

## PROJETO “GEOMETRIA DOS MOSAICOS”: A ARTE NA MATEMÁTICA

*Cristine Tokarski Lima*

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR*

*cris.tokarski@ig.com.br*

*Keith Gabriella Flenik Morais*

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR*

*keithgabriella@hotmail.com*

*Neumar Regiane Machado Albertoni*

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR*

*neumarmatematica@gmail.com*

*Luciana Schreiner de Oliveira*

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR*

*lu\_zan1@hotmail.com*

*Violeta Maria Estephan*

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR*

*estephan@utfpr.edu.br*

### **Resumo:**

A elaboração deste artigo tem intuito de descrever o projeto elaborado por licenciandas em Matemática que participam como bolsistas do programa PIBID. O projeto foi aplicado em turmas do 7º ano e foram explorados os conteúdos de polígonos e poliedros; as atividades foram compostas de cálculos de perímetros e áreas, desenhos de polígonos e montagem de poliedros. O projeto teve o objetivo de enriquecer o ensino da geometria, conectando a arte e a matemática com o cotidiano. Trabalhou-se no projeto as Investigações Matemáticas, através das questões propostas, os estudantes trocaram ideias, resolveram e discutiram os resultados obtidos. A partir da análise das autoavaliações preenchidas pelos estudantes, verificou-se que o projeto foi visto de forma positiva, diferenciada e atrativa pelos estudantes. A oportunidade de aplicar o projeto trouxe para os bolsistas experiência, enriquecendo para o início da formação docente.

**Palavras-chave:** geometria; mosaicos; educação matemática; formação docente; PIBID.

### **1. Introdução**

O projeto “Geometria dos Mosaicos” foi aplicado na Escola Estadual Dona Branca do Nascimento Miranda, no bairro Tingui (Curitiba/PR), em novembro de 2015, por licenciandas em Matemática participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) no subprojeto Matemática do Câmpus Curitiba – UTFPR<sup>1</sup>, orientadas pelas

---

<sup>1</sup> Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

professoras coordenadoras do programa<sup>2</sup>. Trabalhou-se nas turmas de 7º ano sob a supervisão dos professores<sup>3</sup>: Maurício Munhoz e Robson Sipraki.

O conteúdo geometria foi escolhido, porque este tema ainda não havia sido apresentado neste ano letivo. Inicialmente, pretendia-se vincular a geometria à tecnologia (utilização de computadores, softwares, jogos digitais, etc). No entanto, apesar de haver alguns computadores novos no Laboratório de Informática da escola, não estavam aptos para serem utilizados (com problemas técnicos e sem internet). Assim, optou-se por outro caminho, vincular a matemática com algo do dia a dia.

A partir de trabalhos desenvolvidos na área da geometria e com a troca de ideias com a coordenação, chegou-se a escolha do tema *colmeias de abelhas*. Além da proximidade com a geometria, o tema *colmeias* é amplo e possibilita trabalhos com as formas geométricas poligonais e tridimensionais. Na elaboração do projeto, foi formulado questões como: “*Por que as colmeias são formadas por malhas de hexágonos? Quais polígonos formam 360º quando encaixados? Quais polígonos formam o hexágono? Quais poliedros podem ser trabalhados com os estudantes?*”. Para englobar os assuntos discutidos, direcionamos o projeto para o tema mosaicos.

No projeto intitulado “Geometria dos Mosaicos” abordou-se os assuntos: polígonos, triângulos, quadriláteros, hexágonos, conceito e história dos mosaicos, e uma introdução aos poliedros. Os objetivos foram enriquecer o ensino da geometria, conectando a arte e a matemática com o cotidiano. Além disso, teve o intuito de enriquecer o início da formação docente – uma vez que o projeto foi todo desenvolvido e aplicado pelos bolsistas, valorizando estes que estão presentes em sala de aula. A estratégia de ensino teve como ideia central, que ao término de cada atividade, os estudantes observassem a conexão entre o encontro anterior e o atual conseguindo construir o conceito de mosaico naturalmente. Ademais, as Investigações Matemáticas como abordagem metodológica de ensino permite aos estudantes explorar, questionar e responder aos desafios e, logo depois, discutir e analisar a percepção sobre o que foi trabalhado.

