

## A PROBLEMÁTICA DA PROVA EM TRÊS EPISÓDIOS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

*Aline dos Reis Matheus*

*CAEM - IME USP  
alinerma@ime.usp.br*

### **Resumo:**

A significativa ruptura entre o papel reservado às provas e às demonstrações na matemática acadêmica e na matemática escolar brasileira atual constitui a motivação central deste artigo. Com vistas à ampliação do conceito de prova, suas funções e seus significados, utilizamos referências teóricas da Educação Matemática para analisar três episódios descritos pela historiografia da história da Matemática: 1. o conhecimento dos Pitagóricos acerca dos números figurados; 2. a utilização do método mecânico por Arquimedes e 3. o método dos indivisíveis de Cavalieri. Pretendemos que tal análise colabore com os professores da educação básica na revisão da pertinência e da importância de atividades relacionadas à prova na matemática escolar.

**Palavras-chave:** prova matemática; matemática escolar; matemática acadêmica; História da Matemática; Educação Matemática.

### **1. Introdução**

Três conceitos são fundamentais na estruturação deste artigo: *explicação*, *prova* e *demonstração*. Desse modo, cabe esclarecer os significados específicos que lhes serão atribuídos neste contexto, em acordo com a nomenclatura proposta por Balacheff (1987; 1988). Uma *explicação* é um discurso que visa a tornar compreensível a veracidade de uma proposição. Se esta explicação é aceita por uma comunidade, então ela constituirá uma *prova*. E, se a prova obedece a uma forma particular – em que prevalecem deduções pautadas por regras bem definidas –, de modo a ser aceita por uma comunidade matemática, então ela será uma *demonstração*.

A demonstração é um aspecto central na matemática acadêmica e norteia tanto atividades de ensino quanto de pesquisa. Um exame panorâmico da história da Matemática permite concluir que não só a demonstração é central nessa ciência como a moldou em seu atual caráter dedutivo. De forma muito oportuna, Garnica (1996, p. 9-10) tece um comentário que ilustra esse entendimento:

A importância da prova rigorosa para o fazer em Matemática pode ser atestada, a princípio, por alguns matemáticos da envergadura do grupo Bourbaki (“*Depuis les Grecs, qui dit mathématique dit démonstration; certains doutent même qu’il se trouve, en dehors des mathématiques, des*”

*démonstration au sens précis et rigoureux que ce mot a reçu des Grecs”<sup>1</sup>*. Não bastando isso, o discurso e a atividade cotidianos da prática científica da Matemática afirmam reconhecer a prova como elemento central no desenvolvimento do que se conhece por Matemática. (...)

Embora as provas e demonstrações em matemática estejam fortemente associadas à *validação* do conhecimento (ou seja, ao *convencimento* de si e do outro a respeito da veracidade de uma dada preposição), De Villiers (1990; 2001) discute outras funções que elas podem exercer na atividade matemática: *explicação, comunicação, descoberta e sistematização*. A função explicativa de uma prova reside na possibilidade que ela tem não apenas de garantir que algo vale, mas de explicar *porque* vale. A função comunicativa refere-se ao fato de que as provas costumam organizar o discurso matemático, de modo a possibilitar a comunicação de resultados. Por fim, a função sistematizadora está ligada ao fato de que a prova gera encadeamentos entre diferentes resultados, eventualmente de diferentes ramos matemáticos, permitindo a construção de um sistema organizado. Essas múltiplas funções reforçam a ideia de um entrelaçamento significativo entre a atividade matemática e a prova.

Apesar da importância da prova na Matemática, no contexto da educação básica brasileira das últimas décadas, esse tema parece ter sido abandonado, como afirma Pietropaolo (2005) e como ainda podemos constatar em nossa experiência profissional diária. Essa ruptura entre as matemáticas escolar e acadêmica no que diz respeito à prova é bastante significativa e merecedora de um exame aprofundado. Se, por um lado, não há razão para identificar os objetivos e práticas da matemática acadêmica com os da matemática escolar, por outro lado, a matemática escolar é tributária da Matemática, especialmente no sentido de que um dos papéis da escola é inserir os jovens em alguns aspectos da cultura e da tradição (no caso, da cultura e da tradição matemática). Além do mais, há consenso, no campo da Educação Matemática, sobre a pertinência e a relevância do trabalho com argumentação e prova na matemática escolar, desde as séries iniciais (PIETROPAOLO, 2005).

