

ANALISANDO COMO ALUNOS DO 9º ANO DA REDE PÚBLICA RESPONDEM E INTERPRETAM QUESTÕES DE ÁLGEBRA

Erlan Almeida e Silva
Secretaria da Educação do Estado de São Paulo
Erlanalmeida1@gmail.com

Debora da Silva Souza
Secretaria da Educação do Estado de São Paulo
deborasou.za@hotmail.com

Evonir Albrecht
Universidade Federal do ABC
evoniralbrecht@yahoo.com.br

Miriam Criez Nóbrega Ferreira
Universidade Federal do ABC
miriam.criez@ufabc.edu.br

Resumo:

Este artigo está inserido no projeto intitulado “Conhecimento Matemático para o ensino de álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais”. Nossa proposta foi apresentar os significados do Quadro Teórico desenvolvido pelo grupo que se manifestam ou se apresentam nas ideias e ações de alunos quando se trata da Álgebra, sendo assim, o objetivo deste artigo foi analisar quais concepções de nosso quadro teórico se apresentam nas respostas dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da rede pública quando estão pensando e resolvendo questões de álgebra. A metodologia utilizada para desenvolver nossas investigações é de natureza qualitativa e a pesquisa se estruturou em entrevistas e questionários com professores da Educação Básica. Tendo em vista que nossa presente pesquisa dialoga com o nosso Quadro de Referência, analisamos as questões dos alunos com um olhar voltado as diferentes concepções de Álgebra que os alunos apresentam ao responder tais questões.

Palavras-chave: Ensino de Álgebra; Conhecimento Matemático para o Ensino; Professores da Educação Básica; Formação do Professor de Matemática.

1. Uma visão geral da pesquisa

As ideias apresentadas neste artigo são produtos de pesquisas realizadas no projeto do Observatório da Educação, da Universidade Federal do ABC (OBEDUC-UFABC), CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior), projeto intitulado *Conhecimento Matemático para o ensino de álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais*. Este projeto é constituído de três subgrupos SG1, SG2 e SG3 para tratar três vieses relacionados com Álgebra: a Álgebra vista pela geometria SG1, a Álgebra vista por ela mesma SG1 e a Álgebra vista pela aritmética SG3.

Para demarcar o tema do projeto de pesquisa, consultaram-se os resultados da Prova Brasil/SAEB (2011) e os dados do Instituto de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), cujo relatório mostra que os estudantes não dominam competências como (1) identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema; (2) resolver equações do 1º grau com uma incógnita; (3) resolver problemas que envolvam equação do 2º grau; (4) identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau; (5) identificar, em um gráfico de função, o comportamento de crescimento/decrescimento; (6) identificar o gráfico de uma reta dada sua equação; dentre outras.

Na concepção de coadjuvar a superação de tais dificuldades, uma vez que a Álgebra, assim como a Matemática, pode ser mais e melhor explorada quando seus significados são articulados com outras áreas do conhecimento (KILPATRICK, HOYLES, SKOVSMOSE, 2005). Neste enfoque, a proposta do projeto de pesquisa é, em linhas gerais, possibilitar a ampliação daqueles significados que se fazem presentes nas ideias, ações e discursos de alunos e de professores. Sendo assim, os estudos realizados neste trabalho estão interligados com o objetivo geral do projeto OBEDUC: *Investigar os conhecimentos algébricos desenvolvidos por professores, ao ensinar Álgebra na Educação Básica, utilizando-se de uma abordagem de ensino baseada em perfis conceituais.*

Mediante ao exposto, este artigo busca *analisar quais concepções de nosso quadro teórico se apresentam nas respostas dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da rede pública quando estão pensando e resolvendo questões de álgebra.*

2. Alguns referenciais teóricos sobre as Concepções de Álgebra

Para oferecer suporte teórico ao nosso trabalho, alguns referenciais sobre as Concepções de Álgebra são necessários. Elegemos os seguintes autores para nos auxiliar nas discussões e análises:

- Usiskin (1995) apresenta quatro diferentes concepções. Na primeira concepção temos a Álgebra *como aritmética generalizada*. Aqui as ações importantes para o estudante da escola básica são as de traduzir e generalizar. A segunda concepção, a Álgebra é concebida *como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*, sendo que, as instruções chaves são simplificar e resolver. Em relação à terceira

concepção, relaciona-se à Álgebra *como estudo das relações entre grandezas*. Nessa concepção as variáveis realmente variam, o modelo é fundamentalmente algébrico e as variáveis são diferentes do argumento como, por exemplo, a equação de uma reta. E, na última concepção encontramos a álgebra *como estudo das estruturas*, nesse caso, as atividades optam por manipular e justificar.

