

## ANÁLISE DA ABORDAGEM DADA AOS LOGARITMOS NO CADERNO DO ALUNO, À LUZ DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

*Aline Franco de Brito*  
*Universidade Cruzeiro do Sul*  
*alinegfb@hotmail.com.br*

*Alessandra Carvalho Teixeira*  
*Universidade Cruzeiro do Sul*  
*prof\_alecarvalho@yahoo.com.br*

O ensino dos logaritmos deve permitir ao aluno perceber sua universalidade e distinguir especificidades de seus usos, pelo fato de os logaritmos serem uma operação que dá origem a funções matemáticas. O presente trabalho tem como objetivo analisar como o Caderno do Aluno, Volume 2, de Matemática para a 1ª série do Ensino Médio, fornecido pelo governo do Estado São Paulo, aborda os logaritmos à luz da Resolução de Problemas. A metodologia de pesquisa adotada foi a qualitativa com técnica de análise documental. A situação de aprendizagem analisada atende às prescrições curriculares em termos de conteúdos e habilidades a serem desenvolvidas. As atividades evidenciam a relação da Matemática e, particularmente, dos logaritmos, com outras áreas do conhecimento, envolvendo aplicações que denotam sua importância em contextos diversos. Apesar disso, verificamos que as atividades previstas não permitem o aluno elaborar suas próprias estratégias de resolução para os problemas propostos.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Ensino Médio; Currículo; Resolução de Problemas; Logaritmos.

### Introdução

Tendo em vista a necessidade de uma aprendizagem que desenvolva nos alunos competências matemáticas, analisaremos neste trabalho como o Caderno do Aluno, Volume 2, de Matemática para a 1ª série do Ensino Médio, fornecido pelo governo do estado São Paulo, desenvolve o ensino de logaritmos, sob a perspectiva da Resolução de Problemas.

Verificaremos se a abordagem dada aos logaritmos promove a construção do conhecimento pelos próprios alunos, e como a Resolução de Problemas é inserida nas atividades, a qual pode propiciar uma abordagem mais atraente e cativante para os alunos.

Analisaremos se o Caderno do Aluno contempla o conteúdo logaritmos e se promove o desenvolvimento das habilidades relacionadas a esse conteúdo, conforme as indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 1999), dos

PCN+ Ensino Médio – Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002) e do Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2010).

### **Currículo Prescrito**

Embora o currículo retrate uma seleção cultural estruturada de elementos para a instituição escolar, existem diretrizes políticas e administrativas que o ordenam. Esta ordenação é a prescrição do currículo, ou seja, o direcionamento do que precisa ser desenvolvido em cada modalidade de ensino. O currículo prescrito é regulado por instâncias políticas e administrativas, sendo definido para o sistema educativo e para os professores, fornecendo orientações relativas aos códigos pelos quais ele é organizado bem como aos seus conteúdos, propriamente ditos.

Entretanto, embora a escola tenha um currículo prescrito, é preciso levar em consideração a forma como o professor desenvolve seu trabalho em sala, com base em sua formação e relacionado com o modo como constituiu seus saberes docentes. Sacristán (2000) afirma que nem todos os professores têm ao seu alcance a possibilidade de, a partir de orientações muito amplas, planejar sua prática curricular, considerando as condições nas quais esse trabalho é realizado, sua formação, as habilidades muito diversas no que se refere ao conteúdo da competência profissional dos mesmos e à demanda social e cultural, à qual a escola deve responder com o currículo, o que faz com que exista uma dependência do currículo prescrito.

### **Documentos oficiais**

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM (BRASIL, 1999) recomendam criar um currículo baseado em competências, que capacite os jovens para a inserção no “mundo dos adultos”. Esta inserção deve ser fruto de uma interdisciplinaridade que permita e contribua para a construção do raciocínio lógico, a busca selecionada e a análise de informações, resultando na capacidade de produzir abstrações matemáticas e evitando a memorização indiscriminada de algoritmos. Dentro desse raciocínio, observamos indicações de que a Matemática deve promover no aluno a capacidade de resolver problemas, fazer inferências, criar e aperfeiçoar conhecimentos.