<sup>2</sup>Luciana Schreiner de Oliveira, Professora colaboradora e Violeta Maria Estephan, Coordenadora de área do PIBID-Matemática.

<sup>3</sup>Professores da educação básica e supervisores colaboradores do PIBID.

Este artigo descreve o desenvolvimento do projeto; o ensino de geometria nas escolas públicas; a importância do PIBID no início da formação docente e a aproximação do Mosaico com a Matemática.

## 2. A importância do PIBID na formação docente

Vários autores (IDOETA, 2013; COSTA, 2013; ESTEFFANATO, 2014) abordaram sobre a desvalorização da profissão do professor. Estes apontam, ainda, alguns motivos, como: salários baixos, alta carga horária de trabalho, violência verbal e física dentro da escola por estudantes.

Ao contrário de países (com ensino considerado de alta qualidade) como Cingapura, Finlândia e Canadá, no Brasil o trabalho é visto como algo que qualquer um pode fazer. A maioria não escolhe ser professor, é escolhido (por falta de outras oportunidades). (IDOETA, 2013).

O PIBID foi criado com o intuito de aperfeiçoar e valorizar o início da formação docente para a educação básica<sup>4</sup>. Para isso tem como objetivos: incentivar a entrada de graduandos nos cursos de licenciatura e pedagogia, valorizar o magistério, proporcionar experiências metodológicas, tecnológicas e práticas aos bolsistas para que solucionem os problemas de ensino-aprendizagem nas escolas de forma inovadora e criativa, valorizar os professores supervisores tornando-os co-formadores dos futuros professores e vincular a teoria com a prática de modo a qualificar os conhecimentos acadêmicos.

Em outras palavras, o programa vincula professores das IES<sup>5</sup> e das escolas públicas com graduandos e estudantes a fim de qualificar e elevar tanto o ensino da escola quanto a vida acadêmica dos licenciandos. Portanto, o programa permite que os licenciandos bolsistas criem projetos de modo a atender às dificuldades dos estudantes de modo inovador juntamente com os professores supervisores e coordenadores de área. Neste sentido, o projeto “Geometria dos Mosaicos” interliga o conhecimento matemático, o artístico e o cotidiano.

Na graduação aprende-se a fazer demonstrações, de forma abstrata e algébrica, então, procurou-se neste projeto “Geometria dos Mosaicos” apresentar os assuntos de maneira visual e manipulativa. Portanto, buscou-se o conhecimento sobre uma aprendizagem atrativa e de fácil compreensão para os estudantes, expondo os conteúdos com as mesmas palavras e na mesma sequência. Segundo Blanco (2003), alguns domínios de conhecimento na formação inicial são essenciais para a formação docente:

<sup>4</sup><http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespid>

<sup>5</sup>Instituição de Ensino Superior.

Conhecimento *de e sobre* a matemática [...]; conhecimento *de e sobre* o processo de geração das noções matemáticas; conhecimento sobre as interações em sala de aula [...]; o conhecimento do processo instrutivo. (p. 71) [...] *conhecer matemática* compreende também conhecer o discurso matemático, centrado na abstração, na generalização, prova de modelos de argumentos matemáticos convincentes. (2003, p. 73).

A construção e aplicação desse projeto forneceu a oportunidade de trabalhar em equipe, de criar atividades diferentes, utilizar diversos recursos, de pesquisar sobre a área (matemática) e sobre outras (artes e os mosaicos), possibilitando a troca de pensamentos e ideias sobre as ações em sala de aula.

Portanto, o PIBID é o espaço para a criação, pesquisa e reflexão, mas de uma forma colaborativa entre graduandos e professores, nas quais todos favorecem para o desenvolvimento do início da formação docente.