- Lee (2001) descreve que, para fornecer um modelo sobre visões de Álgebra, destaque-se a álgebra como: *Linguagem* para desenvolver a comunicação em uma linguagem algébrica; *Caminhos de Pensamento*, ou seja, pensamentos sobre relações matemáticas em lugar de objetos matemáticos; *Atividade* como modelo de construção de atividades; *Ferramenta* para resolver problemas de modo a veicular e transformar mensagens; *Generalização* ou estudo das estruturas da aritmética; e *Cultura* cuja linguagem de comunicação é a algébrica.
- Fiorentini, Miorin e Miguel (1993), apresentam três concepções: *Linguístico-pragmática*, *Fundamentalista-estrutural* e *Fundamentalista-analógica*. Na primeira concepção o domínio da crença de que, a aquisição, ainda que mecânica, das técnicas requeridas pelo “transformismo algébrico” seria necessária e suficiente para que o aluno adquirisse a capacidade de resolver problemas, ainda que esses problemas fossem, quase sempre, artificiais. *Fundamentalista-estrutural* incide à introdução de propriedades estruturais das operações, que justificassem cada passagem presente no transformismo algébrico, capacitaria o estudante a identificar e aplicar essas estruturas nos diferentes contextos em que estivessem subjacentes. E na última, temos a síntese entre as duas anteriores, envolvendo de forma *lógico-estrutural* justificação das passagens presentes no transformismo algébrico característica da segunda concepção. O enfoque, na maioria dos casos, utiliza recursos analógicos geométricos e, deste modo, visuais.
- Lins e Gimenez (2001) apresentam três concepções sobre a Educação Algébrica, que são: a primeira diz respeito à concepção *letrista*, a qual resume o cálculo com letras às atividades citadas como algébricas; a segunda concepção é denominada *letrista facilitadora*, que por meio de trabalho com situações concretas, apresenta a capacidade de lidar com expressões algébricas literais alcançadas por abstração. E a terceira concepção, denominada de *Modelagem Matemática*, que apresenta como ponto de partida uma situação concreta, porém com sentido diferente da segunda concepção, pois o concreto aqui é visto como real e as atividades proposta são de investigação de situações reais.

- Ribeiro (2013) discute sobre algumas zonas de um perfil conceitual. As cinco zonas, as quais compõe o Perfil Conceitual de Equação: *Pragmática* - Equação interpretada a partir de problemas de ordem prática. Busca solução predominantemente aritmética; *Geométrica* - Equação interpretada a partir de problemas geométricos. Busca pela solução predominantemente geométrica; *Estrutural* – Equação interpretada a partir de sua estrutura interna. Busca pela solução predominantemente algébrica; *Processual* - Equação interpretada a partir de processos de resolução. Busca pela solução aritmética ou algébrica; *Aplicacional* - Equação a partir de suas aplicações. Busca pela solução aritmética ou algébrica.
- Ball, Thames e Phelps (2008) salientam que os professores precisam saber/conhecer o conteúdo matemático, pois, quando não sabemos e ou conhecemos o conhecimento necessário fica complicado visualizar as deficiências que ocorrem com os alunos na aprendizagem. Contudo, conhecer o conteúdo não é suficiente. Professores necessitam conhecer e saber bem a matemática para assim ter uma visão com significado e escolher diferentes formas de representações dos conteúdos isto, tornará o assunto mais compreensível para o aluno.

3. O surgimento de um “Quadro de Referência”

Com base nos estudos realizados por um período de dois anos, no OBEDUC, construímos o *Quadro de Referência*¹, o qual nos auxiliou a aprimorar acerca das Concepções de Álgebra. Ainda, sobre o quadro, este já foi exposto com maiores detalhes em um evento cujo artigo está intitulado “Concepções de Álgebra: Uma Tentativa de Construir um “Quadro de Referência” por Integrantes de um Grupo Colaborativo”.

