

## FLEXIBILIDADE DE CÁLCULO MENTAL NAS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

*Cília Cardoso Rodrigues da Silva*  
*Instituto de Educação da Universidade de Lisboa*  
[ciliaacr@gmail.com](mailto:ciliaacr@gmail.com) / [ciliasilva@campus.ul.pt](mailto:ciliasilva@campus.ul.pt)

### **Resumo:**

O objetivo desta comunicação é apresentar dois exemplos com registros dos alunos em que demonstram suas estratégias de cálculo quando foram desafiados a resolver problemas que envolveram as operações de divisão e multiplicação. É um estudo preliminar de uma tese de doutoramento em processo pelo Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal, cujo objetivo é compreender o modo como alunos do 4º ano evoluem na flexibilidade de cálculo mental aquando da resolução de tarefas que envolvem as operações de multiplicação e divisão numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número. A modalidade da investigação é o Design Research, de natureza qualitativa, com a experiência de ensino organizada em dois ciclos. Os dois exemplos analisados demonstram que as estratégias de cálculo dos alunos apresentam flexibilidade de cálculo mental.

**Palavras-chave:** flexibilidade de cálculo mental; multiplicação; divisão e sentido de número

### **1. Introdução**

Compreender o modo como alunos do 4º ano evoluem na flexibilidade de cálculo mental a partir da resolução de tarefas que envolvem as operações de multiplicação e divisão numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número tem sido o desafio desta investigação. É um estudo preliminar de uma tese de doutoramento que está em processo de desenvolvimento no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, na Didática da Matemática.

A natureza da investigação é qualitativa, baseada na modalidade do Design Research (GRAVEMEIJER e COBB, 2006; CONFREY e LACHANCE, 2000) conduzida por uma conjectura que se apoia numa teoria local de ensino e guiada por uma experiência de ensino, organizada em 2 ciclos. O primeiro ciclo da experiência de ensino foi inicialmente construído e desenvolvido em uma Escola Pública de Taguatinga, Distrito Federal, Brasil, na turma de 4º ano do Ensino Fundamental, no período de julho a dezembro de 2015. O segundo Ciclo está em fase de preparação e desenvolvimento, na mesma escola, citada, no período de março a julho de 2016, numa outra turma de 4º ano do Ensino Fundamental.

A experiência de ensino tem como princípios contribuir para uma aprendizagem com significado e compreensão a partir da resolução de problemas; do uso de tecnologias, de materiais manipuláveis; da organização do ambiente da sala de aula, com professores (investigadora e professora regente) atualizados e informados que encorajam os alunos a questionar, experimentar, estimar, explorar e sugerir explicações; a criarem estratégias de cálculo e utilizarem as diversas representações matemáticas com o propósito de desenvolverem as capacidades raciocinar e comunicar matematicamente em qualquer espaço que ocupem na sociedade, sem perder de vista que o foco do estudo é a flexibilidade de cálculo mental nas operações de multiplicação e divisão.

Para esta comunicação o objetivo é apresentar dois exemplos com registros dos alunos em que demonstram suas estratégias de cálculo quando foram desafiados a resolver problemas que envolveram as operações de divisão e multiplicação. As resoluções dos problemas fizeram parte do primeiro ciclo da experiência de ensino na turma de 4º ano. Dentro deste contexto para compreender a flexibilidade de cálculo mental levo em consideração a compreensão das ideias das operações de multiplicação (adição repetida, configuração retangular e combinação) e divisão (partilha e medida); o conhecimento dos fatos básicos; a transformação dos números; a utilização das inversas; o uso das propriedades das operações; as características das tarefas; o meio e outros que possam surgir além do meu olhar.

Nas seções, a seguir, apresento alguns aspectos teóricos importantes que darão suporte à compreensão do cálculo mental e da flexibilidade de cálculo mental; descrevo uma parte dos caminhos metodológicos percorridos; apresento dois exemplos com registros dos alunos em que demonstram suas estratégias de cálculo quando foram desafiados a resolver problemas que envolveram as operações de divisão e multiplicação, por fim, algumas palavras finais dos principais aspectos identificados nestes exemplos, pois este é um estudo que está em processo.