Focando a aprendizagem, observamos a importância do ensino da Matemática através da Resolução de Problemas, quando verificamos que os PCNEM expressam essa necessidade. O documento apresenta uma nova “exigência”, que é a de aprender continuamente em um processo não mais solitário. Selecionar informações, analisar as informações obtidas e, a partir disso, aprender Matemática deve ser mais do que memorizar resultados. A aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático. Passa por um processo lento, trabalhoso, cujo começo deve ser uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos. (BRASIL,1999)

Verificamos que os PCNEM incentivam o trabalho do docente baseado na resolução de problemas, permitindo aos alunos desenvolverem a capacidade de compreenderem conceitos e procedimentos matemáticos por meio do hábito de investigação que resultará na construção de novos conceitos, estratégias e conteúdos.

Também os PCN+ Ensino Médio – Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002), consideram que o que se espera é que o aluno seja competente em resolução de problemas e que através destes consiga, por si mesmo, formular estratégias e argumentos, relacionando conhecimentos já adquiridos com outros diferentes a fim de obter uma solução para o que foi proposto.

Neste enfoque, os PCN+ citam o conteúdo que é nosso objeto de pesquisa, os logaritmos, dando um exemplo de como a linguagem matemática atrelada a uma das disciplinas correlatas (Ciências, Química ou Física) permite que o aluno possa visualizar a praticidade, a aplicação e a especificidade dos conteúdos que o professor está trabalhando. Deste modo, os PCN+ referem-se aos logaritmos como operação que dá origem a funções matemáticas, que possui uma linguagem matemática envolvente e que pode ser utilizada em conexão com outras disciplinas de modo a tornar esse conteúdo mais claro para os alunos, levando-os a compreendê-lo e aplicá-lo adequadamente, conscientes da Álgebra utilizada.

Desse modo, podemos inferir que o entendimento adequado dos logaritmos auxilia na valorização da Matemática. Consideramos importante destacar que todos os documentos analisados sugerem o uso de resolução de problemas como recurso que facilita e promove a construção do conhecimento, pelos alunos, dos temas matemáticos abordados pelos professores.

## **Currículo Apresentado**

Algumas razões fazem com que o professor dependa do currículo prescrito para o planejamento da sua aula. Uma das razões refere-se à função social e cultural da escola. Essa função é desenvolvida pela escola através do currículo, fazendo com que seja necessário tratar com diversos conteúdos, de modo a atingir os diferentes objetivos do ensino obrigatório.

Entretanto, ao planejar sua aula, ao pensar sua prática, o professor acaba pensando em elaborações concretas do currículo prescrito. Uma das formas de que isto aconteça é pesquisando e utilizando o material que lhe é apresentado (livros didáticos, cadernos de apoio, entre outros), o qual é um detalhamento e uma tradução do que foi prescrito.

Assim, observamos que existe certa dependência dos professores em relação aos instrumentos/recursos que apresentam o currículo.

Para Sacristán (2000, p. 149):

[...] Recomendar a eliminação de qualquer meio que proporcione ao professor modelos pré-elaborados do currículo, como são os livros-texto, supõe deixar boa parte deles sem saída alguma. [...] Para o professor não é fácil passar de princípios ideais para a prática coerente com os mesmos, a não ser à medida que possa planejar uma estrutura de tarefas adequadas na qual se conjuguem conteúdos curriculares e princípios pedagógicos.

A citação salienta a necessidade de alguns professores quanto aos materiais curriculares. No momento em que o currículo está sendo construído, os elementos mediadores entre a prática docente e o que foi prescrito devem ser levados em consideração, considerando a necessidade citada. A existência desses elementos mediadores é necessária para o pleno funcionamento no sistema curricular e da prática docente.

O Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2010) é regulado por níveis de duração anual, dividindo-o em numerosas porções abordáveis com materiais diferenciados. Todos os alunos de um mesmo grupo, curso ou escola têm atribuído para cada ano os mesmo assuntos.

Na rede estadual paulista, temos como exemplo de recursos que apresentam o currículo aos professores: os livros didáticos, o Caderno do Aluno e o Caderno do Professor.

Desse modo o Caderno do Aluno deve abordar os conteúdos prescritos no currículo, através dos quais os alunos terão acesso aos conteúdos necessários para seu ano de escolaridade. O Caderno do Professor fornecerá subsídios pedagógicos para o professor, dando orientações sobre como desenvolver as situações de aprendizagem disponíveis no Caderno do Aluno.

### **Resolução de Problemas**

Com o progresso humano e tecnológico que presenciamos em todas as camadas da sociedade, surge a necessidade de o ensino e a aprendizagem da Matemática serem realizados de modo que não cabe mais apenas ensinar regras e algoritmos e fixá-los por meio de extensas listas de exercícios; para adequar-se às mudanças, o ensino da Matemática precisa formar alunos pensantes e criativos e a resolução de problemas constitui-se numa possibilidade nesse sentido.

Neste momento nos parece relevante definir problema:

[...] qualquer atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método “correto” específico de solução. (VAN DE WALLE, 2009, p. 57)

Entretanto, cabe citar os apontamentos de Schroeder e Lester (1989), que destacam três formas diferentes, de se trabalhar Matemática em sala de aula, todas com base na resolução de problemas: (1) ensino sobre resolução de problemas, (2) ensino para a resolução de problemas e (3) ensino através da resolução de problemas.

George Polya (PÓLYA, 1945), considerado o “pai” da resolução de problemas, criou orientações que ajudariam os interessados na resolução de problemas a realizá-la com eficácia. Orientou para a importância de compreender o problema a ser trabalhado, de criar um plano para resolvê-lo, de executar o plano e de verificar a validade da solução obtida. Essas recomendações ainda são aceitas como diretrizes no ensino. Trata-se do ensino sobre Resolução de Problemas, que se constitui como um novo conteúdo pedagógico, e que fornece regras gerais e processos aos alunos permitindo-os resolverem qualquer situação problema, independente da disciplina envolvida.

A segunda forma destacada pelos autores, o ensino para a resolução de problemas, tem como base o ensino da Matemática na forma dita tradicional, em que a resolução de problemas funciona como apoio e como termômetro da aprendizagem dos alunos. Nessa abordagem, conceitos matemáticos são ensinados no início do processo de aprender um novo conteúdo e só depois o professor propõe problemas para verificar se os alunos conseguem empregar corretamente uma teoria matemática. Nessa visão os problemas são vistos como meio de aplicar e dar significado à teoria matemática “aprendida”, reduzindo a resolução de problemas a uma ferramenta de aplicação e de verificação da aprendizagem, em que o aluno repetida e exaustivamente reproduz o raciocínio de seu professor.

Diferentemente das abordagens anteriores, o ensino através da resolução de problemas apresenta o ensino da Matemática acontecendo simultânea e paralelamente à resolução de problemas, um dando sentido ao outro. Essa visão consolidou-se no Brasil a partir de Van de Walle (2009); Allevato, Onuchic (2014), apoiados nos trabalhos desenvolvidos pelo NTCM, especialmente os *Standards 2000* (NTCM, 2000). Esta orientação também é percebida, no Brasil, nas orientações curriculares, propondo aos professores que partindo de problemas, propostos por eles mesmos ou pelos alunos, o ensino promova a construção de conhecimento e o desenvolvimento da competência matemática dos alunos. Assim, no ensino da Matemática através da Resolução de Problemas, conceitos e habilidades matemáticas são desenvolvidos no momento em que os alunos estão resolvendo os problemas.