Para além das dificuldades intrínsecas ao tema, podemos buscar diferentes vieses para explicar o que ocorre com a prova matemática especificamente no contexto educacional brasileiro. Aqui, nos limitaremos a destacar a insuficiente *problematização* do conceito na

<sup>1</sup> Tradução livre da citação em francês: “Desde os gregos, quem diz matemática diz demonstração; alguns duvidam até mesmo que seja possível encontrar demonstrações, fora da matemática, no sentido preciso e rigoroso que foi dado pelos gregos a essa palavra”.

formação inicial dos professores dessa disciplina (GARNICA, 1996). O contato de muitos professores com provas e demonstrações se dá principalmente no curso de graduação, a partir dos critérios de rigor vigentes na atual matemática acadêmica, que, entretanto, são inadequados ao contexto da escola básica. Se tais cursos não problematizam a prova, clareando seus métodos de ação e seus objetivos ocultos, por meio de abordagens históricas e filosóficas que lhe confirmam maior significado, acabam por não favorecer a transposição dessa prática para a sala de aula. Assim, não nos surpreende que muitos professores vejam a atividade de provar como inalcançável para seus jovens alunos da educação básica.

A consideração de diferentes tipos de prova pertinentes à matemática escolar pode ser de grande valor para o professor da educação básica. A partir daí, é possível desprender-se do rigor particular da matemática acadêmica (sem, entretanto, desconsiderá-lo) e vislumbrar caminhos para o desenvolvimento da habilidade de provar em matemática. Balacheff (1987; 1988), por exemplo, discute profundamente a passagem das *provas pragmáticas* às *provas intelectuais*, pontuando, nesse espectro, alguns tipos particulares de prova: *empirismo ingênuo*, *experimento crucial*, *exemplo genérico* e *experimento mental*.

No que o autor denomina *empirismo ingênuo*, o sujeito não percebe claramente a problemática da generalização e obtém certeza da validade de uma proposição a partir da observação de um pequeno número de casos. Já o *experimento crucial* é marcado pela percepção do problema da generalização, que o sujeito tenta contornar realizando um experimento tão livre quanto possível de particularidades perceptíveis. O *exemplo genérico* é marcado pela explicitação das razões da validade de uma proposição, porém com o apoio de um objeto particular, que, entretanto, já é visto como um representante característico de uma classe de objetos. Apesar da prova emergir não das propriedades particulares do objeto, mas das propriedades características dessa classe de objetos, o exemplo genérico ainda é um tipo de prova parcialmente empírico. Por fim, no *experimento mental*, que Balacheff entende como sendo uma *prova intelectual*, o sujeito invoca a ação já interiorizada e se torna capaz de formular as razões para a validade de uma proposição, sem a necessidade de exibir um representante particular da classe de objetos sobre a qual se aplica.

A História da Matemática também pode contribuir para a superação da ruptura entre a matemática escolar e a matemática acadêmica no que diz respeito à prova, na medida em que revela sua presença na atividade matemática dos mais diversos grupos humanos, de diferentes épocas e com diferentes características sócio culturais. E, mais ainda, na medida em que

revela que as noções de verdade e de rigor vigentes atualmente na Matemática se originam de contingências históricas e não são aspectos “naturais” e imutáveis da atividade matemática.

A partir desse enquadramento, e utilizando referenciais oriundos da Educação Matemática (especialmente as contribuições de Balacheff), nas próximas seções, vamos analisar três episódios da historiografia da Matemática, com vistas a perscrutar o sentido, o papel e o formato que podem ser assumidos pela prova em diferentes épocas e contextos sócio culturais.

## 2. O conhecimento empírico dos Pitagóricos

Os pensadores gregos, impulsionados pela valorização da lógica, foram pródigos em elaborar teorias para explicar a formação do universo, não por meio de mitos, mas de elementos que pudessem ser abordados pela racionalidade, tais como a água, o ar, o fogo, o número. Esse último elemento, o número, foi eleito pelos pitagóricos como o fundamento de todas as coisas. Tudo no mundo poderia ser explicado por um arranjo numérico, porque todas as coisas gozariam de duas propriedades: seriam delimitadas (finitas) e poderiam ser separadas umas das outras. Tudo, portanto, seria contável. Desse modo, as propriedades aritméticas dos números associados às coisas constituiriam o próprio ser das coisas.

