de ensino.

Em Aguiar (2014), analisamos o percurso de didatização da álgebra nos livros didáticos nos anos finais do Ensino Fundamental. Neste trabalho, encontramos distintas didatizações, que buscavam desenvolver o pensamento algébrico. Em cada coleção analisada constatamos a necessidade da atuação do professor ao utilizá-las, para que a coleção tivesse o seu objetivo alcançado. Para isso, o professor deveria compreender a proposta de ensino de cada obra.

Agora, nesse trabalho, temos como objetivo tornar evidentes as noções implícitas existentes no percurso do ensino de álgebra nos livros didáticos e que podem causar obstáculos de aprendizagem. Assim, queremos responder as seguintes questões: Quais são as noções implícitas existentes no percurso do ensino de álgebra? Como podemos identificá-las?

Para identificá-las, utilizaremos a Transposição Didática (TD), pois acreditamos que esta teoria é uma interessante ferramenta de análise de materiais didáticos e de práticas pedagógicas, como podemos perceber em outras pesquisas.

Como em Mateus Filho, Menezes, Queiroz e Silva (2013) que com o uso da vigilância epistemológica existente dentro da TD foi possível perceber que o professor no processo de didatização interna do saber a ensinar que estava proposto no livro didático para o saber ensinado proposto por ele, descaracterizou o conceito de função.

Em Guerra e Mesquita (2011) que foi realizado uma narrativa autobiográfica do professor Mesquita, na qual foi possível relatar o seu processo de construção do conhecimento didático à luz da Transposição Didática interna, e ainda fazer um contraste entre a prática inicial, com forte influência do livro didático, com as práticas docentes influenciadas pelos cursos de formação continuada, em nível de especialização e de mestrado.

3. Ensino de Álgebra e pensamento algébrico

Barbosa e Borralho (2009) afirmam que o que ainda prevalece, no ensino de álgebra, é o desenvolvimento de um conjunto de técnicas operatórias que busca apenas resolver equações. Mas como disse Usiskin (1994), o ensino de álgebra não deve ser só isso e, sim deve estar pautado em algumas concepções, tais como: a álgebra deve ser ensinada como uma aritmética generalizada e, mais que isso, como um meio para resolver problemas, não esquecendo que o ensino de álgebra é um estudo de relações e que na própria álgebra em si existem estruturas e propriedades dessas estruturas.

Para desenvolvermos esse ensino de álgebra, segundo Usiskin (1994), precisamos construir o conhecimento algébrico que vai além de estudar as regras e procedimentos de resolução. Precisamos compreender a álgebra e seus conceitos; precisamos desenvolver o conhecimento algébrico. Neves (1995) nos ajuda a entender melhor o que estava chamando de pensamento algébrico ao afirmar que:

Como toda forma de conhecimento, o conhecimento algébrico é também um produto cultural, construído no processo de ensino e aprendizagem a partir de um conhecimento humano já existente. Para se construir um conhecimento deste tipo será preciso pensar algebricamente. Chamaremos de pensamento algébrico esta intenção ou forma de pensar que possibilite a construção de um conhecimento algébrico. (Neves, 1995, p. 1-2)

Ou seja, para construir esse conhecimento algébrico precisamos desenvolver uma forma de pensar que favoreça essa construção. Para essa forma de pensar, usaremos a expressão pensamento algébrico.

Pensando dessa maneira, o ensino de álgebra deveria ter como objeto de estudo o pensamento algébrico, e então o desenvolvimento do uso da linguagem algébrica seria uma consequência intencional desse estudo. Como dizem Fiorentini, Miguel e Miorim (1993)

Essa relação de subordinação do pensamento algébrico à linguagem desconsidera o fato de que, tanto no plano histórico quanto no pedagógico, a linguagem é, pelo menos em princípio, a expressão de um pensamento. (Fiorentini, Miguel e Miorim, 1993, p. 85)

Para Arcavi (2006) faz parte do pensamento algébrico a conceitualização e a aplicação da generalidade, a ideia de variabilidade e a estruturação do pensamento algébrico através de uma simbologia. Na mesma direção, para Barbosa e Borralho (2009) salientam que o pensamento algébrico

diz respeito à simbolização (representar e analisar situações matemáticas, usando símbolos algébricos), ao estudo de estruturas (compreender relações e funções) e à modelação. Implica conhecer, compreender e usar os instrumentos simbólicos para representar o problema matematicamente, aplicar procedimentos formais para obter um resultado e poder interpretar e avaliar esse resultado. (Barbosa e Borralho, 2009, p. 1)

A importância do desenvolvimento do pensamento algébrico aparece também nos documentos oficiais. Os PCN ressaltam que:

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a “síntaxe” (regras para a resolução) de uma equação. (Brasil, 1998, p. 50-51)

Como percebemos, tanto na literatura quanto nos documentos oficiais, o ensino de álgebra deveria estar mais pautado na construção de um pensamento algébrico.