Foi proposto também, a criação de uma categoria, denominada “pré-álgebra” que tem por base as Concepções de Lins e Gimenez (1997), cujo objetivo tanto da Educação Algébrica como da Educação Aritmética é de estudar habilidades de resolver problemas e Maclane e Birkhoff, (1967, apud Usiskin, 1995, p. 9), descrevem que: “A álgebra começa como a arte de manipular somas, produtos e potências de números”.

¹ O artigo *As Concepções de Álgebra: Uma Tentativa de Construir um “Quadro de Referência” por Integrantes de um Grupo Colaborativo* está disponível em nosso portal: www.comea.net.br

Como isso, decidimos trabalhar a princípio, no sentido de mapear as Concepções de Álgebra com a intenção de perceber categorias, a primeira ideia que surgiu foi de ordenar aspectos comuns entre as Concepções de Álgebra já estudadas. Assim, construiu-se “seis organogramas”, que sintetizaram as principais ideias do nosso estudo teórico, tornando-se a base para compor o Quadro de Referência das categorias de Álgebra que ficou organizado da seguinte forma:

Categorias de Álgebra	Principais Ideias
1. Pré-Álgebra	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Manipulação de somas, produtos e potências aritméticos; ➤ Resolução de problemas aritméticos para a introdução do pensamento algébrico
2. Generalizações	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Aritmética generalizada; ➤ Estrutura de representação formal do concreto (através da abstração); ➤ Atribuir grau de abstração e generalidade aos símbolos linguísticos;
3. Relações	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Estudo das relações entre grandezas
4. Estruturação	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Estudo das estruturas e propriedades atribuídas às operações com números reais e polinômios; ➤ Linguagem simbólica/variável como símbolo arbitrário
5. Modelagem	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Iluminar ou organizar uma situação, como ferramenta; ➤ Construção da atividade e exercícios de modelagem; ➤ Modelagem de situações a partir de situações-problema.
6. Manipulação	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conjunto de técnicas ou procedimentos específicos para abordar problemas por métodos algorítmicos; ➤ Capacidade de efetuar e expressar transformações algébricas primordialmente simbólicas; ➤ Atividades que envolvam incógnitas com o objetivo de simplificar ou resolver.

Quadro 1: arquivo do grupo de pesquisa

4. Metodologia da Pesquisa

Desde 2013 o grupo de pesquisa vem realizando uma série de atividades, dentre elas: revisão da literatura acerca dos diferentes significados da Álgebra e os conhecimentos docentes envolvidos em seu ensino, tomando-se por base as categorias apresentadas nos trabalhos de Shulman (1986) e Ball (2008); entrevistas realizadas com professores em efetivo exercício dos cursos de Licenciatura em Matemática e da Educação Básica, com o objetivo de investigar as concepções de Álgebra e os conhecimentos docentes.

Para compor o cenário do ensino da Álgebra, fizemos, como última etapa analisada, entrevistas junto aos alunos do terceiro ano do Ensino Médio e nono ano do Ensino Fundamental de três escolas parceiras do projeto. Este artigo tem por foco analisar as produções dos alunos do nono ano do Ensino Fundamental.

A entrevista com os alunos contou com três partes que aconteceram em três encontros distintos. Um primeiro encontro que teve a duração de uma aula (aproximadamente 50 minutos) contou com a entrega do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) que os alunos por serem menor de idade, deveriam levar para casa e trazer no próximo encontro. Entregamos também neste encontro, o Questionário de Identificação dos estudantes, com perguntas referentes a sua escolaridade (em escola pública ou privada, possíveis retenções, etc) e a sua preferência com relação as disciplinas. Após isso os alunos foram convidados a participar de uma tempestade de ideias sobre a palavra equação. Conforme os alunos iam falando sobre equação, as diferentes interpretações iam compondo um diagrama na como pode ser observado na imagem a seguir, que corresponde a uma fotografia da lousa após a atividade.