Certamente, essa não é uma concepção pragmática de número, que não tem aí nenhuma função prática, mas metafísica. Porém, tampouco temos aí uma noção abstrata de número, pelo menos não matematicamente abstrata, como explica Roque (2012 p. 104):

Os pitagóricos, contudo, embora sejam vistos como primeiros a considerar o número do ponto de vista teórico, e não apenas prático, não possuíam, de fato, uma noção de número puro. Diferentemente de Platão, os pitagóricos não admitiam nenhuma separação entre número e corporeidade, entre seres corpóreos e incorpóreos. Logo, não é lícito dizer que o conceito pitagórico de número fosse abstrato. De certo ponto de vista, dado seu caráter espacial e concreto, poderíamos afirmar que os números pitagóricos não eram os objetos matemáticos que conhecemos hoje, isto é, entes abstratos. Os números figurados dos pitagóricos eram constituídos de uma multiplicidade de pontos que não eram matemáticos e que remetiam a elementos discretos: pedrinhas organizadas segundo uma determinada configuração.

Daí os conhecidos números figurados – triangulares, quadrados, pentagonais etc –, a respeito dos quais é possível elaborar uma diversidade de proposições. Tomemos uma delas

como exemplo: a soma dos  $n$  primeiros naturais ímpares é  $n^2$ . Que fariam os pitagóricos para validar essa proposição? Roque (2012, p. 137) afirma, sobre os pitagóricos, que “*sua aritmética era indutiva e não continha provas*”. Porém, vamos analisar essa “ausência” de provas, à luz dos tipos de prova propostos por Balacheff (1987; 1988).

Já sabemos que o conceito de número era concreto e estava relacionado à configuração de uma coleção de pontinhos. Então, ele era indissociável de uma linguagem visual que permitiria expressar essa proposição como na figura 1a, que vemos usualmente em livros de História da Matemática. Podemos imaginar diversos procedimentos para construir o próximo número quadrado a partir do que está dado na primeira figura. Aqui, destacamos um procedimento que é capaz de indicar a razão pela qual, a partir de um número quadrado  $(n - 1)^2$ , a soma do  $n$ -ésimo ímpar nos leva a  $n^2$ .

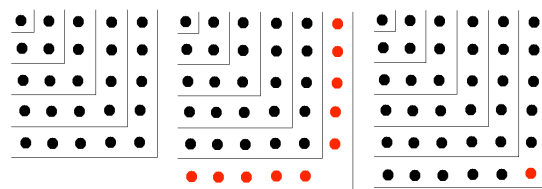


Figura 1a

Figura 1b

Figura 1c

As figuras representam as etapas de um processo que pode ser repetido sempre: acrescenta-se ao quadrado dado (figura 1a), um número que é o dobro de seu lado, portanto, um número par (figura 1b). Porém, é preciso acrescentar mais um pontinho para completar o próximo quadrado (figura 1c), de modo que, de um número quadrado ao próximo, acaba-se por acrescentar sempre um número ímpar (o dobro do lado do quadrado anterior, mais um). Se  $(n - 1)$  é o lado do quadrado inicial, nossa argumentação visual nos conduziu ao seguinte resultado:  $(n - 1)^2 + [2(n - 1) + 1] = (n - 1)^2 + (2n - 1) = n^2$ . Porém, fazendo o caminho inverso, podemos ir “desconstruindo” os números quadrados da mesma forma, de modo que  $n^2 = (n - 1)^2 + (2n - 1) = (n - 2)^2 + (2n - 3) + (2n - 1) = \dots = 1 + 3 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1)$ .