## 2. Cálculo mental e Flexibilidade de cálculo mental

A aprendizagem matemática acontece em vários contextos da vida de uma pessoa, ela inicia-se muito antes de as crianças irem para a escola, no entanto, é esperado que neste espaço ela seja formalizada e sistematizada. Neste estudo empírico vislumbro uma aprendizagem matemática voltada para uma educação matemática, numa perspectiva de

aprender com significado e compreensão, em que o estudante é desafiado a fazer matemática e não a reproduzi-la.

Nesta comunicação darei especial atenção, especificamente, ao que diz respeito ao à flexibilidade de cálculo mental. O cálculo mental não fica apenas no campo das ideias e do pensamento, o registro escrito também pode fazer parte, conforme nos aponta Buys (2008). O referido autor aponta três características essenciais do cálculo mental: i) opera-se sobre os números e não sobre os dígitos; ii) usam-se relações numéricas e propriedades das operações e iii) embora se calcule ‘de cabeça’, é possível recorrer a registros em papel. Ainda propõe que o cálculo mental se apoia em três formas básicas: cálculo em linha, cálculo recorrendo à decomposição decimal e cálculo mental usando estratégias variadas.

É fato que uma das possibilidades do cálculo mental é permitir maior flexibilidade no cálculo das operações aritméticas. Mendes (2012, p.116) ressalta que à expressão cálculo mental é associada, frequentemente, atributos como flexibilidade, adaptabilidade, precisão e eficiência, que o seu desenvolvimento na sala de aula relaciona-se, quase sempre, com determinados aspectos do sentido de número<sup>1</sup> dos alunos. A mesma autora endossa que um aluno mostra ter fluência de cálculo quando sabe usar diferentes métodos e sabe escolhê-los de modo flexível, preciso e com eficácia. Segundo ela a ideia de flexibilidade requer o conhecimento de mais do que um método de cálculo para resolver certos tipos de problemas e selecionar uma estratégia apropriada a cada um. A ideia de precisão depende de aspectos gerais do processo de resolução de problemas tais como rever cuidadosamente o que foi feito e confirmar a solução obtida, para além do conhecer e usar adequadamente, relações numéricas. E a ideia de eficácia está relacionada com o recurso a estratégias que, do ponto de vista do aluno, sejam fáceis de utilizar e não incluam demasiados passos ou passos desnecessários. Contudo, os alunos devem desenvolver um cálculo mental fluente, o que significa ser flexível, preciso e eficaz.

Threlfall (2002) considera o cálculo mental flexível como uma reação pessoal e individual com conhecimento, que se manifesta de forma subjetiva, a partir do que foi

---

<sup>1</sup> Sentido de número refere-se ao conhecimento geral que uma pessoa tem acerca de números e operações a par com a capacidade e inclinação para usar esse conhecimento de forma flexível para construir raciocínios matemáticos e desenvolver estratégias úteis para lidar com números e operações (McINTOSH et al, 1992).

apreendido sobre um problema específico. Para ele o papel do professor é auxiliar os alunos na compreensão das diferentes estratégias que podem ser usadas num mesmo problema, que eles possam perceber as várias abordagens para a sua resolução. Por isso, reafirma que não faz sentido ensinar a ser flexível ou ensinar estratégias flexíveis, mas sim um ensino direcionado para o conhecimento dos números e a compreensão sobre o que foi efetuado, após ter-se realizado um cálculo. Para este autor a estratégia de cálculo mental usada para certos problemas é aquela que emerge perante determinado contexto particular, mesmo que influenciada por experiências anteriores do aluno. Threlfall (2009) reafirma que a flexibilidade em cálculo mental, além de estar relacionada com as características individuais ou contextos variáveis e envolver estratégias que não são meramente procedimentos aprendidos, utiliza uma compreensão dos números e das operações matemáticas.

Este mesmo autor define “flexibilidade estratégica em cálculo mental como o modo como as circunstâncias afetam a forma como o problema é resolvido” (THRELFALL, 2009, p. 542). Acrescenta que aquelas podem estar relacionadas com as características específicas da tarefa ou com as características individuais ou com variáveis de contexto, por exemplo, o que é mais valorizado num dado contexto sociocultural.