Por isso, assumimos que o pensamento algébrico deveria ser objeto de ensino da escola básica e que as atividades propostas nos materiais didáticos deveriam ser meios para desenvolver uma forma de pensar que desenvolva o conhecimento algébrico. Nesse sentido, o pensamento algébrico deve se tornar uma orientação transversal do curso de matemática (Barbosa e Borralho, 2009) e não somente um conteúdo específico de matemática do Ensino Fundamental.

4. A Teoria da Transposição Didática

A transposição didática é um processo adaptativo que sempre existe em um sistema de ensino. Para Chevallard (1991), o *saber sábio*, já consolidado pela ciência, precisa sofrer transformações para gerar o *saber ensinado*, presente na sala de aula na relação professor-aluno-saber.

O *saber a ensinar* é a primeira transformação do saber sábio, chamada de transposição didática externa, e ela ocorre fora da sala de aula. O saber a ensinar manifesta-se nos materiais pedagógicos, pois estes refletem as determinações do projeto social de ensino e as influências da noosfera. Para Chevallard (1991), a noosfera é formada por todos os envolvidos no processo de ensino, dentro e fora da escola.

Na passagem do saber a ensinar para o saber ensinado ocorre a transposição didática interna, com a participação do professor, quando este prepara suas aulas, a partir dos livros didáticos, por exemplo. Dessa maneira, ocorre o processo de toda a Transposição Didática (TD) do saber sábio até o saber ensinado.

Assim, Chevallard (1991, p. 15) destaca que nessa relação professor-aluno-saber *“torna-se possível falar desse terceiro termo, tão curiosamente esquecido: o saber”*. Chevallard acredita ser possível questionar qual o objetivo de determinado saber compor os programas escolares. Por exemplo, qual a relação desse saber ensinado com o saber sábio (saber científico)? Ou, ainda, quais transformações, adaptações e simplificações ocorreram? A TD tem na sua concepção a ideia de olhar para esse saber ensinado e questionar se ele continua adequado ou não às expectativas de ensino e de formação. Percebemos isso, quando Chevallard (1991) ressalta que a TD

é uma ferramenta que permite recapacitar, tomar distância, interrogar as evidências, por em questão as ideias simples, desprender-se da familiaridade enganosa de seu objeto de estudo. Em uma palavra, o que permite exercer a vigilância epistemológica. (Chevallard, 1991, p. 17).

A vigilância epistemológica é o termo usado por Chevallard (1991) para a ação que pretende interrogar o saber ensinado sobre o seu papel dentro de um projeto de ensino em particular. O exercício da vigilância epistemológica é uma das “*condições* [na transposição didática] *que determinam a possibilidade de uma análise científica do sistema didático*” (Chevallard, 1991, p. 51)

4.1. Noções paramatemáticas e protomatemáticas

No momento em que o saber se torna objeto de saber, a transposição didática já começa a acontecer, para que ele se transforme em objeto a ensinar e, depois, em objeto de ensino. As noções matemáticas como, por exemplo, adição, entes geométricos, derivação, função, são objetos de ensino, porque fazem sentido dentro de um grupo de professores que ministra aulas de matemática para um mesmo período do processo escolar. Associada ao ensino desse objeto sempre existem outros objetos ou noções (paramatemáticas e protomatemáticas) que não se constituem em objeto de ensino, ao menos não explicitamente. Chevallard (1991) define tais noções como sendo:

As noções paramatemáticas, por exemplo, não constituem o objeto de um ensino: são objetos de saber ‘auxiliares’, necessários para o ensino (e a aprendizagem) dos objetos matemáticos propriamente ditos. Devem ser ‘aprendidas’ (ou melhor ‘conhecidas’), pois não são ensinadas (segundo o plano de ensino das noções matemáticas). (Chevallard, 1991, p. 59-60)