Mesmo que os pitagóricos não tenham elaborado esse raciocínio verbal ou algebricamente, verificamos que temos, na própria figura, uma prova pragmática, na medida em que o processo construtivo da representação de um número quadrado a partir do anterior torna *evidente* a proposição aqui investigada. Aprofundando um pouco a análise, esse processo construtivo aproxima-se bastante do *exemplo genérico* proposto por Balacheff (1987; 1988). Embora seja um processo fundamentalmente empírico – como não poderia

deixar de ser, dado o *status* concreto da noção de número dos pitagóricos – a questão da generalidade não é negligenciada, pois o processo construtivo, ainda que por meio da linguagem visual, é capaz de explicitar as razões da validade da proposição, ao operar não sobre as propriedades particulares do número quadrado considerado, mas sobre as propriedades comuns a toda classe desses objetos. A própria natureza da linguagem utilizada (visual), entretanto, impossibilita descolar-se da exibição de um representante.

Balacheff (1988) analisa a “prova” visual que acabamos de examinar, focalizando o problema da linguagem e sua relação com a natureza do conhecimento em jogo. Essa prova é a própria exibição (no original em francês, “*ostension*”) das operações, ações e seus resultados, que não são diferenciados nem articulados em palavras. Isso indica, para o autor, que também a proposição provada está em um nível de conhecimento pragmático, que ele relaciona à noção de *teorema-em-ação* – expressão cunhada por Gerard Vergnaud para designar aqueles saberes que um sujeito utiliza na resolução de problemas, sem, no entanto, ser capaz de enunciá-los. Balacheff aponta que a eficiência de tal forma de prova apoia-se sobre a capacidade do interlocutor de reconstruir as razões implícitas sobre a evidência exposta.

Assim, esse pequeno exemplo nos mostra que ainda na Grécia Antiga – considerada tradicionalmente o berço da organização dedutiva da matemática –, podemos ter provas de naturezas distintas. Sobre o *status* da prova e seu nível de rigor, forçosamente incidem a racionalidade vigente (o caráter metafísico associado aos números figurados), a linguagem (visual, no caso), os saberes (a noção concreta de número) e as particularidades da situação (que, no caso, permite o acesso direto à experiência).

### 3. Descoberta e validação em Arquimedes

O episódio que examinaremos nesse tópico é bastante eloquente para ilustrar como os processos de descoberta e de validação do conhecimento matemático podem obedecer a métodos e a critérios de rigor bastante diversos, em função das exigências formais do meio em que têm lugar. Trata-se da exposição do processo de descoberta e da demonstração usada por Arquimedes, no século III a.C., para certos problemas de obtenção de áreas e volumes.

Arquimedes é o mais conhecido dos matemáticos gregos do período pós-euclidiano. Assim, a matemática de sua época já havia sofrido a influência da organização dedutiva de *Os Elementos* e diversos procedimentos específicos de demonstração já estavam bastante

estabelecidos. Entretanto, conforme esclarece Roque (2012, p.197-198), na obra de Arquimedes não se percebe “*uma preocupação em usar nem em defender um método de tipo axiomático, e a forma como expõe seus resultados não parece ter sofrido influência dos Elementos*”. Esse trecho reforça a ideia de que, em *Os Elementos*, a prova tem uma função sistematizadora, dado que tudo leva a crer que tal obra não é produto de uma pesquisa “viva”, mas um compêndio do conhecimento matemático acumulado na época. Contudo, na matemática original e cheia de vitalidade de Arquimedes, não se poderia esperar que as descobertas fossem ofuscadas pelas imposições de rigor para a sistematização do conhecimento. Ainda assim, ele pertencia a uma comunidade matemática bem estabelecida e trabalhava em acordo com a conduta de seus contemporâneos.

A chamada *demonstração por dupla redução* ao absurdo é praxe nas demonstrações arquimedianas. Trata-se de um procedimento de prova que consiste em assumir as duas formas possíveis para a desigualdade entre duas grandezas e, a partir daí, por absurdo, concluir que tais grandezas devem ser iguais. Por exemplo, em seu livro *A esfera e o cilindro*, Arquimedes demonstrou, por meio desse procedimento, que o volume da esfera ( $V_e$ ) está para o volume do cilindro ( $V_c$ ) que a circunscreve assim como 2 está para 3 (ou, na linguagem atual, que  $V_e = 2/3V_c$ ). Essa conclusão foi obtida após Arquimedes descartar as hipóteses  $V_e < 2V_c/3$  e  $V_e > 2V_c/3$ , as quais acabam por conduzir a absurdos. Esse tipo de demonstração estava plenamente ajustado aos padrões de rigor da matemática grega da época, como atestam as várias correspondências entre Arquimedes e seus contemporâneos (AABOE, 1984).