Threlfall (2009) relata que quando examinamos as possíveis respostas para “O que é  $45 - 28$ ?” ou “Como você resolveu este problema?” ou “Como você resolveu  $45 - 28$ ?” podem-se encontrar diferentes caminhos, incluindo o uso de materiais manipuláveis, seguido de procedimentos escritos, e operando uma calculadora e, que cada um destes diferentes caminhos são, usualmente, chamados de estratégias. Ele define estratégias como qualquer processo mental ou procedimento no curso da atividade de processamento de informações para atingir um determinado objetivo.

Em relação às respostas dos alunos no que diz respeito aos problemas de cálculo mental, Threlfall (2002), na intenção de clarificar e distinguir significados, diz que elas podem ser obtidas de diferentes formas: (i) através do recordar ou “apenas saber” um fato numérico; (ii) através de um simples procedimento de contagem, no qual é recitada uma sequência numérica; (iii) através de uma representação mental de um método de papel e lápis na vertical e efetuando os procedimentos mentalmente; ou (iv) construindo uma sequência de transformações dos números do problema para chegar à solução. Destas quatro formas todas

poderiam ter

sucesso na realização de determinados cálculos, no entanto, o referido autor destaca a última como sendo estratégia de cálculo mental. O mesmo autor afirma que a aplicabilidade do modelo da estratégia escolhida pode ser considerada em relação à: 1. **estratégia de abordagem**, a forma geral da cognição matemática usada para o problema, por exemplo, contar ou lembrar, ou aplicar métodos aprendidos, ou visualização de um procedimento ou exploração de relações numéricas conhecidas. Aqui o aluno pode dizer eu levei 1 do quatro que ficou 15, do quinze eu tirei 8, ficou 7 e do 3 eu tirei 2 que ficou 1, então o resultado é 17, o que traduz a abordagem de visualização de um método escrito; 2. **flexibilidade estratégia de contagem** é a transformação do número tomando por sucessivos passos acima ou abaixo a sequência da cadeia numérica dos números naturais. Ou, ainda, o aluno poderia ter dito, eu tirei 10 de 45, fiquei com 35, do 28 para 35 faltam 7, porque eu contei 28, 29, 30, 31... até chegar a 35, com 10 que eu tirei dá 17, o que reflete uma abordagem de contagem e; 3. **flexibilidade de estratégia de cálculo** é quando um problema é respondido por exploração das relações dos números conhecidas tendo adotado uma abordagem para fazê-lo, e neste caso o resultado poderia ser assim tirei 20 de 45 para chegar a 25, depois tirei 5 e depois 3, fiquei com 17. Aqui ele decompôs o 28 ( $20 + 5 + 3$ ) e foi tirando de 45, o que reflete o uso de um método conhecido ou a exploração de relações numéricas conhecidas. Outra forma que traduz a exploração de relações numéricas conhecida para  $45 - 28$ , é  $48 - 28 = 20$  e  $20 - 3 = 17$ , pois acrescentou 3 no 45 para ficar 48. Estas são algumas das ideias que apoiaram a análise retrospectiva deste estudo.

### 3. Caminhos metodológicos - Experiência de ensino na turma do 4º ano

O estudo relatado nesta comunicação é um estudo de natureza qualitativa, preliminar a um estudo mais amplo que dará lugar à elaboração da tese de doutoramento. Para construir e desenhar a experiência de ensino utilizo os pressupostos teóricos baseados no *design research* de CONFREY e LACHANCE (2000); COOB et al. (2003); GRAVEMEIJER e COBB (2006); MOLINA, CASTRO E CASTRO (2011). A opção metodológica se dá pelo fato de o *design research* apresentar características que permitem compreender e melhorar a realidade educativa através da consideração de contextos naturais em toda sua complexidade e do desenvolvimento e análise de um desenho instrucional específico (MOLINA, CASTRO E CASTRO, 2011). Seu objetivo visa criar ecologias de aprendizagem inovadoras a fim de desenvolver a instrução de uma teoria local de um lado e de outro para estudar as formas de

aprendizagem que as ecologias de aprendizagem se destinam a apoiar (Gravemeijer e Cobb, 2006). Por ecologia de aprendizagem entende-se um sistema complexo e interativo que envolve múltiplos elementos de diversos aspectos, que incluem as tarefas que são propostas aos alunos, o tipo de discursos desenvolvidos, as normas de participação estabelecidas, as ferramentas e materiais usados e as práticas de orquestração do professor (COBB et al., 2003). Assim Gravemeijer e Cobb (2006) sugerem três fases para a realização de uma experiência de design: i) preparação para o experimento; ii) experiência em sala e, iii) análise retrospectiva.