### 3. A Importância do Ensino da Geometria no Ensino Público

Nesta pesquisa, verifica-se o quanto o ensino de geometria nas escolas públicas está cada vez mais sendo deixado de lado. Na escola em que o projeto foi aplicado, este conteúdo ficou para ser trabalhado por último; apesar de que no livro didático utilizado, a geometria está inserida desde o início do ano. Em um projeto de capacitação de professores, Pavanello retrata exatamente o que está acontecendo:

Dentre os que incluíam a geometria entre os tópicos a serem desenvolvidos em sala de aula, muitos afirmavam que, por falta de tempo, não conseguiam chegar a abordá-la nem parcialmente. O fato de reservarem, em geral, o último semestre para a abordagem desse conteúdo, me levava a crer que, conscientemente ou não, a falta de tempo estava sendo usada como desculpa para a não realização do trabalho com geometria. (2004, p.1).

Segundo Pavanello(2004), alguns professores se sentem inseguros em relação à geometria e acabam trabalhando este tema de forma isolada do conteúdo da matemática. A importância da geometria no ensino, segundo Veronese, é essencial para o desenvolvimento do indivíduo:

[...] o conhecimento da Geometria, como conteúdo matemático, possibilita a inserção do indivíduo na sociedade em que vive de diversas maneiras, como a visão tridimensional dos objetos no espaço, usada por inúmeros profissionais como pedreiros, mestres de obra, arquitetos, engenheiros, agrônomos, decoradores, estilistas, biólogos e tantas outras profissões relacionadas à Geometria. Inserida neste contexto, a Geometria, como um saber matemático, tem seu ensino praticamente negado aos alunos pelos desconhecimentos de sua importância intelectual. Responsável por ação estimuladora do raciocínio dedutivo e lógico, seu ensino é também responsável pelo estímulo de capacidades importantes à vida do ser

humano como as habilidades de argumentar, de se perceber e movimentar no espaço físico, ver criticamente, expressar-se matematicamente, além de representar e abstrair conceitos fundamentais para a vida em sociedade. (2009, p.14).

Com base nas considerações de Veronese, referente ao objeto no espaço, iniciou-se o projeto com a geometria plana e é finalizado com o sólido que foi montado pelos estudantes, proporcionando a visão 3D do mesmo. Os recursos didáticos utilizados foram a escrita, o desenho, o material manipulável e a multimídia. Segundo Santos (2014, p.17), “[...] o que propicia aumentar o nível de conhecimento sobre um sólido geométrico e as figuras planas que o compõem e estabelecer algumas propriedades está diretamente relacionado com a diversidade de materiais que o professor pode disponibilizar em sala de aula [...]”. Este relato pode ser comprovado quando foi aplicado a atividade de desenhar no papel milimetrado: os estudantes deveriam desenhar diferentes formas do polígono, trabalhado neste dia, sem deixar espaços em branco entre eles; verificou-se que alguns tinham dificuldade no desenho, mas quando estes estudantes participaram da montagem do sólido, estes foram confeccionados sem qualquer problema.

#### 4. Mosaico, uma contribuição para a Matemática

Na aplicação sobre os mosaicos, explorou-se a obra e a contribuição do trabalho de Escher<sup>6</sup> para a matemática. Segundo D’Ambrosio (apud ZALESKI FILHO, 2013, p.9), que aborda sobre a matemática e a arte, “Ambas têm estado muito próximas desde as primeiras manifestações de racionalidade da espécie humana. Entretanto, lamentavelmente, temos visto essas duas áreas do conhecimento se distanciarem nos programas escolares”. E, mesmo tendo acesso à internet, através do celular ou computador, os estudantes não se interessam por pesquisarem essas questões, pois não é estimulado a fazê-lo (VERONESE, 2009).

A definição de “Mosaico” adotada pelo projeto é a de Barbosa (1993, p.3), “Um conjunto de polígonos é uma pavimentação do plano se, e só se, o conjunto de polígonos cobre sem cruzamentos o plano”. Quando se exibiu essa definição para o estudante ressaltou-se as simetrias, os padrões; padrões esses geometricamente possíveis, como menciona Barbosa (1993). Entretanto, não se descreveu os tipos de mosaicos, como fez Gandulfo *et al.* (2013), mas procurou-se mostrar para o estudante a importância do mosaico em nosso dia a dia. Na aplicação do projeto, os bolsistas empenharam-se em estimular e incentivar os estudantes, frisando conceitos e retomando conteúdos. Por outro lado percebe-se que este tema pode ser explorado de outras formas e com outras possibilidades.