Em relação às noções protomatemáticas, Pais (2012) destaca que:

As noções protomatemáticas formam uma categoria de habilidades que não se referem diretamente às noções matemáticas em si, mas são exigidas de forma implícita no estudo escolar. Quando se inicia o estudo de uma noção matemática, por exemplo, mesmo nas séries mais elementares, já se exige do aluno um desempenho mínimo que o capacite, no plano intelectual, a empreender uma iniciação ao saber. São competências que antecedem o próprio conhecimento matemático, tais como habilidade de raciocínio, percepção de modelos, identificação e formulação de questões, entre vários outros. (Pais, 2012, p.37)

Chevallard (1991) nos dá um exemplo dessas noções (paramatemáticas e protomatemáticas) em conceitos matemáticos:

Noções matemáticas, noções paramatemáticas, noções protomatemáticas constituem extratos cada vez mais profundos do funcionamento didático do saber. Sua consideração diferencial é necessária para a análise didática: por isso a análise da transposição didática de qualquer noção matemática (por exemplo a identidade $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$) supõe a consideração de noções paramatemáticas (por exemplo, as noções de fatoração e simplificação), a que por sua vez devem ser consideradas a luz de certas noções protomatemáticas (a noção de padrão, de simplicidade, etc.). (Chevallard, 1991, p. 65)

Por não serem consideradas objetos de ensino, elas não são ensinadas explicitamente. Disso resulta nem sempre haver um momento no processo de ensino e, conseqüentemente, no livro didático destinado ao ensino dessas noções. No entanto, o que podemos constatar é que essas noções acabam sendo necessárias para o desenvolvimento de alguns objetos de ensino.

5. Metodologia de Trabalho

Para a escolha do material, analisamos a elaboração e concepção do Guia de livros didáticos PNLD 2011. O Guia é o produto final do processo de avaliação do PNLD/2011 para os anos finais do Ensino Fundamental referentes à área de Matemática.

O Guia apresenta uma análise das avaliações feitas por especialistas nas áreas a respeito de cada livro. Depois de uma análise do Guia, verificamos que poderíamos separar os dez livros aprovados no PNLD/2011 em duas categorias. Na primeira categoria, encontramos seis livros, todos privilegiando o ensino de regras e procedimentos. Na segunda categoria, encontramos quatro livros que buscavam metodologias diferentes de ensino privilegiando a compreensão dos conceitos e significados.

Escolhemos o livro, dentro da primeira categoria, que é mais voltado para regras e procedimentos. Percebemos que nele os nossos objetivos são mais evidentes. Os livros da segunda categoria serão utilizados num próximo trabalho com outros objetivos. Assim, analisaremos o ensino de álgebra proposto pela coleção Matemática, de Edwaldo Bianchini.

Para nossa pesquisa, apoiamo-nos nas categorias de análise da TD estabelecidas por Chevallard (1991), quando este afirma que:

- a desincretização do saber;
 - a despersonalização do saber;
 - a programabilidade da aquisição do saber;
 - a publicidade do saber;
 - o controle social das aprendizagens;
- encontram-se tendencialmente satisfeitos através de um processo de preparação didática que se denomina a proposição textual do saber. (Chevallard, 1991, p. 69)

Assim, vamos perceber o percurso escolhido da coleção para o ensino de álgebra, para identificarmos as noções paramatemáticas e protomatemáticas nesse processo. Com isso, pretendemos compreender o caminho do ensino de álgebra e se o pensamento algébrico está sendo desenvolvido ou não.

6. Análise dos Dados

Apresentaremos exemplos significativos sobre a análise da coleção. No livro do 9º ano, o texto apresenta atividades que instigam os alunos a pensar. No exercício 95 (Figura 1.), temos a seguinte atividade:

- 95** Considere a equação $9x^2 + 12x + 2m = 0$. Para quais valores de m essa equação:
- a) não admite raízes reais?
 - b) tem duas raízes reais e iguais?
 - c) tem duas raízes reais e diferentes?
 - d) tem o número 0,2 como raiz?