Gravemeijer e Van Eerde (2009, p.513) explicitam que o “objetivo de uma experiência de ensino é explorar, provar e investigar um conjunto educacional experimental, e não comparar algo experimental pré-determinado com a educação convencional”. A experiência de ensino se concretiza dentro da sala de aula, ela constitui a segunda fase do Design Research, pode ser organizada em micros ciclos que são os conjuntos de tarefas planejadas para uma aula ou mais aulas.

O primeiro ciclo da experiência de ensino aconteceu numa Escola Pública de Taguatinga, Distrito Federal, Brasil, na turma de 4º ano do Ensino Fundamental, composta por 20 alunos, sendo 11 meninas e 09 meninos, com faixa etária entre 09 e 12 anos de idade, no período de julho a dezembro de 2015. Elaborei um conjunto com mais de 30 tarefas, as quais foram analisadas por mim e a orientadora deste estudo, selecionamos 20 tarefas para serem aplicadas em sala de aula.

Após a seleção das tarefas as levei para serem discutidas e analisadas com a professora regente da turma, destas selecionamos e aplicamos 18 tarefas. As quatro primeiras o objetivo foi realizar um estudo diagnóstico a fim de perceber a compreensão que o aluno tem dos conceitos que envolvem as operações de multiplicação e divisão e as estratégias de cálculo que ele utiliza para resolver os problemas propostos. Para a segunda etapa foi aplicada uma sequência de 14 tarefas, sendo que cada uma delas foi acompanhada de uma folha de cálculo em cadeia<sup>2</sup>, o objetivo desta sequência foi acompanhar a evolução da flexibilidade de cálculo mental das operações de multiplicação e divisão.

---

<sup>2</sup> Cálculo em cadeia inclui cadeias numéricas, realizadas periodicamente com os alunos na aula. A finalidade da cadeia é desenvolver nos alunos um cálculo mental eficiente. Cada cadeia procura construir um sistema de relações numéricas que assentam no cálculo realizado na(s) linha(s) anteriores da cadeia (BOAVIDA, 2010). Não constituem objeto de análise para este estudo. Para aprofundar este tema pode consultar FONOST,

A aplicação aconteceu no horário da aula com a colaboração e acompanhamento da professora regente da turma e minha (investigadora). A dinâmica da aplicação consistiu em (i) entrega da tarefa a ser resolvida; (ii) leitura da tarefa pela professora regente e/ou pelos alunos; (iii) realização da tarefa pelos alunos (podendo compartilhar com os colegas suas dúvidas, estratégias de cálculo etc. e discutir sobre as regras matemáticas encontradas nos cálculos em cadeia) e; (iv) socialização, no quadro, das estratégias de cálculo realizadas pelos alunos. É importante dizer que todos os alunos da turma do 4º ano foram desafiados a resolverem todas as tarefas. No momento da realização de cada tarefa a professora e eu (investigadora) realizamos as devidas intervenções com eles a fim de entender o seu pensamento e ideias, a partir das estratégias deles que poderiam fazer para encontrar a solução do problema.

Para cada tarefa aplicada foram levados em consideração os seguintes aspectos: (i) tema/conteúdo: números naturais, estrutura multiplicativa – multiplicação e divisão; (ii) natureza da tarefas: problema; (iii) objetivos de aprendizagem da tarefa: os alunos deverão ser capazes de resolver problemas em contextos numéricos; compreender o sistema de numeração decimal; calcular mentalmente; fazer estimativas; compreender a correspondência de um para muitos; realizar contagens progressivas a partir dos números dados; compreender o significado da multiplicação – adição repetida, configuração retangular e combinação; compreender o significado da divisão – partilha e medida; compreender multiplicação com agrupamento da unidade para a dezena e da dezena para a centena; compreender a divisão com desagrupamento da centena para a dezena e da dezena para unidade; compreender que a adição repetida é o mesmo que multiplicar tantas vezes o número que repete por ele mesmo; decompor e compor os números dados no problema; compreender a propriedade, comutativa e distributiva da multiplicação; compreender metade, dobro, triplo; conhecer os fatos fundamentais da multiplicação; compreender que existem diversas estratégias para se chegar ao resultado; (iv) conhecimentos anteriores dos alunos que são necessários para a resolução da tarefa; (v) possíveis estratégias dos alunos para resolver as tarefas; (vi) possíveis representações que os alunos podem usar para resolver a tarefa; (vii) possíveis dificuldades dos alunos na resolução da tarefa; (viii) possibilidades de raciocínio do aluno na resolução da