<sup>6</sup> Maurits Cornelis Escher (1898 – 1972), arquiteto e artista gráfico, holandês.

O estudo e construções das pavimentações do plano, seus elementos, classificações e propriedades é tema importante na programação escolar pelo seu apelo dinâmico, lúdico e estético para o desenvolvimento capacidades e habilidades no ensino-aprendizagem da geometria. (GANDULFO *et al.*, 2013, p.8).

## 5. Metodologia

A abordagem metodológica desse artigo foi a pesquisa-ação, por ser situacional e os bolsistas elaboraram e implementaram juntos o projeto, para posteriormente fazer as devidas melhorias, se necessário, conforme Moreira (2008, p.90). Trabalharam-se no projeto as Investigações Matemáticas, esta tendência iniciou-se a partir de um desafio proposto por encontro, que os estudantes resolveram com os conteúdos desenvolvidos em sala. Segundo Ponte:

“Uma atividade de investigação desenvolve-se habitualmente em três fases (numa aula ou conjunto de aulas): (i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado.” (2009, p. 25)

A aplicação do projeto foi feita de maneira, que os conteúdos foram expostos com as mesmas palavras e mesma ordem de apresentação, para que os estudantes pudessem ter uma melhor aprendizagem. Por exemplo: apresentado o triângulo, definição, onde é visto triângulo no dia a dia, seus elementos, classificação e assim foi feito com os outros polígonos.

O intuito da 1ª etapa foi dar embasamento teórico aos estudantes para que pudessem entender os conceitos de ângulos e como construir um mosaico. Na 2ª etapa, eles tiveram que realizar as colagens para colocarem em prática o que aprenderam. Na última etapa, após a apresentação do vídeo “Regular Night”, os estudantes discutiram quais conceitos eles aprenderam que estavam presentes no vídeo e, em seguida, escreveram em uma autoavaliação o que aprenderam, quais foram suas dificuldades, facilidades e o que mais gostaram durante o desenvolvimento do projeto.

## 6. Descrição das Atividades

O projeto teve cinco encontros semanais: (I) estudo dos polígonos e quadriláteros; (II) estudo dos triângulos; (III) estudo dos hexágonos; (IV) história e construção de mosaicos; (V) apresentação do vídeo “Regular Night”<sup>7</sup> e confecção do mosaico 3D.

Todos os encontros iniciaram-se com uma apresentação de slides<sup>8</sup>, com histórias, exemplos do conteúdo vinculados ao cotidiano. Com o objetivo de despertar a curiosidade do estudante antes de realizar as atividades propostas. Decidimos também explorar o desenho dos polígonos no final dos encontros (Figuras 1 e 2), pois o desenho é uma forma de expressão do estudante e na geometria o desenho é fundamental.



Figura 1

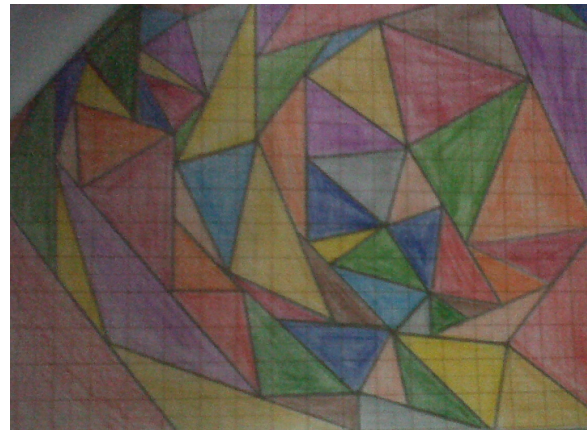


Figura 2

O desenho é um recurso didático importante; no entanto, no ensino de geometria espacial, o desafio é maior, pois muitos alunos possuem dificuldade para desenhar em perspectiva. Daí a importância de um trabalho simultâneo com a manipulação de objetos tridimensionais e a sua representação por desenhos no plano bidimensional. (SANTOS, 2014, p.18).