Porém, nesse tipo de demonstração, ficam ocultos os processos heurísticos que levam à conjectura de partida, sem a qual não pode ser construída a demonstração. O mistério a respeito do modo como Arquimedes “intuía” certas proposições foi esclarecido apenas em 1906, com a descoberta de um códice contendo uma obra de Arquimedes intitulada *O método*.

Escrito em forma epistolar a Eratóstenes de Alexandria, o livro discorria sobre um tal método mecânico:

[...] Vendo em você um dedicado estudioso, [...], julguei conveniente escrever-lhe para explicar as peculiaridades de um certo método pelo qual é possível investigar alguns problemas de Matemática por meios mecânicos. [...] Certas coisas primeiro se tornaram claras para mim pelo método mecânico, embora depois tivessem de ser demonstradas pela Geometria, já que sua investigação pelo referido método não conduzisse a provas aceitáveis. Certamente é mais fácil fazer as demonstrações quando temos

previamente adquirido, pelo método, algum conhecimento do que sem esse conhecimento. [...]. (Arquimedes séc. III a.C. apud Ávila, 1986, p. 31)

O método mecânico citado por Arquimedes consiste essencialmente em um procedimento de investigação geométrica que dá aos objetos matemáticos um tratamento físico e que envolve a decomposição de sólidos em seções planas, cujo equilíbrio é explorado a partir da *lei das alavancas* (resultado físico que o próprio Arquimedes desenvolveu).<sup>2</sup>

Sendo claramente valorizado por Arquimedes do ponto de heurístico, cabe perguntar: por que ele considerava que o método mecânico não conduzia a provas aceitáveis?

Primeiramente, está a questão da extrapolação do caráter abstrato dos objetos matemáticos, a partir da consideração de que poderiam incidir sobre eles propriedades mecânicas relativas a centros de gravidade, alavancas e condições de equilíbrio. Depois, há as hipóteses “composicionais”, que envolvem passar dos sólidos às suas seções planas e vice-versa, admitindo que algumas conclusões podem ser transferidas de uma situação para a outra. Esse último tipo de hipótese toca num ponto nevrálgico da matemática grega, que, desde os paradoxos de Zenão, se viu diante de problemas relacionados aos “infinitesimais” que só seriam superados muitos séculos mais tarde.

Assim, o método de descoberta de Arquimedes, embora tenha servido a seu próprio convencimento – e, nesse sentido, podemos considerar que ele é simultaneamente um método heurístico e uma prova –, certamente não era uma demonstração, de acordo com os critérios de rigor da comunidade matemática a que ele pertencia.

A complexidade do método mecânico dificulta classificá-lo, enquanto prova, a partir dos tipos propostos por Balacheff (1987;1988). Certamente o problema da generalidade é considerado, já que Arquimedes refere apenas características geométricas e físicas gerais dos objetos em questão. Porém, o tratamento físico dos objetos matemáticos não permite classificá-la como prova puramente intelectual. Arquimedes aplica sobre esses hipotéticos objetos físicos conhecimentos oriundos de uma teoria bem definida, mas que, por se referir a objetos físicos, está, de alguma forma, apoiada sobre evidências empíricas.

Porém, mais que encontrar uma classificação para a “prova” mecânica de Arquimedes, o valor do exame deste episódio nos parece residir no fato de que ele ilustra que, muitas vezes, os procedimentos de prova e de descoberta são indissociáveis e, com isso, permite

<sup>2</sup> Infelizmente, o espaço disponível neste artigo é insuficiente para descrevermos em detalhes como, por exemplo, o método mecânico foi utilizado por Arquimedes para conjecturar que o volume da esfera era equivalente a  $\frac{2}{3}$  do volume do cilindro que a circunscreve. Para os interessados, sugerimos a leitura de Ávila (1986).



valorizar estratégias de argumentação que passam longe dos critérios de rigor da comunidade acadêmica.