Figura 1: Bianchini, 2011, 9º ano, p.67, ex. 95

Para resolver essa atividade o aluno deverá ter compreendido o significado do discriminante. Percebemos também que o aluno terá que desenvolver algumas noções implícitas na atividade, como por exemplo, a resolução de uma inequação de 1º grau que seria uma noção paramatemática, pois está mais evidente no processo de cálculo do discriminante.

Compreender o significado da resposta, ou seja, compreender o que significam as respostas $m > 2$ e $m < 2$, e quantas equações podem ter a partir dessas respostas, pode ser chamada de noção protomatemática, segundo Chevallard (1991), elas não impede que o aluno resolva a questão de uma maneira mecânica, mas o impede de responder a questão que vem logo em seguida.

Pense mais um pouco...

- Considere o exercício 95 da série acima.
O que podemos concluir sobre as raízes da equação:
- quando $m = 2,5$?
 - quando $m = 1,8$?

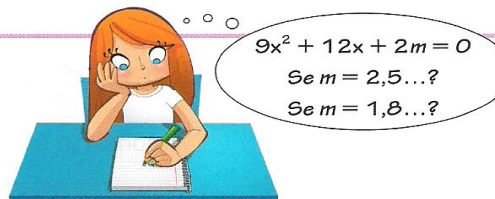


Figura 2: Bianchini, 2011, 9º ano, p. 67

Essa questão pode auxiliar tanto o professor quanto o aluno a compreender e discutir sobre os resultados encontrados no exercício 95 (Figura 1). O livro possui sim algumas atividades interessantes e que possibilitam a discussão dos significados. O problema é que esse questionamento, muitas vezes, não está explicitado em forma de pergunta para o aluno. Assim, cabe ao professor identificá-las e desenvolvê-las.

A coleção não desenvolve a ideia de regularidades, nem a observação de padrões, exceto nas duas únicas atividades (Figuras 3 e 4) que serão apresentadas neste trabalho.

Nas atividades (Figuras 3 e 4), o percurso da leitura do problema até a resolução do seu último item passa por algumas etapas. Num primeiro momento, o aluno precisa ler e interpretar as informações dadas; sejam elas: as tabelas (Figura 3), ou a formação dos palitos (Figura 4) e, a partir dessa leitura, encontrar um padrão que existe em cada caso. Podemos ter aqui uma noção paramatemática. Ela está mais próxima da percepção do aluno. Com essa ideia o aluno consegue responder uma parte da atividade. Mas, para escrever a expressão algébrica, recorremos a uma noção protomatemática, porque exige maior compreensão do uso da linguagem algébrica. Aqui o aluno precisa estabelecer uma relação existente entre as variáveis e escrever essa relação em forma de uma expressão algébrica, então, além de reconhecer o padrão existente, precisa generalizá-lo e, além disso, representar essa generalização com a linguagem algébrica. A 1ª atividade:

Pense mais um pouco...

Reúna-se com um colega para resolver este problema.

Em uma brincadeira, Lucas falava um número e, segundo uma regra criada por Lia, ela dizia outro número. O objetivo da brincadeira era fazer que Lucas descobrisse a regra inventada por Lia. Veja a sequência de números que eles falaram.

Lucas	1	2	3	4	5	9	15	20
Lia	4	5	6	7	8	12	18	23

- Descubram a regra que Lia criou para falar os números e escrevam essa regra na forma de expressão algébrica.
- Se Lucas falasse o número 25, que número Lia diria? E se ele falasse -3 ?
- Mais tarde, Lia passou a falar os números, e Lucas, segundo uma nova regra, dizia outro número. Veja a nova sequência de números que eles falaram.

Lia	1	2	3	4	5	9	15	20
Lucas	7	9	11	13	15	23	35	45

Descubram a regra criada por Lucas e escrevam essa regra na forma de expressão algébrica.

- Se Lia falasse o número zero, que número Lucas diria?

Figura 3: Bianchini, 2011, 7º ano, p. 91

A segunda atividade:

138 Com 4 palitos de sorvete pode-se fazer um quadrado. Para formar uma fileira com 2 quadrados, são necessários 7 palitos. Uma fileira com 3 quadrados utiliza 10 palitos; com 4 quadrados usam-se 13 palitos, e assim sucessivamente.