Os problemas podem ser apresentados de várias formas: desafiador, de reconhecimento, de algoritmos, de aplicação; enfim, existem problemas com diferentes abordagens e objetivos, que se trabalhados de modo a permitir aos alunos descobrirem por si mesmos as estratégias necessárias para sua resolução, utilizando os conceitos já adquiridos no decorrer de sua vida escolar, promovem um conhecimento mais amplo e bem fundamentado desses conceitos e conteúdos, bem como a construção de novos conhecimentos matemáticos. (DANTE, 2009)

### **Metodologia de Pesquisa**

Para atender ao objetivo da investigação, foi realizada uma pesquisa do tipo qualitativa, com técnica de análise documental, em relação aos documentos oficiais do Estado de São Paulo e os materiais curriculares.

Creswell (2007) define como sendo uma pesquisa qualitativa a que utiliza diferentes concepções filosóficas; métodos de coleta, análise, interpretação de dados; e estratégias de investigação. Para o autor, “[...] a interpretação na pesquisa qualitativa pode assumir muitas formas, ser adaptada para diferentes tipos de projetos e ser flexível para comunicar significados pessoais, baseados na pesquisa e na ação” (IBIDEM, p. 224).

Nossa pesquisa utiliza técnica de análise documental, pois se propõe a analisar um documento oficial, no caso, o Caderno do Aluno de Matemática, 1ª série do Ensino Médio, volume 2, em relação ao ensino de logaritmos, na perspectiva da resolução de problemas.

De acordo com Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009), a pesquisa documental é um procedimento metodológico que, dependendo do objeto de estudo e dos objetivos da pesquisa, pode se caracterizar como principal caminho de concretização da investigação ou se constituir como instrumento metodológico complementar. Ela se propõe a produzir novos conhecimentos, criar novas formas de compreender os fenômenos e dar a conhecer a forma como estes têm sido desenvolvidos.

O trabalho com documentos não está pautado em uma simples leitura. É necessário que o pesquisador use técnicas e procedimentos apropriados, ou seja, organize-se para que a análise documental seja pertinente.

### **Análise dos dados**

Conforme citamos anteriormente, nossa base para a análise que apresentaremos é uma parte do Caderno do Aluno de Matemática, 1ª série do Ensino Médio, volume 2. O material é composto por oito situações de aprendizagem, das quais analisamos as 12 atividades que compõem a Situação de Aprendizagem 2 – Quando o expoente é a questão, o logaritmo é a solução: a força da ideia de logaritmo –, que tem como habilidades a serem desenvolvidas:

- Ler e compreender a classe de fenômenos associados ao crescimento ou decrescimento exponencial;
- Enfrentar e resolver situações-problema contextualizadas envolvendo logaritmos.

As análises foram feitas com base em cinco categorias: 1- tipos de problemas, segundo Dante (2009); 2- se as atividades contemplam outras áreas do conhecimento; 3- se as atividades abordam o estudo de funções; 4- se o material permite ao aluno formular estratégias de resolução; 5- se a situação de aprendizagem contempla os conteúdos prescritos.

Na primeira categoria – tipos de problemas, segundo Dante (2009), as atividades 1, 2, 4, 5 e 9 são problemas de algoritmos, pois podem ser resolvidos passo a passo, pela execução de algoritmos.

5. Se um número  $N$  situa-se entre  $a^n$  e  $a^{n+1}$ , então  $\log_a N$  situa-se entre os inteiros  $n$  e  $n+1$ . Com base nesse fato, indique dois inteiros consecutivos entre os quais se situam os logaritmos a seguir:

a)  $\log_2 52$

b)  $\log_3 300$

c)  $\log_7 400$

d)  $\log_5 813$

**(Observação:** você pode indicar a resposta usando a notação dos logaritmos, sem precisar calculá-los.)

Figura 1 – Problema de algoritmos

**Fonte:** São Paulo (2014, p. 25).

Podemos observar que para resolver o que foi solicitado, o aluno precisa saber e utilizar o fato que se um número situa-se entre  $a^n$  e  $a^{n+1}$ , o  $\log_a N$  está entre os inteiros  $n$  e  $n+1$ , ou seja, podemos encontrar dois números que aproximam o logaritmo de qualquer valor dado. O próprio enunciado explicita essa propriedade.