Na primeira etapa foram entregues para cada estudante um material de apoio, por encontro, com as atividades que apresentavam os conceitos de diagonais, classificação dos polígonos, regularidade, convexo e não-convexo, elementos (lado, vértice e ângulo), perímetro, área e soma dos ângulos internos sobre cada polígono. Ao final do material havia uma folha especial (papel milimetrado) na qual os estudantes precisavam desenhar um mosaico com a figura trabalhada no encontro (Figuras 1 e 2).

Além disso, cada material de apoio trazia um novo desafio, como:

- 1) *Sabendo que o perímetro de um quadrilátero é de 48 cm, desenhe pelo menos 6 quadriláteros para encontrar aquele que tem a maior área possível. Utilize a folha A4 de papel milimetrado, lápis, borracha e régua.*

<sup>7</sup> Vídeo foi feito para recapitular os conceitos apresentados no projeto. Duração de 4min., são sobre figuras irregulares que tentam entrar em uma festa de figuras regulares.

<sup>8</sup>Link dos slides e atividades: <https://drive.google.com/open?id=0ByfPoYcNT6wud1pCNkdHRHdzZUU>

- 2) No decorrer das atividades, entregamos para os estudantes um papel no formato de um quadrado e solicitamos que dobrassem na diagonal e, em seguida, indagamos: *Que figura se formou após dobrarem o papel? Como se calcula a área dessa figura formada? Qual a relação entre área do quadrado com a área do triângulo?*

O objetivo era que os estudantes conseguissem visualizar que a área do triângulo é metade da área do quadrilátero. De início os estudantes não constataram essa relação, ao realizarem a atividade proposta, dobrando o papel na diagonal, os estudantes puderam compreender esta relação.

- 3) O favo de mel, construído pelas abelhas e que tem o formato do hexágono, foi o tema do terceiro encontro do projeto: *Por que a abelha faz o alvéolo neste formato? A abelha sabe como fazer outro formato? Quantos hexágonos têm em um favo de mel? Qual é a área máxima?*

Iniciou-se o quarto encontro tratando sobre a história e modelos dos mosaicos. Ao final, entregou-se para os estudantes uma folha com desenhos das formas geométricas de quadrado, triângulo e do hexágono e um papel milimetrado, depois disso, pediu-se que recortassem as figuras (Figura 3) e montassem um mosaico (Figura 4).



Figura 3

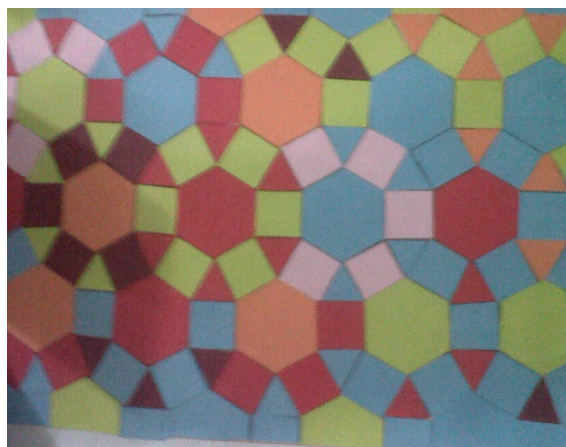


Figura 4

Na última etapa, apresentou-se o vídeo “Regular Night”<sup>9</sup>(Figura 5) com o objetivo de revisar todo o conteúdo dos encontros. Depois da apresentação foram realizadas perguntas sobre o vídeo. Em seguida, foi entregue uma folha com a planificação de prismas com bases hexagonais, triangulares e quadrangulares, para montagem dos poliedros. Deste modo, puderam juntar todos os poliedros formando assim, um mosaico 3D (Figuras 6 e 7).