Para formar uma fileira com n quadrados, o número de palitos necessários pode ser calculado com a expressão:

- $3n + 2$
- $3n + 1$
- $2n + 2$
- $2n + 1$
- $4n - 1$

Figura 4: Bianchini, 2011, 8º ano, p. 72

Como vimos uma atividade (Figura 3) está situada no livro do 7º ano. A outra atividade (Figura 4) já faz parte do livro do 8º ano quase um ano depois. Temos aqui o que pode ser um problema de percurso da construção do pensamento algébrico, pois não existe uma continuidade. As habilidades desenvolvidas nessas atividades deveriam fazer parte do objeto de ensino de álgebra. Encontramos nas duas atividades noções (ou habilidades) que são necessárias para resolver as situações e não são ensinadas no livro.

7. Conclusões

O não reconhecimento das noções paramatemáticas e protomatemáticas como objetos de ensino faz com que o livro didático não compreenda a necessidade de tornar essas noções ensináveis. Isso torna as atividades difíceis de serem trabalhadas na sala de aula, porque, muitas vezes, o professor também não compreende a importância dessas noções e não as introduz no seu processo de didatização interna. Tudo isso faz com que o desenvolvimento de um pensamento algébrico fique cada vez mais difícil de ser alcançado em na sala de aula.

Com a Transposição Didática conseguimos compreender a textualização do saber do livro. Com isso, percebemos a lacunas existentes na concepção de ensino de álgebra da coleção. Por isso, acreditamos que o conhecimento dessa teoria poderia ser uma boa ferramenta para o professor analisar os livros didáticos e as suas práticas pedagógicas.

8. Referências

- AGUIAR, M. *O Percurso da Didatização do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental: uma análise a partir da Transposição Didática e da Teoria Antropológica do Didático*. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.
- ARCAVI, A. *El desarrollo y el uso del sentido de los símbolos*. In: Vale, T. et al (org.). *Números e Álgebra na Aprendizagem da Matemática e na formação de professores*. Lisboa, Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, pág. 29-48, 2006.
- BARBOSA, E. e BORRALHO, A. *Pensamento Algébrico e explorações de Padrões*. Disponível em: <[apm.pt/files/Cd Borralho Barbosa 4a5752d698ac2.pdf](http://apm.pt/files/Cd_Borralho_Barbosa_4a5752d698ac2.pdf)>. Acessado em: 08/02/2009.
- BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática*. 7º ano, 7 ed, São Paulo: Moderna, 2011.

- BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática*. 8º ano, 7 ed, São Paulo: Moderna, 2011.
- BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática*. 9º ano, 7 ed, São Paulo: Moderna, 2011.
- BRASIL. MEC. SEF. *Guia de livros didáticos PNLD 2011: Matemática - Anos Finais do Ensino Fundamental*. Brasília, MEC/SEF, 2010.
- BRASIL. MEC. SEF. *Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental*. Brasília, MEC/SEF, 1998.
- CHEVALLARD, Y. *La transposición didáctica: Del saber sábio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique Grupo Editor S. A., 1991.
- FIORENTINI, D., MIGUEL, A. e MIORIM, M. A. *Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar*, In: Pro-Posições, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação – Unicamp. Vol.4, n. 1[10]. Campinas: Cortez Editora, p. 78-91, 1993.
- GUERRA, R. B. e MESQUITA, F. N. A. *O papel da transposição didática interna na construção do conhecimento didático do professor de matemática*. Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática – XII CIAEM-IACME, Recife, 2011. Disponível em: www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/678/500. Acesso em 02/10/13.
- MATOS FILHO, M. A. S., MENEZES, J. E., QUEIROZ, S. M. e SILVA, R. S. *A Transposição Didática em Chevallard: As Deformações/Transformações sofridas pelo conceito de função da sala de aula*. Disponível em: www.pucpr.br/eventos/educere/educere2008/anais/pdf/431_246.pdf. Acesso em: 02/20/13.
- NEVES, P. S. O. *Um estudo sobre o significado, o ensino e a aprendizagem da Álgebra*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.
- PAIS, L. C. *Transposição Didática*. In: Machado, S. D. A. (org.). *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. 3ª ed. revisada. São Paulo: EDUC, 2012.
- SANTOS, L. G. *Introdução do Pensamento Algébrico: um olhar sobre professores e livros didáticos de matemática*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2007.
- USISKIN, Z. *Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis*. In: Coxford, A. F. e Shulte, A. P. *As idéias da álgebra*. The National Council of Teachers of Mathematics. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.