

RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO: ANÁLISE DE ESQUEMAS DE ESTUDANTES DO 5º ANO NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA

Taianá Silva Pinheiro
Universidade Estadual de Santa Cruz- UESC
taiannasilva@gmail.com

Faraildes Silva de Souza
Universidade Estadual de Santa Cruz- UESC
fazinha.188@gmail.com

Irlene Silva de Almeida
Universidade Estadual de Santa Cruz-UESC
irlenesa@gmail.com

Prof. Dr^a PhD Sandra Maria Magina Pinto
Universidade Estadual de Santa Cruz- UESC
sandramagina@gmail.com

Resumo:

O presente artigo tem por objetivo analisar e categorizar os esquemas dos estudantes do 5º ano dos Anos Iniciais em situações-problema que envolvem conceitos de Combinatória. O estudo tem como base a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, de modo específico, as Estruturas Multiplicativas. A pesquisa é de cunho descritivo e foi realizada com 177 estudantes de uma escola pública localizada no sul da Bahia. No procedimento da coleta de dados foi aplicado um instrumento composto por quatorze situações-problema, em que duas dessas situações envolvem o conteúdo de Combinatória. Os resultados informam que poucos estudantes de nossa amostra dominam o raciocínio combinatório, principalmente quando a situação se apresenta no âmbito parte-todo (problema invertido).

Palavras-chave: Estruturas Multiplicativas; Raciocínio Combinatório; Ensino Fundamental.

1. Introdução

Esse estudo aconteceu no âmbito de dois projetos de Pesquisa: EMULT (financiado pela CAPES, no âmbito do OBEDUC, N^o 15727) e PEM (financiado pela FAPESB – PES0019/2013) sendo que ambos foram executados em rede, envolvendo três estados nordestinos: Bahia, Ceará e Pernambuco (EMULT) e, na Bahia, cinco regiões (PEM). Os projetos tiveram como foco de estudo as Estruturas Multiplicativas e a formação do professor.

Apesar dos avanços do ensino da Matemática, o ensino de Combinatória continua com uma característica direcionada para a aprendizagem mecânica do algoritmo, tornando a

prática dos professores que buscam desenvolver uma construção do conceito em seus alunos bastante desafiadora.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998, p.87), dizem que no ensino da Combinatória o estudante deve ser capaz de resolver situações-problema sobre o princípio multiplicativo, por meio de esquemas de diferentes tipos, como tabelas, diagramas e até mesmo sem aplicação de fórmulas. Levando isso em consideração acreditamos que o estudante é capaz de resolver situações-problema de diversas maneiras. Para isso é necessário que seja desenvolvido o Raciocínio Combinatório, o qual, segundo Borba (2010)

[...] é um modo de pensar presente na análise de situações nas quais, dados determinados conjuntos, deve-se agrupar os elementos dos mesmos, de modo a atender critérios específicos (de escolha e/ou ordenação dos elementos) e determina-se – direta ou indiretamente – um número total de agrupamentos possíveis.” (BORBA, 2010, p.3)

Assim, o raciocínio combinatório é importante, pois em resolução de situações-problema de Combinatória é interessante que o estudante não se aproprie apenas de fórmulas, mas sim de outras estratégias, fugindo dessa característica de aprendizagem mecânica do algoritmo.

Contudo, o conteúdo Análise Combinatória costuma ser estudado na escola somente no Ensino Médio. Embora, não raro seja estudado nos anos iniciais do Ensino Fundamental, associado ao produto cartesiano, o que em si, não autoriza que chamemos tal estudo de “Análise Combinatória”.

Ao olhar para a literatura especializada, encontramos que Soares e Moro (2006) descreveram os níveis de raciocínio combinatório, de 50 alunos da 3ª e 4ª série dos anos iniciais ao resolverem quatro situações-problema de produto cartesiano. As autoras classificaram as respostas desses estudantes de acordo com níveis de raciocínio, os quais, muitas vezes, eram ainda divididos em subníveis. Nas resoluções dos estudantes foram encontrados diferentes níveis da construção inicial de raciocínio combinatório, e pouco se encontrou solução combinatória completa.