---

Catherine; DOLK, Marteen. Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division. Heinemann: Portsmouth, 2001 e . FONOST, Catherine; DOLK, Marteen. Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division. Heinemann: Portsmouth, 2002.

tarefa; (ix) organização da sala de aula e; (x) recursos, duração prevista para realização da tarefa e sugestão para aplicação da tarefa.

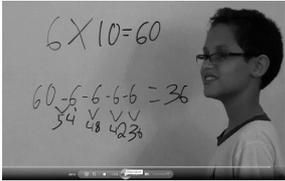
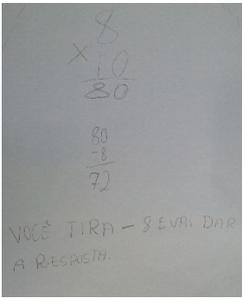
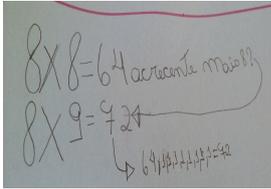
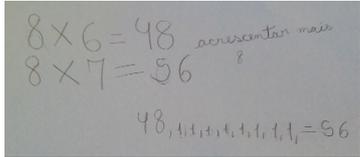
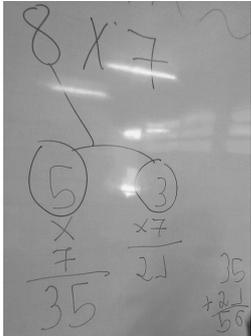
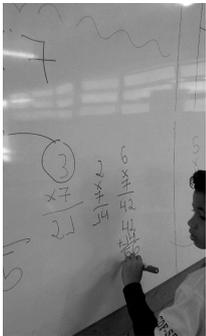
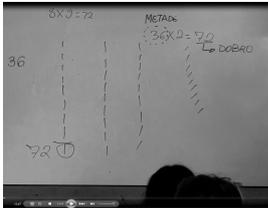
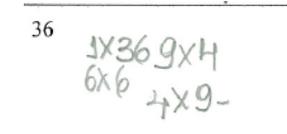
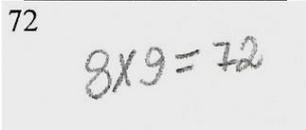
Para esta comunicação apresento dois exemplos com registros dos alunos em que demonstram suas estratégias de cálculo quando foram desafiados a resolver problemas que envolveram as operações de divisão e multiplicação a partir do conjunto de dados documentados através de gravações de vídeo, cópias das tarefas dos alunos, notas do diário de campo e observação participante.

A turma do 4º ano, composta por 20 alunos, 11 meninas e 09 meninos, é participativa, comunicativa, expõe com facilidade seus pensamentos, fazem perguntas espontaneamente, socializam suas estratégias, tiram dúvidas com os colegas, a professora e comigo investigadora, trocam experiências, resolvem as tarefas propostas, enfim, são crianças curiosas e estão sempre abertas aos desafios. A professora regente é experiente na sua carreira de magistério, tem um conhecimento matemático construído ao longo da profissão, busca informações, é mestre em educação na área de avaliação, sempre incentiva que os alunos possam resolver as tarefas conforme estão pensando, ou seja, que coloquem no papel suas próprias estratégias de cálculo, mesmo que não consigam chegar a um resultado correto, abre espaço para que eles socializem suas estratégias, discutam sobre o que estão pensando levando-os a refletir e encontrar novas soluções. Este é um resumo do cenário do primeiro ciclo da experiência de ensino.