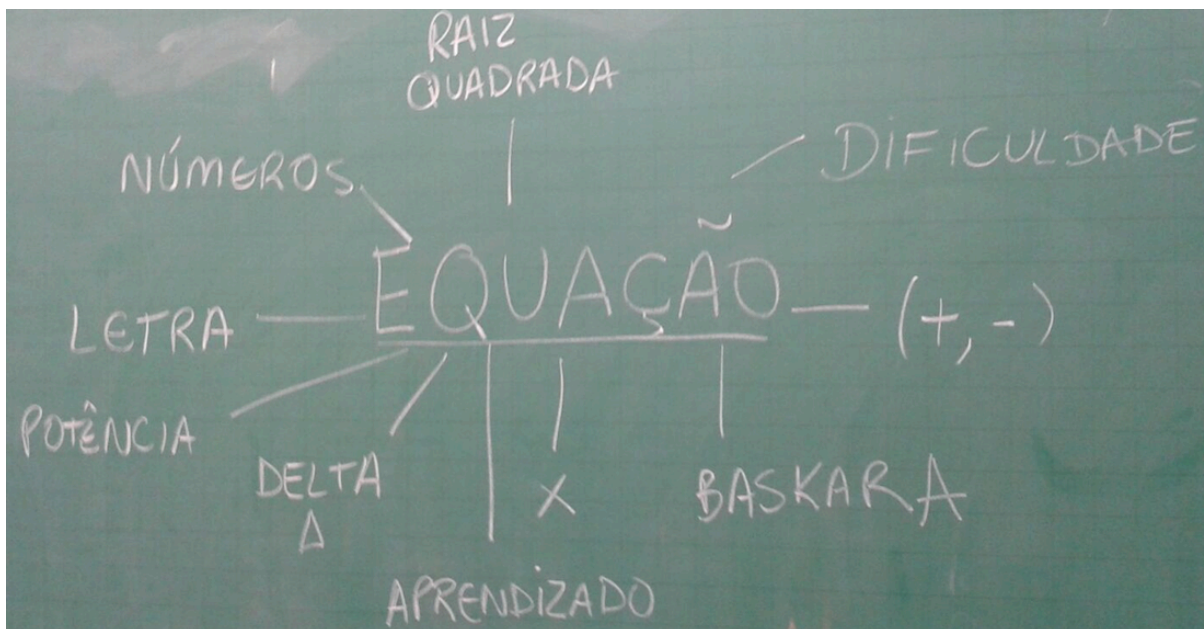


Figura 1: foto retirada da lousa após a chuva de ideias dos alunos.

O segundo encontro foi composto por um questionário contendo cinco atividades matemáticas (que serão foco desta análise), realizado em grupos de 4 estudantes. Apesar de ser uma atividade opcional, todos os estudantes optaram por participaram desta atividade respondendo as questões propostas.

Concomitantemente as respostas aos questionários, algumas discussões de alguns grupos (em torno de três em cada classe) foram gravadas com o objetivo de recuperar ideias dos alunos acerca das questões que não estariam retratadas no papel. O terceiro momento consistiu em devolutiva sobre o trabalho aos alunos. Na qual, tivemos ao todo dezessete grupos de alunos respondendo as atividades matemáticas.

5. Questões que foram respondidas pelos alunos elaboradas pelo grupo do projeto

Apresentamos a seguir as questões que são o foco deste artigo.



Figura 2: Questão 1

Fonte: situação retirada de BRANCO, N; J. P. da. Álgebra na formação de professores dos primeiros anos: Uma experiência de formação. *Indagatio Didactica*, v. 3, n. 1, 2011.

Os números inteiros positivos foram escritos em sequência, como indicado na figura. Observe que na primeira linha foi escrito o número 1 e que nas seguintes há dois números a mais do que na linha anterior. Em qual linha foi escrito o número 2015?

Linha 1 \Rightarrow 1

Linha 2 \Rightarrow 2 3 4

Linha 3 \Rightarrow 5 6 7 8 9

Linha 4 \Rightarrow 10 11 12 13 14 15 16

Linha 5 \Rightarrow 17 18 19 20 21 22 23 24 25

Figura 3: Questão 2

Fonte: questão adaptada da 11ª Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, 2015.