Nessa mesma direção, o estudo realizado por Pessoa e Borba (2009), que objetivou analisar as estratégias e desempenhos de 99 alunos, de duas escolas, da 1ª a 4ª série dos anos iniciais, na resolução de problemas de Análise Combinatória (arranjo, combinação,

permutação) e de produto cartesiano, constatou que, embora pequeno, houve avanços no percentual de acertos dos estudantes de um ano escolar para o outro.

Por fim, cabe apresentar o estudo de Santana e Oliveira (2015), que teve por objetivo identificar o raciocínio revelado por 577 estudantes do ciclo final do Ensino Fundamental (3º, 5º, 7º, 9º) e do 2º Ano do Ensino Médio do Ensino de três escolas públicas ao resolverem situações-problema de Análise Combinatória. Para análise dos dados as autoras classificaram as respostas dos estudantes em três níveis de raciocínio: Ausência de raciocínio combinatório (R1), Indício de raciocínio combinatório (R2) e Presença do raciocínio combinatório (R3). O raciocínio do estudante era classificado como R1 quando: (a) invertia a operação a ser utilizada, (b) adicionava ou subtraía os dados contidos na situação, (c) repetia um dos dados da situação oferecendo-a como resposta final, e (d) desenhava as informações contidas nas situações sem realizar uma sistematização com essas informações representadas, e (e) fazia desenhos que não permitia identificar uma relação com a situação proposta. O raciocínio do tipo R2 (Indício de raciocínio combinatório) acontecia quando o estudante apresentava como resposta algumas das possibilidades sem, contudo conseguir esgotá-las. Nesse caso notava-se pouca ou nenhuma sistematização na listagem das possibilidades. Por fim as respostas eram classificadas em R3 quando ficava evidente a presença do raciocínio combinatório completo. Neste nível foram classificadas as respostas que apresentavam a resposta correta com a listagem/desenho/árvore de todas as possibilidades ou, ainda, quando realizavam a operação indicada. Por fim as autoras ainda classificaram as respostas em branco como RB, quando ocorria a falta de resolução na situação proposta.

Neste estudo vamos analisar as respostas dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental ao resolverem situações-problema que envolve conceitos da Combinatória¹, utilizando para tanto a mesma classificação de Santana e Oliveira (2015), com alguns acréscimos, a saber: no nível R1, acrescentamos as resoluções em que as operações solicitadas nos enunciados das questões foram invertidas pelos estudantes, isto é, quando o estudante fazia uma multiplicação quando a situação exigia uma divisão, resultando em um valor numérico muito distante do esperado. Já no nível R2, incluímos as resoluções em que os alunos utilizaram o algoritmo solicitado, porém erraram os cálculos.

¹Ao usar o conceito de combinatória refere-se somente ao produto cartesiano. (Vergnaud, 1983, 1991).

Dessa forma, procuramos uma resposta para a questão de pesquisa: Quais os tipos de raciocínios utilizados pelos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental ao resolverem situações-problema de Combinatória?

2. Teoria dos Campos Conceituais

Compreender o modo como conhecimento matemático é desenvolvido por um sujeito aprendiz tem sido objetivo de muitas pesquisas. Dentre os estudiosos que mais influenciaram a Educação a respeito do desenvolvimento cognitivo está Gérard Vergnaud que, com base em alguns conceitos da teoria de Piaget e de Vygotsky, propôs a Teoria dos Campos Conceituais (TCC). A TCC é caracterizada como uma teoria cognitivista, que visa fornecer uma base consistente para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem desde competências simples até as mais complexas, principalmente no que tange as pesquisas em Matemática.