O propósito é apresentar os registros de alguns alunos que traduzem os procedimentos e estratégias da turma do 4º ano quando foram desafiados a resolverem tarefas que envolveram operações de multiplicação e divisão. Os exemplos mostrados são relacionados às respostas dos alunos, no que diz respeito ao cálculo mental baseados em Threlfall (2002), que diz que elas podem ser obtidas de diferentes formas: (i) através do recordar ou “apenas saber” um fato numérico; (ii) através de um simples procedimento de contagem, no qual é recitada uma sequência numérica; (iii) através de uma representação mental de um método de papel e lápis na vertical e efetuando os procedimentos mentalmente; ou (iv) construindo uma sequência de transformações dos números do problema para chegar à solução. A isto vamos articular ao modelo da estratégia escolhida: 1. *estratégia de abordagem*; 2. *flexibilidade estratégia de contagem*; 3. *flexibilidade de estratégia de cálculo* (THRELFALL, 2009).

Os exemplos 1 e 2<sup>3</sup> demonstram as estratégias de cálculo mental que os alunos utilizaram para resolver a tarefa, o que confirma as três características essenciais do cálculo mental propostas por Buys (2001): i) opera-se sobre os números e não sobre os dígitos; ii) usam-se relações numéricas e propriedades das operações e iii) embora se calcule ‘de cabeça’, é possível recorrer a registros em papel.

Tabela 1. Exemplo 1 – “Quanto é tanto vezes tanto?”

<p>Contexto: Socialização da <i>Tarefa 4 – Para Pensar e Descobrir</i>. O objetivo da tarefa foi descobrir e escrever as várias maneiras diferentes para obter o resultado dos números 32, 25, 24, 10, 15, 36, 1000, 72, 16 e 5 multiplicando dois números naturais. Os alunos foram no quadro explicar como encontraram o resultado e as estratégias foram surgindo para além destes números.</p>			
<p>Aluno Marcos</p>    			
 <p>Aluno Daniel</p>	 <p>Aluno Daniel</p>	 <p>Aluna Carol</p>	  <p>Modelo de registro dos alunos na folha de cálculo.</p>

Ressalto que na folha de cálculo deles estava apenas escrito o fato básico, ou seja,  $8 \times 9 = 72$  etc. Estas estratégias surgiram no momento da socialização no quadro, quando os (professora e eu) perguntamos como haviam encontrado o resultado. Como sabiam que  $6 \times 6 = 36$ ;  $32 \times 2 = 72$  etc. O aluno Marcos disse: *Eu já sabia o resultado de  $6 \times 10 = 60$ ; como de 6 para 10 faltam 4, Eu tirei 4 seis do 60 e cheguei à  $6 \times 6 = 36$* . Daí a professora perguntou se a sua estratégia valia para qualquer número. Ele responde: *Sim, para 72 eu encontrei  $9 \times 8$ ; eu fiz  $10 \times 8 = 80$ ; tirei um 8 fiquei com 72. Depois eu fiz  $8 \times 9$ ; mas aí eu fiz diferente*. A professora perguntou diferente como. O aluno Marcos disse: *Oh! Eu sei que  $8 \times 8 = 64$ ; é  $8 \times$*

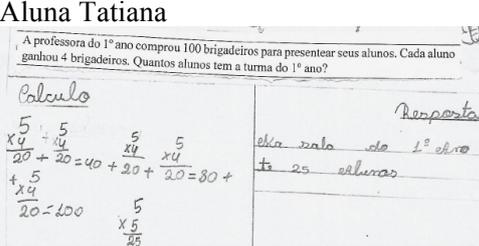
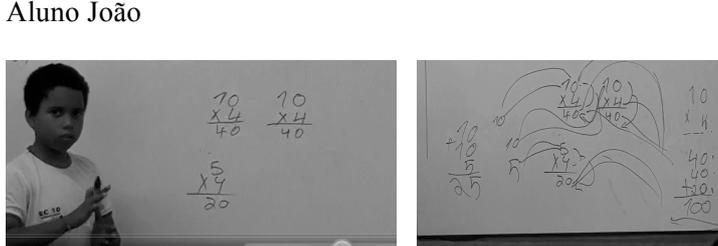
<sup>3</sup> As imagens dos alunos são preservadas mediante autorização dos pais e/ou responsáveis, os nomes são fictícios.