As atividades 3, 6, 7, 8, 10, 11 e 12 podem ser classificadas como problemas de aplicação, pois “retratam situações reais do dia a dia e que exigem uso da matemática para serem resolvidos.” (DANTE, 2009, p. 27)

Os problemas de aplicação utilizam conceitos da Geografia, da Biologia, da Química e da Física, o que remete à segunda categoria de análise.

A Figura 2 traz um desses problemas de aplicação, em Geografia.



3. A população de certa região **A** cresce exponencialmente de acordo com a expressão  $N_A = 6000 \cdot 10^{0,1t}$  (**t** em anos). Em outra região **B**, verifica-se que o crescimento da população ocorre de acordo com a fórmula  $N_B = 600 \cdot 10^{0,2t}$  (**t** em anos). De acordo com esses modelos de crescimento, responda às questões a seguir.

a) Qual é a população inicial de cada uma das regiões?

b) Depois de quantos anos, a partir do instante inicial, as duas regiões terão a mesma população?

c) Qual é a população de cada uma das regiões 15 anos após o instante inicial?

(Dado:  $10^{3/2} \cong 31,62$ )

Figura 2 – Problema de aplicação em Geografia

Fonte: São Paulo (2014, p. 22-23).

O problema da Figura 2 utiliza o logaritmo para determinação de modelos de crescimento populacional em certa região, através da resolução de uma função exponencial.

Os exercícios 3, 6, 7 e 8 abordam o estudo de funções através do desenvolvimento do conceito de logaritmo.

6. Uma população **N** de micróbios cresce exponencialmente de acordo com a expressão  $N = 5000 \cdot 3^t$ , sendo **t** em horas. Indique o valor de **t** para o qual se tem:

a)  $N = 15000$                       c)  $N = 250000$                       e)  $N = 470000$   
b)  $N = 25000$                       d)  $N = 350000$

Figura 3 – Problema que aborda o estudo de funções

Fonte: São Paulo (2014, p. 25).

A atividade proposta na Figura 3 reforça a ideia de que, quando resolvemos equações, os logaritmos aparecem ao termos incógnitas no expoente. Observamos que a população cresce exponencialmente, tendo como modelo a expressão  $N = 5000 \cdot 3^t$ , de modo que para resolver o que foi proposto o aluno precisa encontrar o valor de **t** em cada situação, fazendo a resolução de um algoritmo, mesmo sendo um exercício de aplicação.

Nenhuma das atividades propostas permite ao aluno elaborar estratégias para resolução, pois trazem no enunciado indicações do que fazer para resolver o que foi proposto em cada uma.

Quanto à quinta categoria, que diz respeito ao currículo prescrito, São Paulo (2010) apresenta como conteúdos e habilidades previstos para o ensino de logaritmos na 1ª série do Ensino Médio, os expostos na Tabela 1:

Tabela 1 – Conteúdos e habilidades prescritos para o ensino de logaritmos na 1ª série do Ensino Médio

	CONTEÚDOS	HABILIDADES
3º Bimestre	<p>Relações</p> <p>Funções exponencial e logarítmica</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Crescimento exponencial</li> <li>• Função exponencial: equações e inequações</li> <li>• Logaritmos: definição e propriedades</li> <li>• Função logarítmica: equações e inequações</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer a função exponencial e suas propriedades relativas ao crescimento ou decrescimento.</li> <li>• Compreender o significado dos logaritmos como expoentes convenientes para a representação de números muito grandes ou muito pequenos, em diferentes contextos.</li> <li>• Conhecer as principais propriedades dos logaritmos, bem como a representação da função logarítmica, como inversa da função exponencial.</li> <li>• Saber resolver equações e inequações simples, usando propriedades de potências e logaritmos.</li> </ul>

**Fonte:** São Paulo (2010, p. 66).

As atividades/problemas que compõem a situação de aprendizagem analisada, contempla os estudos sobre crescimento e decrescimento exponencial, algumas definições e propriedades dos logaritmos e o trabalho com equações exponenciais, além das duas primeiras habilidades apresentadas acima. As inequações não são contempladas.