Além disso, essa teoria preconiza que a pedra angular do desenvolvimento cognitivo é o conceito, e Vergnaud (1990) ressalta que quando o interesse é no ensino e na aprendizagem o mesmo não pode ser reduzido a uma mera definição como frequentemente é feito em sala de aula. Para ele, um conceito não pode ser ensinado de maneira isolada, pois considera que um conceito só se operacionaliza quando o estudante interage com o mesmo em diversas situações e vale salientar que uma situação por mais simples que seja, envolve vários outros conceitos.

Nessa perspectiva, Vergnaud argumenta que a formação do conceito é pautada em uma terna de conjuntos (S, I, R) em que S é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito, I representa o conjunto dos invariantes operatórios e R é o conjunto da representação simbólica.

Assim, esse autor concebe que os conceitos são organizados em campos conceituais. Um Campo Conceitual significa: “um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição”. (VERGNAUD, 1983, p.127). Ou seja, para que um sujeito se aproprie de um campo conceitual é necessária a passagem de um largo período de tempo onde ocorrem as filiações e rupturas que se referem respectivamente às continuidades e descontinuidades entre os conhecimentos.

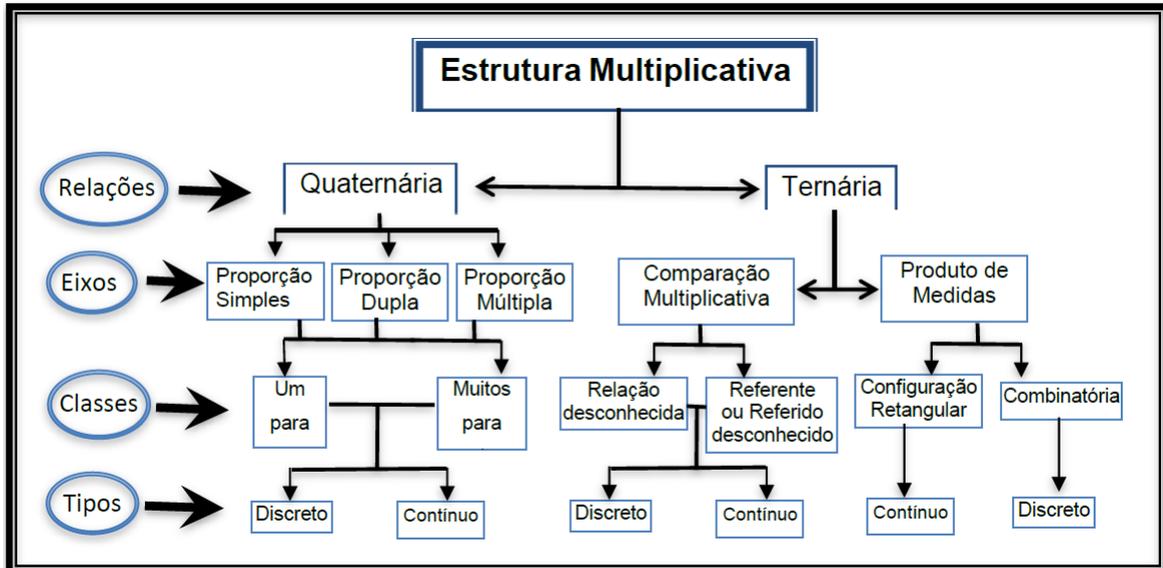
Vergnaud (1990) caracteriza o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo conceitual das estruturas multiplicativas como extremamente importantes no campo da Matemática, pelo fato delas formarem um alicerce para todos os demais conceitos matemáticos. O campo conceitual aditivo é formado por situações cuja resolução requer uma operação de adição ou subtração ou a combinação delas; o campo conceitual multiplicativo se caracteriza como sendo um conjunto de situações, cuja resolução requer uma operação de divisão ou multiplicação ou a combinação de ambas. Neste estudo discorreremos sobre as estruturas multiplicativas.

Fonte: Magina, Santos, Merlini, apresentado em Santos 2015, p. 105

Como já foi dito, o Campo Conceitual Multiplicativo refere-se a situações que envolvem multiplicação, divisão ou uma combinação das duas, por exemplo, fração, razão, proporção e função linear e porcentagem.