9, não é? então, acrescenta mais um 8. E escreve: 64, 1,1,1,1,1,1,1,1. E faz a mesma estratégia para  $8 \times 7$ , só que começa pelo  $8 \times 6 = 48$  e acrescenta mais 8; 48, 1,1,1,1,1,1,1,1. Nas estratégias do aluno Marcos percebe-se que ele recorre aos fatos básicos que já conhece, nos primeiros exemplos ele retira um grupo e nos segundos ele acrescenta, além disso utiliza também o processo de contagem.

O aluno Daniel em suas estratégias utiliza a decomposição aliada ao fato básico conhecido. Ele foi ao quadro explicar para o Marcos como fez para encontrar  $8 \times 7$ . Diz: *Eu faço assim oh! 8 é a mesma coisa que  $5 + 3$ ; daí eu multiplico  $7 \times 5 = 35$  e  $7 \times 3 = 21$ ; somo  $35 + 21 = 56$ . Também pode ser assim oh! 8 é a mesma coisa que 6 e 2; daí eu multiplico  $7 \times 2 = 14$  e  $7 \times 6 = 42$  e faço a mesma coisa, somo  $14 + 42 = 56$ .* Nota-se que Daniel utiliza a decomposição de um dos fatores para encontrar o resultado final, o que demonstra que ao decompor o número recorre aos fatos básicos já conhecidos.

A aluna Carol explica: *Eu fui contando de 2 em 2 até chegar em 72; daí deu 32; então, eu descobri que  $32 \times 2 = 72$  e 72 é o dobro de 32.* A aluna para chegar ao resultado utiliza a estratégia de contagem por saltos para chegar em 72, além disso faz a relação numérica do 32 com o 72, ao escrever e dizer que o 72 é o dobro de 32.

Tabela 2. Exemplo 3 – É para dividir, multiplicar, subtrair, somar, contar?

Contexto: Socialização da Tarefa – Brigadeiros. O objetivo foi descobrir quantos alunos tem a turma do 1º ano sabendo que a professora da turma comprou 100 brigadeiros e que cada aluno ganhou 4 brigadeiros.	
<p>Aluna Tatiana</p> 	<p>Aluno João</p> 

Na divisão, levamos em conta, duas situações partilha e medida. Esta foi uma tarefa que envolveu o significado de medida em que o tamanho dos conjuntos iguais é conhecido, ou seja, 4 brigadeiros para cada aluno e, a quantidade de conjuntos é desconhecida, pois queremos saber quantos alunos tem a turma. Nesta situação o todo é “medido” em conjuntos de determinado tamanho. Para esta situação apareceram várias estratégias diferentes

subtrações sucessivas ( $100 - 4 = 96 - 4 = 92 - 4$  etc.); contagens de 4 em 4 até chegar 100; adição repetida ( $4 + 4 + 4 + 4... = 100$ ); divisão no processo longo (distribuição por partes menores); uso da inversa; sequência de transformações dos números etc. Enfim, houve uma diversidade de estratégias. Apresento duas estratégias que para se chegar à solução do problema os alunos foram construindo uma sequência de transformações dos números, segundo Threlfall (2002) esta é uma estratégia que define bem o cálculo mental. Os dois alunos demonstram ter compreendido a divisão como medida, pois utilizam como base o tamanho do conjunto, os 4 brigadesiros, e fazem multiplicações sucessivas para encontrar a quantidade de conjuntos, ou seja, o número de alunos. Os dois recorrem a fatos básicos conhecidos por eles, a aluna Tatiana recorre ao fato básico ( $5 \times 4$ ) e o aluno João ao fato básico ( $10 \times 4$ ). Cada produto encontrado é somado para se encontrar o total de brigadesiros (100 brigadesiros), esse procedimento, para estes alunos, é o que valida a solução do problema, pois se a soma do produto dá a quantidade de brigadesiros, a soma da quantidade de conjuntos dá o resultado final do problema. A aluna Tatiana percebe que são 5 grupos de 5 alunos, então ela multiplica  $5 \times 5$  e encontra os 25 alunos. O aluno João faz a soma  $10 + 10 + 5 = 25$ . Os dois utilizam a operação inversa.