#### 4. Eficácia *versus* rigor em Cavalieri

Segundo Balacheff (1987), a eficácia é uma exigência da prática, enquanto o rigor é uma exigência teórica. Na realidade, a prova, em um contexto prático, é a própria eficácia - o que, do ponto de vista didático, obriga-nos a extrapolar tais contextos, em algum momento, se quisermos levar os alunos a estender sua linguagem e seus saberes a outros patamares.

Segundo Roque (2012), foram, sobretudo, questões mistas, de natureza não puramente matemática, mas de significação técnica ou física, que impulsionaram a investigação de problemas geométricos no século XVII de nossa era. A validação do conhecimento matemático, portanto, também apresentou formulações híbridas e foi objeto de intensa discussão entre os matemáticos. É esse o contexto em que se insere o resultado mais conhecido de Bonaventura Cavalieri, o “*método dos indivisíveis*”, que consta do tratado *Geometria indivisibilibus continuorum*, publicado em 1635. Desse método, podemos extrair duas proposições, uma relativa à determinação de áreas e outra relativa à determinação de volumes. Ambas circulam até hoje nos textos de Matemática com a denominação *Princípio de Cavalieri*. Na linguagem atual, e numa forma levemente generalizada, essas proposições corresponderiam aproximadamente ao que segue:

- *Se duas regiões planas (dois sólidos) são tais que toda reta secante (plano secante) a elas (eles) e paralela(o) a uma reta dada (um plano dado) determina nessas regiões (nesses sólidos) segmentos de reta (sessões) cuja razão é constante, então a razão entre as áreas (os volumes) dessas regiões (desses sólidos) é essa mesma constante.*

Como é possível observar, o Princípio de Cavalieri permite obter a área de uma determinada região plana por meio de sua comparação com outra, de área conhecida (o mesmo com relação ao volume de um sólido), configurando um grande trunfo para resolver problemas de áreas e volumes. Mas como Cavalieri obteve seu método? E como o validou?

O que sabemos é que a base conceitual do método se apoia na noção de *indivisíveis*. Segundo Cavalieri, uma figura plana seria constituída de infinitos segmentos de reta paralelos e que, analogamente, um sólido seria formado por infinitas “fatias” planas paralelas. Esses segmentos de reta ou fatias planas seriam os tais indivisíveis. Apesar do forte apelo intuitivo dessa explicação, ela é facilmente refutável e foi alvo de críticas em sua época: se segmentos

de reta não têm espessura, como podem produzir a segunda dimensão de uma figura plana? Analogamente, como a terceira dimensão de um sólido, digamos, sua altura, poderia ser produzida pelo acúmulo das espessuras nulas de figuras planas?

Trocando em miúdos, Cavalieri parece ter sido capaz de elaborar uma prova explicativa para seu método dos indivisíveis, mas não uma demonstração. Seu argumento foi refutado por seus contemporâneos. Todavia, ele tem um trunfo de grande valor: a eficácia do método. Com sua aplicação, é possível obter resultados sabidamente corretos (e outros plausíveis) em problemas de áreas e volumes. Essa eficácia fez com que, apesar de quaisquer críticas, diversos matemáticos continuassem não apenas usando o método dos indivisíveis, mas buscando aperfeiçoamentos para ele, como nos relata Roque (2012 p. 348):

Além de Roberval, Fermat e Pascal utilizaram o método dos indivisíveis para encontrar áreas delimitadas por diferentes curvas. No entanto, foram propostas modificações importantes, constituindo-se um novo método dos indivisíveis no qual a área não era decomposta em um número infinito de linhas, mas concebida como a soma de um número indefinido de retângulos. Essa soma difere da área original por uma quantidade que pode ser tornada menor que qualquer quantidade dada. Surgiu, assim, uma nova maneira de calcular áreas por meio da aproximação de uma área por retângulos infinitamente finos, e essa ferramenta podia ser aplicada a qualquer figura curvilínea.