Muitos autores têm realizado pesquisas no âmbito do Campo Multiplicativo, dentre os quais podemos destacar Magina, Merlini e Santos, os quais elaboraram juntos um esquema, que contém as ideias centrais desse campo, como mostrado no quadro 1.

Quadro 1: Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo



Como exposto no quadro 1, o Campo Conceitual Multiplicativo é constituído por duas relações: quaternárias e ternárias. Nesse estudo teremos como foco a relação ternária, a qual relaciona dois elementos de mesma grandeza que se compõem para formar um novo elemento.

Além disso, a partir da relação ternária, nos absteremos no eixo produto de medidas, mais especificamente na classe denominada Combinatória. Vale salientar que tal classe envolve tipos de quantidades discretas.

3. Metodologia

Este estudo possui um cunho descritivo, pois tem “como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis” (GIL, 2002, p.42), mas ainda está “interessado em descobrir e observar fenômenos, procurando descrevê-los, classificá-los e interpretá-los” (RUDIO, 1992, p.56). Sendo assim, o pesquisador não realizou diretamente nenhuma interferência no que está relacionada em promover a aprendizagem dos estudantes no conteúdo estudado.

Para tanto, identificamos e classificamos os esquemas presentes em 285 situações-problema dos instrumentos diagnósticos do 5º ano dos Anos Iniciais, relativo ao produto cartesiano, sendo uma questão do tipo parte-todo (questão 9) e a outra, do tipo parte-parte (questão 11). A aplicação do instrumento diagnóstico ocorreu em uma escola pública parceira do projeto localizada no Sul da Bahia.

O estudo foi dividido em quatro momentos, a saber: a elaboração de um instrumento diagnóstico de acordo com a teoria estudada, aplicação coletiva desse instrumento diagnóstico, com resolução individual, correção das resoluções dos estudantes e, finalmente, análise dos resultados obtidos. No que tange ao primeiro momento, o quadro 1 apresenta as duas situações-problema do instrumento a serem estudadas no presente artigo.

Quadro 2- Questões Combinatória contidas no instrumento diagnóstico

SITUAÇÃO-PROBLEMA
9. A lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?
11. Na aula de dança de forró tinham 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

Fonte: Dados da pesquisa

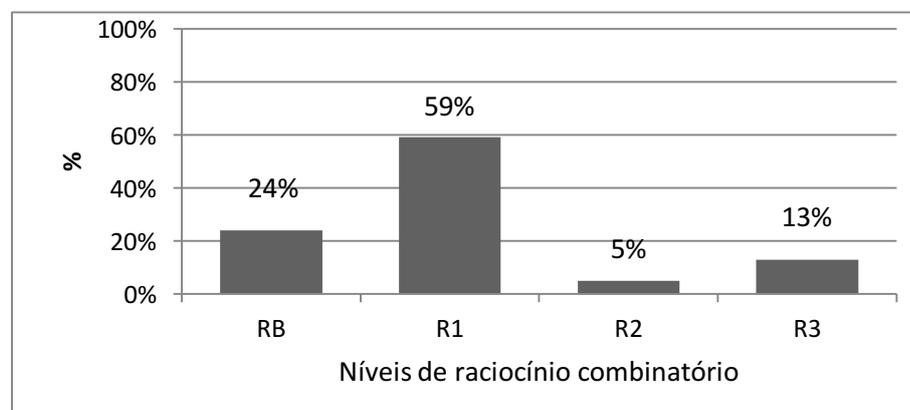
No segundo e terceiro momento, o instrumento foi aplicado com os alunos na escola parceira, com auxílio das professoras regentes das turmas. No momento da aplicação foi realizada a leitura em voz alta de cada situação-problema, sem entonação de voz, de modo que não fosse dada margem a nenhuma interpretação da mesma. Tendo em mãos os instrumentos respondidos, começamos o quarto momento, em que corrigimos, identificamos as categorias para os esquemas utilizados pelos alunos a partir da análise feita por Santana e Oliveira (2015), ressaltando que fizemos algumas adaptações em relação à caracterização dos níveis de raciocínio combinatório.