#### 4. Considerações Finais

Para esta comunicação apresentei dois exemplos em que os alunos demonstraram as suas estratégias para encontrar as soluções dos problemas que envolveram as operações de multiplicação e divisão. É um estudo preliminar, muito ainda está para ser feito, só terei os resultados e conclusões quando terminar a análise retrospectiva do primeiro ciclo e fechar o segundo ciclo da experiência de ensino.

Trago algumas inferências, apoiadas nas ideias de Threlfall (2002, 2009) que contribuem para a flexibilidade de cálculo mental. É notável nas estratégias dos alunos, nos exemplos 1 e 2, que as respostas deles demonstram flexibilidade de cálculo mental. Alguns aspectos me levam a dizer isto, para Threlfall (2009) a estratégia de cálculo mental emerge perante determinado contexto particular, mesmo que influenciada por experiências anteriores do aluno. A flexibilidade de cálculo mental está relacionada a uma compreensão dos números e das operações matemáticas envolvidas nos problemas, outro aspecto apontado por este autor. O que significa que os alunos, dos exemplos apresentados, ao utilizarem estratégias de contagem, decomposição, de fatos básicos conhecidos, de transformações dos números para

se chegar ao resultado recorrem à compreensão do que já têm dos números e das operações, o que caracteriza a flexibilidade de cálculo mental.

Aliado a estes aspectos levo em consideração a cultura do ambiente da sala de aula construído onde aos alunos foram dadas as oportunidades de socializar suas estratégias, trocar experiências com os colegas, a professora e até comigo investigadora; como também o papel do professor de organizar o ambiente da sala de aula, planejar, antecipar e desafiar os alunos e por fim, a elaboração e seleção das tarefas a serem aplicadas considerando os seguintes aspectos: (i) tema/conteúdo: números naturais, estrutura multiplicativa – multiplicação e divisão; (ii) natureza da tarefas: problema; (iii) objetivos de aprendizagem da tarefa; (iv) conhecimentos anteriores dos alunos que são necessários para a resolução da tarefa; (v) possíveis estratégias dos alunos para resolver as tarefas; (vi) possíveis representações que os alunos podem usar para resolver a tarefa; (vii) possíveis dificuldades dos alunos na resolução da tarefa; (viii) possibilidades de raciocínio do aluno na resolução da tarefa; (ix) organização da sala de aula e; (x) recursos, duração prevista para realização da tarefa e sugestão para aplicação da tarefa.

## 5. Referências

BUYS, K. Mental arithmetic. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Org.). Children learn mathematics. Rotterdam: Sense Publishers, p. 121-146, 2008.

COBB, P. et al. Design experiments. In educational research. Educational Researcher, p. 9-13, 2003.

CONFREY, J.; LACHANCE, A. Transformative teaching experiments through conjecture-driven research design. In A. Kelly; R. Lesh (Org.). Handbook of research design in mathematics na Science education. Mahwah, NJ: LawrenceErlbaum Associates, 231-266, 2000.

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DO INSTITUTO POLITÉCNICO DE SETÚBAL. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico. Desenvolvendo estratégias de cálculo mental: mini-lições com cadeias matemáticas, 2010-2011.

GRAVEMAIJER, K.; COBB, P. Design research from a learning design perspective. In J. van den Akker; K. Gravemeijer; S. McKenney; N. Nieveen (Org.). Educational design research. London: Routledge, p. 45-85, 2006.

GRAVEMEIJER, K.; van EERDE, D. Design research as a means for building a knowledge base for teachers and teaching in mathematics education. The Elementary School Journal, 2009.

McINTOSH, A.; REYS, B. J.; REYS, R. E. A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, p. 2-8, 1992.

MENDES, F. A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1º ciclo. Tese de doutoramento. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2012.

MOLINA, M. et al. Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza de la Ciências. *Revista de Investigación y experiencias didácticas*, 2011.

THRELFALL, J. Flexible mental calculation. *Educational Studies in Mathematics*, p. 29-47 2002.

THRELFALL, J. Strategies and flexibility in mental calculation. *ZDM Mathematics Education*, p. 541-555, 2009.