Na 7ª série, há 44 estudantes entre meninos e meninas. A diferença entre o número de meninos e do de meninas é 10. Quantos são os meninos e quantas são as meninas? Descreva seus procedimentos para a resolução.

Figura 4: Questão 5

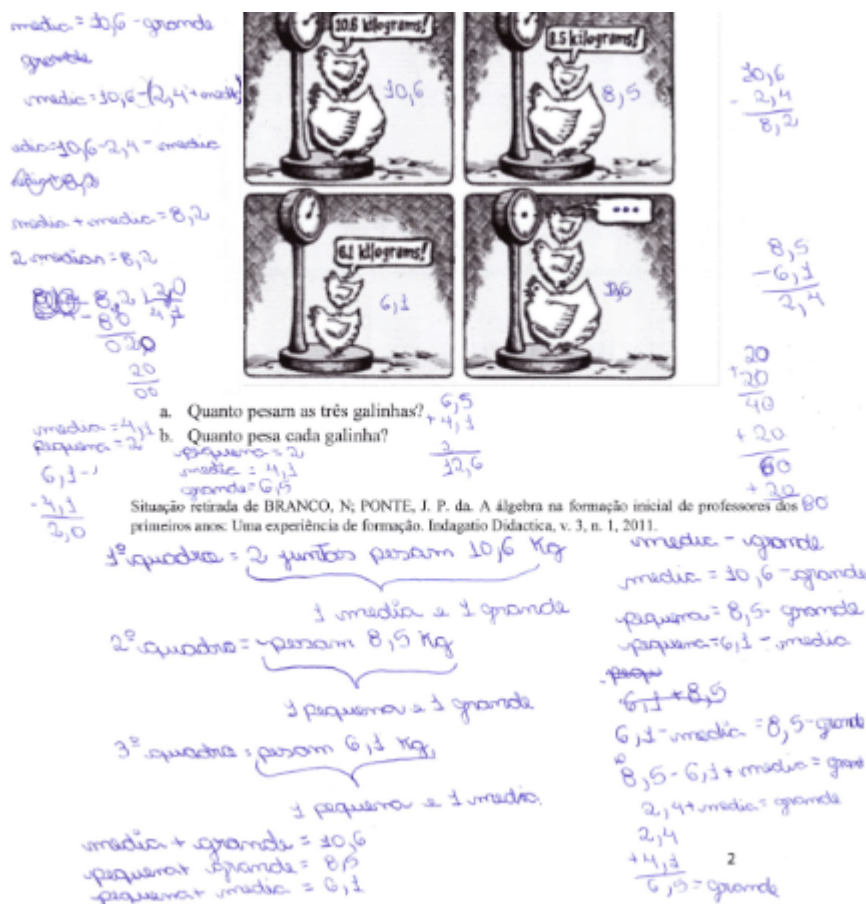
Fonte: questão adaptada do Caderno da Prova Brasil 2011, referente ao descritor de número 34.

6. Análises e Resultados

Dentre as cinco perguntas, analisamos a que mais os grupos, formados pelos alunos, acertaram e também a que mais erraram. Mas ao analisarmos os dados, percebemos que a maioria dos grupos não conseguiu responder corretamente nenhuma das perguntas e nenhum grupo respondeu todas as perguntas corretamente. A questão que os grupos mais acertaram, foi a questão 2 e a que menos acertaram foi a questão 5. Atribuímos também às análises, a questão 1, já que foi a segunda com menos acertos e também causou muitas dúvidas aos alunos. As análises foram enquadradas de acordo com as categorias que constam em nosso “Quadro de Referência”.

Questão 1: O objetivo da questão é observar e identificar as estratégias de resolução dos estudantes. E se enquadra nas concepções 3 e 4, Relações e Estruturação.

Os grupos G8 e G9 responderam por meio procedimentos específicos para abordar problemas por métodos algorítmicos, se enquadrando assim na concepção 6, Manipulação.