A terceira habilidade será desenvolvida na situação de aprendizagem 3 e as funções logarítmicas, assim como a quarta habilidade, serão trabalhadas na situação de aprendizagem 4. Embora não sejam objetos de nossa pesquisa, observamos essas duas situações para fazermos a verificação do trabalho curricular desenvolvido por elas.

Das atividades analisadas, as de números 3, 6, 7, 8, 11 e 12 permitem o ensino para a resolução de problemas, ou seja, para a validação do que foi ensinado, uma vez que, além de os conceitos já terem sido trabalhados anteriormente, o próprio enunciado elucida o conhecimento necessário para a resolução.

## Considerações finais

Com essa investigação, concluímos que a relação da Matemática e, particularmente, dos logaritmos com outras áreas do conhecimento, mesmo que de modo discreto, é significativa. As aplicações são claras e objetivas, denotando a importância da sua presença em contextos diversos, sendo utilizada para tomada de decisões em diversos campos.

O material atende às prescrições curriculares em termos de conteúdos e habilidades a serem desenvolvidas. Entretanto, mesmo contemplando as prescrições curriculares, a situação de aprendizagem analisada não permite que o aluno elabore estratégias para resolução do que é proposto. Onuchic (1999) e Allevato (2005) salientam que útil e benéfico ao ensino da Matemática seria os alunos descobrirem por si mesmos as estratégias necessárias para a resolução dos problemas propostos por seus professores. Isso resultaria no entendimento amplo e bem fundamentado do conteúdo desejado.

Em nenhuma das atividades o ensino acontece através da resolução de problemas, ou seja, não existe o processo de construção do conhecimento por meio da resolução de um ou mais problemas. Uma quantidade significativa das atividades exigem apenas a execução de algoritmos ou a aplicação de conceitos e fórmulas já ensinados.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais preveem a utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino, mas percebemos na instância curricular analisada que a mesma ainda não se encontra de acordo com o que está prescrito. Seria necessária uma reformulação do material, de modo a inserir problemas que possibilitem esse tipo de ensino.

Assim, esperamos que este trabalho contribua para uma melhor compreensão dos materiais de apoio a serem utilizados pelos professores para que possam aperfeiçoar suas formas de trabalho em sala de aula de Matemática.

## Referências

- ALLEVATO, N. S. G. **Resolução de Problemas**. In: \_\_\_\_\_. Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados: Análise de uma Experiência. 2005. 370 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 1999.
- \_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **PCN+ Ensino Médio: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Volume Linguagens, códigos e suas tecnologias**. Brasília: DF: MEC/SEMTEC. 2002.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Trad. Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- DANTE, Luiz Roberto; **Formulação e resolução de matemática: teoria e prática**. -1.ed.- São Paulo: Ática, 2009.
- NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.
- ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V.(Org.). Pesquisa em Educação Matemática. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199 - 220.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.
- POLYA, G. **How to Solve It**. Princeton: Princeton University Press, 1945
- SÁ-SILVA, J. R. S.; ALMEIDA, C. D.; GUINDANI, J. F. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História e Ciências Sociais**, v. 1, p. 1-15, 2009.
- SACRISTÁN, J. G. **O Currículo: uma reflexão sobre a prática**. – 3 ed. – Porto Alegre: Artmed, 2000.
- SCHROEDE R, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p.31-42.
- SÃO PAULO. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias/Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado** – São Paulo: SEE, 2010.
- \_\_\_\_\_. Secretaria de Estado da Educação de São Paulo. Proposta Curricular. **Caderno do Aluno. Matemática**. São Paulo: IMESP. 2014.
- VAN DE WALLE, J.A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed.Porto Alegre: Artmed, 2009.