Vê-se, com isso, que a refutação da prova associada ao método dos indivisíveis não o invalida. Balacheff (1987), influenciado por Lakatos, se propõe a analisar as possíveis consequências das refutações, nos ajudando a interpretar esse fato. Ele explica que um contra-exemplo pode impactar não necessariamente a conjectura, mas a prova, os saberes envolvidos, a racionalidade que embasa todo o processo ou mesmo o próprio contra-exemplo. É mais ou menos o que vemos aqui. No caso, não se trata de um contra-exemplo que refuta uma conjectura, trata-se da refutação lógica de uma prova associada a um método. Essa refutação preservou o método, ao mesmo tempo em que acabou por modificar significativamente os saberes matemáticos a ele relacionados. A versão atual para o método dos indivisíveis é o cálculo integral, por meio do qual, aliás, é possível formular uma demonstração rigorosa (para os padrões atuais) do Princípio de Cavalieri.

Novamente, o exame de um episódio relacionado à História da Matemática revela que mesmo argumentações pouco rigorosas têm seu lugar e seu mérito, na medida em que podem

representar estágios ainda rudimentares dos conhecimentos matemáticos em pauta, mas que fornecem um ponto de partida útil para a compreensão de certas problemáticas.

## 5. Considerações Finais

O estudo da História da Matemática, empreendido a partir de um olhar da Educação Matemática, pode fornecer importantes elementos para a reflexão acerca dos conteúdos e das práticas ligadas à matemática escolar.

No caso particular da prova em matemática, o fato de que seja um tema relegado a segundo plano na educação básica brasileira atual representa uma ruptura muito significativa entre a matemática escolar e a matemática acadêmica. E é uma ruptura que nos parece problemática, dentre outras razões, porque o estudo dos episódios aqui descritos indica que a prova está fortemente entrelaçada com a atividade matemática, em diferentes épocas e contextos socioculturais, ainda que com variações de ênfase, forma e rigor.

Uma das causas que podem ser apontadas para tal quadro reside no fato de que a prova – mais especificamente a demonstração –, embora tenha importância crucial na matemática acadêmica, geralmente não é problematizada nos cursos de licenciatura. A ausência de problematização sobre o tema parece contribuir para a crença de que a prova matemática é inalcançável para os alunos da educação básica, já que elas são vistas pelos professores quase que exclusivamente a partir dos parâmetros de rigor vigentes no meio acadêmico, durante a formação inicial. Nesse sentido, entendemos que o estudo da História da Matemática colabora para que os professores possam ampliar sua concepção de prova para além das demonstrações da matemática acadêmica atual, lhes permitindo vislumbrar diferentes sentidos, funções de formatos da prova e, assim, reconsiderar a importância e a pertinência do trabalho com essa temática na educação básica.

## 6. Agradecimentos

As ideias aqui expostas foram desenvolvidas em maior profundidade em nossa dissertação de mestrado, já submetida a exame (mar. 2016), mas ainda não defendida. Assim, contribuíram indiretamente para este artigo a Profa. Dra. Cláudia Cueva Candido, nossa orientadora, e a *Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior* (CAPES), que nos forneceu apoio financeiro por meio do programa *Observatório da Educação* (OBEDUC). Dessa forma, agradecemos à Profa. Cláudia e à CAPES.

## 7. Referências

AABOE, A. **Episódios da história antiga da Matemática**. trad. João Pitombeira de Carvalho. Rio de Janeiro: SBM, 1984.

ÁVILA, G. Arquimedes, o rigor e o método. **Matemática Universitária**, Rio de Janeiro, n.4, 1986.

BALACHEFF, N. Processus de Preuve et Situations de Validation. **Educational Studies in Mathematics**, 1987, v. 18, n. 2, p. 147-176. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007/BF00314724>>. Acesso em: 05 fev. 2016.

\_\_\_\_\_. **Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élève de Collège**. 1988. 608 f. These (Doctorat ès-sciences didatiques des mathématiques) – Université Joseph Fourier – Grenoble 1, Institute National Polytechnique, Grenoble, 1988.

DE VILLIERS, M. The role and function of proof in mathematics. **Pythagoras**, Durbanville, n. 24, p.17-24, 1990.

\_\_\_\_\_. Papel e funções da demonstração no trabalho com o Sketchpad. **Revista Educação e Matemática**, Lisboa, n. 63, p. 31-36, Março/Abril 2001.

GARNICA, A.V. Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 4, n.5, p. 7-28, 1996.

PIETROPAOLO, R. **(Re)significar as demonstrações nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática**. Tese de doutorado PUC SP, 2005.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.