4. Análise dos dados

Para a análise dos dados, temos 285 protocolos de pesquisa que foram categorizados de acordo com os níveis de raciocínio combinatório propostos por Santana e Souza (2015) sendo eles: Ausência de raciocínio (R1); Indício de raciocínio (R2); Presença de raciocínio (R3) e falta de resolução e resposta como Resposta em Branco (RB).

De acordo com esses níveis, temos a seguir o gráfico 1 que demonstra o percentual dos níveis de raciocínio combinatório dos estudantes da nossa pesquisa.

Gráfico 1 – Percentual dos níveis de raciocínio dos estudantes

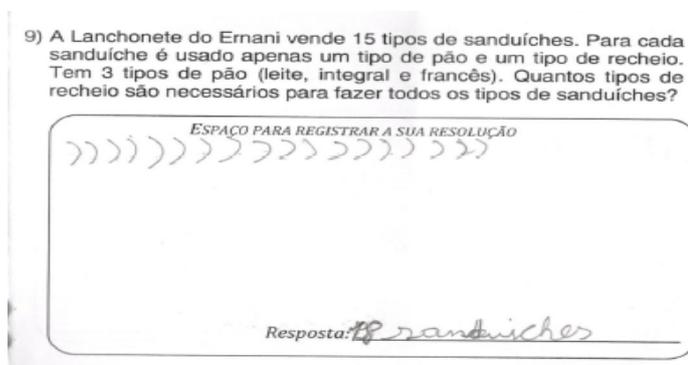


Fonte: Dados da pesquisa

Como é mostrado na figura 1, o maior percentual do tipo de raciocínio encontrado nas respostas desses estudantes está relacionado ao nível R1 (59%), isto é, relativo à Ausência de Raciocínio Combinatório. É importante esclarecer que fazem parte desse nível de raciocínio não somente as respostas que indicam a ausência de raciocínio combinatório (respostas que consideram apenas uma possibilidade e nunca uma combinação de possibilidades), mas também as respostas que apresentaram inversão de operação.

A figura 2 apresenta um exemplo de Ausência de Raciocínio extraída do protocolo de um dos estudantes ao tentar resolver a questão 9. Ele somou os dados da questão e fez o desenho para representar a adição.

Figura 2: Resolução dos estudantes 1A5099 na situação 9



Fonte: Dados da pesquisa

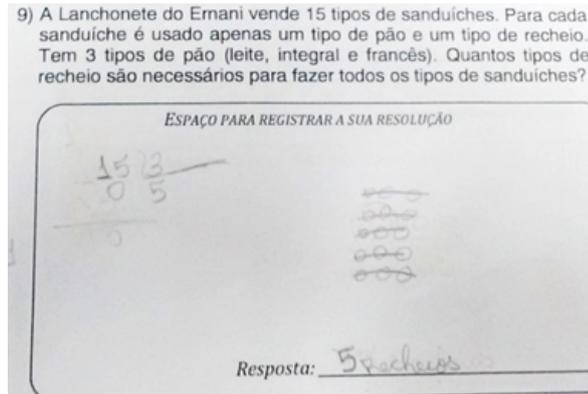
Esta situação-problema envolve o produto cartesiano, do tipo parte-todo, isto é, é informado o todo e uma das partes e solicita-se a outra parte. Para resolvê-la é necessário dividir a quantidade total de sanduíches pelo número de pães para que assim se possa encontrar a quantidade de recheios disponíveis. Mas ao desenhar os traços, o aluno representou a quantidade da soma dos dados presentes na situação (15 tipos de sanduíches mais 3 tipos de pão).

O segundo maior percentual classificados nos protocolos dos estudantes foi o Nível RB (24%). Isto é um indicador que aproximadamente $\frac{1}{4}$ desses estudantes nem sequer tentaram resolver as situações-problema propostas. Nesse caso não é possível inferir nenhum tipo de raciocínio, mesmo a ausência dele.