$media = 10,6 - grande$
 $grande$
 $media = 10,6 - (2,4 + media)$
 $media = 10,6 - 2,4 - media$
 $4,1 = 2,4$
 $media + media = 8,2$
 $2 \cdot media = 8,2$
 $media = 4,1$
 $pequena = 2$
 $6,1$
 $-4,1$
 $2,0$

a. Quanto pesam as três galinhas? $6,5$
 b. Quanto pesa cada galinha? $4,1$
 $pequena = 2$
 $media = 4,1$
 $grande = 6,5$
 $32,6$

Situação retirada de BRANCO, N; PONTE, J. P. da. A álgebra na formação inicial de professores dos primeiros anos: Uma experiência de formação. *Indagatio Didactica*, v. 3, n. 1, 2011.

$1^{\circ} quadra = 2 \text{ juntas pesam } 10,6 \text{ Kg}$
 $1 \text{ média e } 1 \text{ grande}$
 $2^{\circ} quadra = \text{ pesam } 8,5 \text{ Kg}$
 $2 \text{ pequenas e } 1 \text{ grande}$
 $3^{\circ} quadra = \text{ pesam } 6,1 \text{ Kg}$
 $1 \text{ pequena e } 1 \text{ média}$
 $media + grande = 10,6$
 $pequena + grande = 8,5$
 $pequena + media = 6,1$

$media - grande$
 $media = 10,6 - grande$
 $pequena = 8,5 - grande$
 $pequena = 6,1 - media$
 $6,1 + 8,5$
 $6,1 - media = 8,5 - grande$
 $8,5 - 6,1 + media = grande$
 $2,4 + media = grande$
 $2,4$
 $+4,1$
 $6,5 = grande$

Figura 5: resposta do G9.

Os grupos G14 e G17 compartilham do mesmo erro, subtraindo os pesos um do outro.

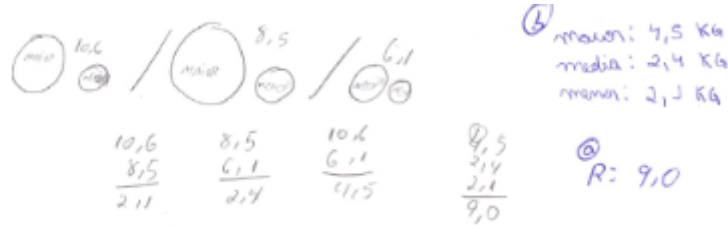
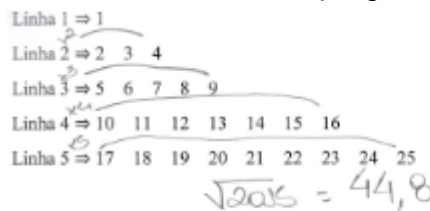


Figura 6: resposta do G14.

Questão 2: Seu objetivo é identificar se os estudantes reconhecem padrões numéricos e conseguem generalizá-los. A mesma se enquadra na concepção 2, Generalização.

Os grupos G2, G10 e G17 utilizam a Radiciação para responder a questão.



Questão adaptada da 11ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, 2015.

Na linha 45

Figura 7: resposta do G2.

O G6 utiliza o método de tentativa e erro, se enquadrando na concepção 1, Pré-Álgebra.