<sup>9</sup> Disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=hPCw0aanwak>





Figura 5



Figura 6

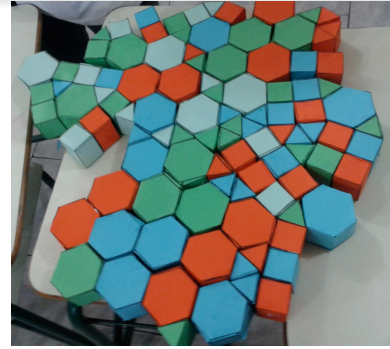


Figura 7

Ao final deste quinto encontro, foi distribuído aos estudantes uma autoavaliação, com quatro perguntas. A intenção era saber o que o estudante havia aprendido com o projeto. Foram analisadas 116 autoavaliações e como houve muitas respostas repetidas, foram escolhidas<sup>10</sup> as respostas que mais se destacaram<sup>11</sup>:

Estudante 1: *“As contas que tinham que ser feitas foram sobre a área de cada figura, foram mais fáceis”* (o que foi mais fácil) e *“Eu acho que foi o mosaico pois tinha que recordar e depois cola as peças sem deixar espaço em branco”* (dificuldades).

Estudante 2: *“de aprender de um jeito diferente”* (o que mais gostou).

Estudante 3: *“Foi a primeira atividade, pois eu tenho muita dificuldade em matemática e eu consegui entender, até fui no quadro.”* (o que mais gostou).

Estudante 4: *“Durante as etapas foram apresentados vários slides, explicações, lições e vídeo. A primeira etapa foi a explicação da matéria e a 2 foram o que são os polígonos. Em outra etapa foram a diferença e semelhança de polígonos. Foram feitos 2 mosaicos, um de desenho e um quadro de recortar e colar os poliedros. Em outro dia foi a construção de um prisma de base hexagonal (obs: cada pessoa pegou um poliedro.”* (descrição do projeto).

Estudante 5: *“Nós aprendemos a achar a área, perímetro, os ângulos, os vértices e por que a abelha faz a colmeia em formato de hexágono. Os polígonos: os triângulos, hexágonos, os quadrados, aprendemos com muita facilidade. Como usar a régua e o transferidor. Recortamos, colamos, dobramos, aprendemos como fazer um quadrado, hexágono e o triângulo em formato 3D de papel, que eu achei muito legal de fazer todas os trabalhos do PIBID.”* (descrição do projeto).

<sup>10</sup>As identidades dos estudantes foram preservadas.

<sup>11</sup>Foi corrigida a ortografia das respostas.

Na maioria das autoavaliações, os estudantes, além de frisarem os conteúdos trabalhados, também deram respostas positivas sobre a aplicação do projeto. De modo geral, o objetivo de enriquecer o ensino da geometria, com as aulas diferenciadas e lúdicas, foi atingido; possibilitando aos estudantes verem que as formas geométricas estudadas em sala de aula estão na arte de Escher, na arte dos mosaicos e em todos os lugares que eles frequentam.

## 7. Considerações Finais

O presente artigo teve o objetivo descrever: a elaboração do projeto “Geometria dos Mosaicos”; apontar as justificativas das escolhas no seu desenvolvimento: o tema, os recursos, o ensino; e ressaltar as contribuições desse desenvolvimento na formação inicial do professor.

Nesta atividade foi constatada a importância da geometria como um conteúdo que possibilita a visão tridimensional, a capacidade de argumentar, ver criticamente, se expressar matematicamente, entre outros. Logo, este conteúdo deve ser abordado de forma consciente e não deixado para o último semestre, conforme mencionou Pavanelo (2004, p.1).

Na escola, geralmente, os bolsistas, participam de atividades isoladas sem ter uma visão total das intenções pedagógicas do professor. Neste projeto houve a oportunidade de se planejar e executar uma proposta na íntegra e esta experiência foi bem diferente de uma atividade isolada. Portanto, o desenvolvimento dos estudantes foi acompanhado em cada etapa proposta.

No entanto, percebeu-se dificuldades na execução de algumas questões aplicadas, logo é sugerido que em futura aplicação haja uma adaptação: mais dois encontros. Foi observado que foram poucos encontros, visto que as aulas eram muito rápidas para passar os conteúdos e resolver as questões propostas, concluiu-se que seriam necessários, pelo menos, mais dois encontros para passar todo o conteúdo necessário e simultaneamente atender às dúvidas dos estudantes. Um encontro anterior ao primeiro, para que fosse abordado somente sobre os polígonos e elementos, frisando os conceitos básicos. E outro, após o último para que pudesse ser discutido o que foi relatado, pelos estudantes, nas autoavaliações e refeito as questões de maior dificuldade.