Dos níveis de raciocínio presente nos esquemas dos estudantes, o que apresentou o terceiro maior percentual foi a Presença de Raciocínio Combinatório (R3). Isto é 13% dos esquemas dos estudantes apresentavam a resposta correta da situação proposta, ou seja, explicitavam todas as possibilidades de um determinado evento acontecer.

Na Figura 3 apresentamos um exemplo que ilustra com a resolução do protocolo nº 1A5053 os tipos de esquemas que foram classificados com este nível de raciocínio.

Figura 3: Resolução dos estudantes nº1a5053na situação 9



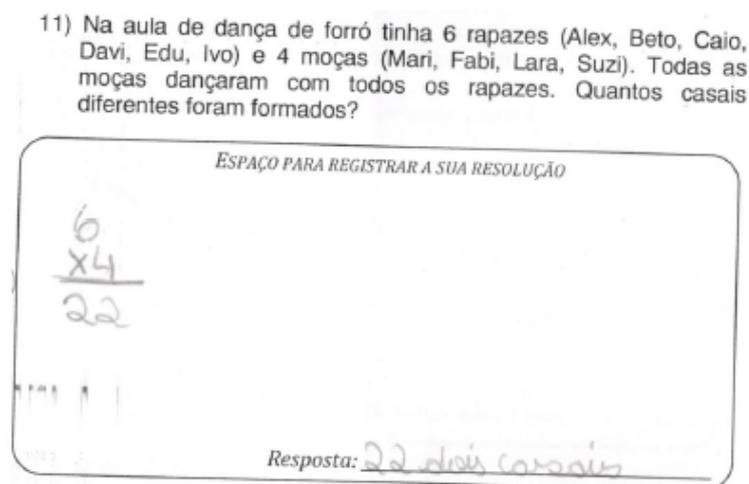
Interpretamos que na resolução desta situação, o estudante utilizou o algoritmo da multiplicação, mas para embasar a sua resposta ainda fez uso de outro método de resolução. Observe na figura 3 que cada bolinha representa um tipo de sanduíche e que foram agrupados em grupos de três, representando assim os tipos diferentes de pão. Assim o estudante chegou a conclusão de que são necessários 5 tipos de recheio.

Dessa maneira, consideramos que o estudante faz corretamente a resolução da situação dada, pois o mesmo explicita, por meio de diagrama, todas as possibilidades de o evento acontecer e, além disso, faz uso da operação de multiplicação. Estes resultados nos levaram a concluir que tal esquema se enquadra no nível Presença de Raciocínio Combinatório (R3).

O nível de raciocínio que teve a menor índice percentual foi o Índice de Raciocínio (R2), com 5% dos esquemas dos estudantes apresentando este raciocínio. Neste nível foram classificados os raciocínios que apresentavam as possibilidades de um determinado evento acontecer, sendo que alguns sem conseguir esgotá-los. Eram listadas algumas possibilidades, mas não eram concluídas as possibilidades em seu total. Houve estudantes que listaram as possibilidades corretamente e outros que listaram incorretamente.

Na Figura 4 apresentamos um esquema que exemplifica com a resolução dada pelo protocolo nº 1ª5040, o Índice de Raciocínio Combinatório (R2).