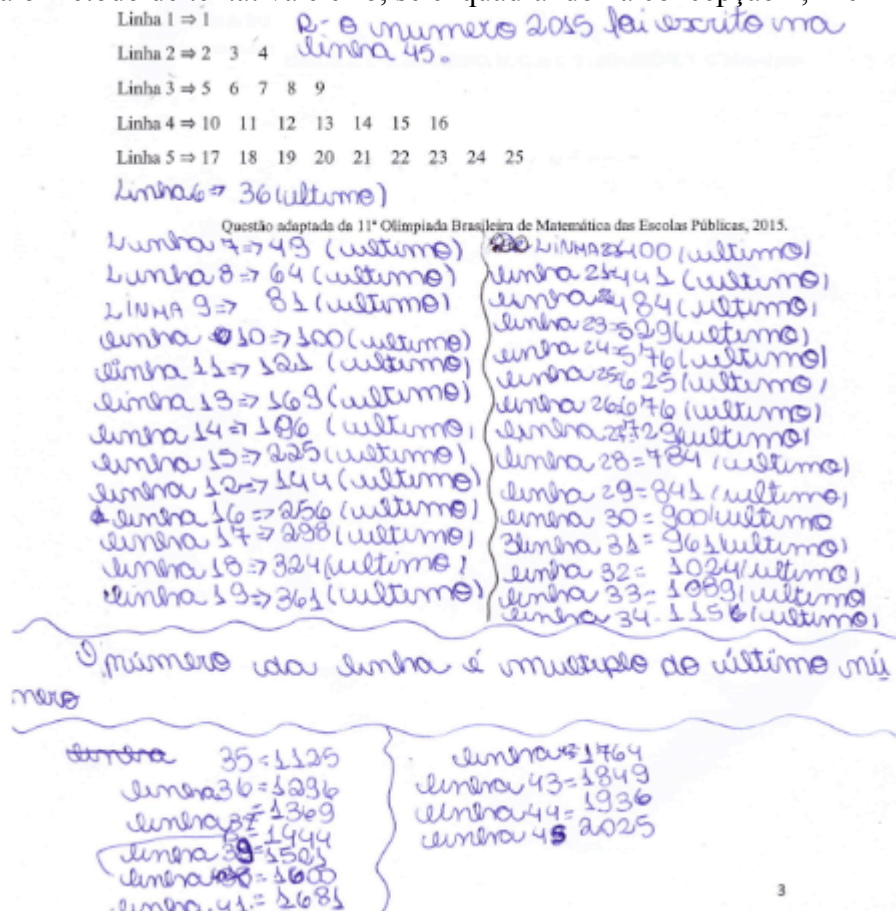


Figura 8: resposta do G6.

7. Considerações Finais

De todas as questões respondidas, elencamos as que os alunos mais acertaram e mais erraram, também analisaremos a questão 1 pois ela assim como nosso Quadro de Referência nos permite relacionar as diferentes concepções de Álgebra, permitindo que os alunos transite por todas as categorias de Álgebra.

Com análise dos dados dos áudios de alguns grupos, constatamos que a maioria dos grupos dispendeu muito tempo em determinadas questões e que em alguns casos nossos integrantes tiveram que ler as questões junto com os alunos para que ficassem claras para os alunos.

As concepções de Álgebra que apareceram em nossas análises foram: Pré-Álgebra, Generalização, Relações, Estruturação e Manipulação. Com destaque maior para a Pré-Álgebra e Generalização, onde as competências como *identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema e resolver equações do 1º grau com uma incógnita*, aparecem com mais frequência. As discussões e as demais respostas farão parte de outros trabalhos do grupo ainda em desenvolvimento e que poderão ser acessadas no site do grupo www.comea.net.br.

8. Referências

BALL, D.L.; THAMES H. M.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Educacional*, n. 59. p. 389-407, 2008.

FIorentini, D.; Miorim, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um Repensar ... a Educação Algébrica Elementar. *Pro-Posições*. São Paulo, v.4, n.1 [10], p. 78 – 91. mar. 1993.

FIorentini, D.; LOrenzato, D. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. – (Coleção formação de professores).

KILPATRICK, J. et al. *Meaning in mathematics education*. New York: Springer, 2005.

LEE, L. Early – but which algebra? The future of the teaching and learning of algebra. CIDADE: ICMi STUDY CONFERENCE, 2001.

_____. An Initiation Into Algebraic Culture Through Generalization Activities. In: BEDNARDZ, N.; KIERAN, C. E LEE, L. (Org.). Approaches to álgebra: Perspectives for Research and Teaching. London: Kluwer Academic Publishers, 1996. v.18. p. 87 – 106.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas: Papyrus, 1997.

_____. Sobre a Álgebra. In: LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas: Papyrus Editora, 2001. Cap. III, p. 89 – 157.

SOUZA D., SILVA R., RIBEIRO A. Concepções de Álgebra: Uma Tentativa de Construir um “Quadro de Referência” por Integrantes de um Grupo Colaborativo. V SHIAM, São Paulo.

RIBEIRO, A. J. Elaborando um perfil conceitual de equação: desdobramentos para o ensino e a aprendizagem de matemática. Ciência e Educação, São Paulo, v.19, n.1, p. 55-71, 2013.

USISKIN, Z. Concepções sobre álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A.F.; SHULTE, A.P. (Orgs). Tradução de Hygino H. Domingues. As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995, p. 9-22.