Este trabalho comprovou a importância de se propor atividades de manipulação como ocorreu na construção do mosaico 3D. Nesta fase, o estudante está apropriando-se dos conceitos geométricos e o material manipulável agrega a aprendizagem. Segundo, Santos:

Nesse ambiente, a experimentação – não como uma mera manipulação de objetos – ocupa papel central. É na exploração de objetos reais, mediada pela problematização, que os alunos vão se apropriando dos conceitos geométricos, do vocabulário, das propriedades dos objetos, das semelhanças, das diferenças entre eles e das diferentes inclusões de classes. Enfim, vão se apropriando dos significados dos conceitos geométricos. (2014, p.26).

Além disso, verificou-se a necessidade de aprofundar o assunto mosaico, construindo outros tipos de pavimentações, que irão auxiliar no desenvolvimento de habilidades no ensino da geometria, como afirma Gandulfo *et al* (2013).

## 8. Agradecimentos

Agradecimentos a CAPES pelo apoio financeiro; às professoras orientadoras que estiveram sempre presentes nos fornecendo ideias e recursos para a elaboração do projeto e deste artigo; aos nossos professores supervisores por terem cedido tempo e espaço para a aplicação e aos estudantes das turmas de 7º ano de 2015 da Escola Estadual Dona Branca do Nascimento Miranda por terem participado e aproveitado as nossas aulas.

## 9. Referências

- BARBOSA, R. M. *Descobrendo padrões em mosaicos*. São Paulo: Atual Editora Ltda, 1993.
- BLANCO, M. M. G., FIORENTINI, D. (org.). *Formação de Professores de Matemática: Explorando novos caminhos com outros olhares*. Campinas: Mercado de Letras, 2003.
- CAPES, Fundação: *Pibid – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência*. Ministério da Educação, set. 2008, Brasília. Disponível em: <<http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid>>. Acesso em: fev. 2016.
- COSTA, I. C. F. *A desvalorização do professor*, fev. 2013, Campo Grande. Disponível em: <<http://www.portaleducacao.com.br/educacao/artigos/35994/a-desvalorizacao-do-professor>>. Acesso em: fev. 2016.
- D'AMBROSIO, U., ZALESKI FILHO, D. (org). In: *Matemática e arte*. Belo Horizonte: Autêntica Editora Ltda, 2013.
- ESTEFFANATO, T. *Professor: uma profissão agredida e desvalorizada*. APEOESP – Sindicato dos Professores do Ensino Oficial do Estado de São Paulo, nov. 2014, São Paulo. Disponível em: <<http://www.apoesp.org.br/publicacoes/observatorio-da-violencia/professor-uma-profissao-agredida-e-desvalorizada/>>. Acesso em: fev. 2016.
- GANDULFO, A. M. R., et al. Explorando a geometria euclidiana com materiais manipuláveis: polígonos e mosaicos. In: XI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, julho, 2013, Paraná. *Anais eletrônicos* do Encontro Nacional de Educação Matemática Paraná, PUC, 2013.

IDOETA, P. A. *Como valorizar a carreira do professor no Brasil?* BBC Brasil, out. 2013, São Paulo. Disponível em: <[http://www.bbc.com/portuguese/noticias/2013/10/131015\\_valorizacao\\_professores\\_pai](http://www.bbc.com/portuguese/noticias/2013/10/131015_valorizacao_professores_pai)>. Acesso em: fev. 2016.

MOREIRA, H.; CALEFFE, L. G. *Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador*. 2 ed., Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

PAVANELLO, R. M. Por que ensinar/aprender geometria? In: VII EPEM – Encontro Paulista de Educação Matemática, jun, 2004, São Paulo, *Anais eletrônicos* do Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo, USP, 2004.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H.. *Investigações matemáticas na sala de aula*. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

SANTOS, C. A.; NACARATO, A. M.. *Aprendizagem em geometria na educação básica: A fotografia e a escrita na sala de aula*. 1.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora Ltda, 2014.

VERONESE, P. C. F. *O ensino de geometria no ciclo II do ensino fundamental: um estudo analítico*. Marília, São Paulo, 2009.