Figura 4: Resolução encontrada no protocolo nº 1^a5040 na situação 11

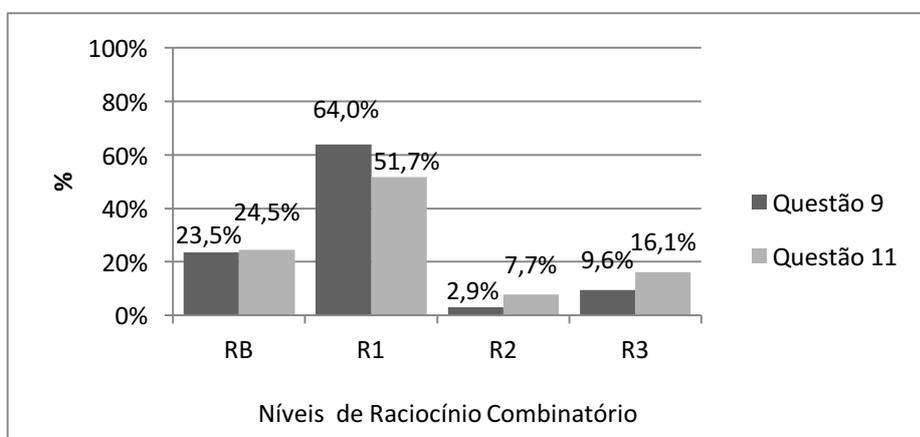


Fonte: Dados da pesquisa

Observamos aqui que a situação apresentada na figura 4 pode ser resolvida empregando-se o Princípio Multiplicativo. O estudante foi capaz de perceber que o número de casais formados pode ser obtido pela multiplicação entre o número de rapazes e o número de moças e por esse motivo ele faz uso do algoritmo da multiplicação. Contudo, o mesmo não conseguiu obter o resultado correto para a situação o que caracteriza o nível de raciocínio presente em seu esquema como um Indício de raciocínio (R2).

Realizada a análise geral níveis de raciocínio, partimos para uma análise detalhada desses níveis por ano escolar. Observe o gráfico da figura 5 que apresenta o percentual dos níveis de raciocínios identificado por ano escolar.

Gráfico 2: Percentual dos níveis de raciocínio dos alunos por questão



Fonte: dados da pesquisa

Os dados apontam que, os alunos do 5º ano, quando comparamos os níveis de Ausência de Raciocínio (R1) e de Presença de Raciocínio (R3), na questão 11, percebemos que a medida que o desempenho dos alunos foi menor no R1 inversamente foi maior em R3. Mesmo que essas diferenças de percentual, se comparadas com a questão 9, foram significativamente pequenas (entre 7% e 13%, aproximadamente).

5. Considerações Finais

Este estudo nos permitiu identificar que, apesar da diferença de percentuais de R1 para o R3 serem altos (de 59% para 13%) eles foram menores do que os percentuais do estudo de Santana e Oliveira (2015).

Os resultados do estudo se assemelham com os de Santana e Oliveira (2015) que mostram uma maior percentual no R1, em seguida do RB, tendo uma diferença nos resultados dos dois últimos níveis, em que o R2 possui um percentual menor do que o R3, diferindo da pesquisa das autoras supracitadas.

Nesta pesquisa ficou explícito que os estudantes tiveram um baixo desempenho em situações-problema de combinatória, nos levando a várias reflexões a respeito de que forma esse conteúdo é abordado em sala de aula, e principalmente em qual série. Nesse sentido, nosso estudo pode contribuir para que os professores possam refletir sobre sua prática, repensá-la e assim instigar nos estudantes o raciocínio combinatório através da resolução de situações-problema.

Referências

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC, 1998.
- GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- MORO, M.L.F. SOARES, M.T.C. **Níveis de raciocínio combinatório e produto cartesiano na escola fundamental**. Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v. 8, n. 1, pp. 99-124, 2006.
- PESSOA, C; BORBA, R. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série**. ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp, v. 17, jan./jun., 2009.
- PESSOA, C; BORBA, R. **O Desenvolvimento do Raciocínio Combinatório na Escolarização Básica**. Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v.1, n.1. 2010.

OLIVEIRA, T. SANTANA, E. **O raciocínio combinatório revelado ao longo da Educação Básica.** *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática.* v.8(3), p 189-213, 2014.

RUDIO, F. V. *Introdução ao projeto de pesquisa.* Rio de Janeiro: Vozes, 1986.

SANTOS, Aparecido dos. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas: reflexões teóricas e práticas** – 1. Ed. – Curitiba: Appris, 2015. p.123-125.

VERGNAUD, G. A. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990. VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). *Acquisition of Mathematics concepts and processes.* New York: Academic Press Inc., 1983. p. 127-174.