

ESTRUTURA MULTIPLICATIVA: EXISTE RELAÇÃO ENTRE O QUE O PROFESSOR ELABORA E O DESEMPENHO DE SEUS ESTUDANTES?

Vera Merlini

*Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC
vera.merlini@gmail.com*

Valéria Conceição dos Santos

*Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC
valconceicao24@gmail.com*

Mariana Oliveira Santos

*Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC
marimatematica09@gmail.com*

Jaqueline Santana de Souza Santos

*Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC
jaquesouza.santana@gmail.com*

Resumo:

Este trabalho visa comparar e discutir a relação existente entre o que os professores dos anos finais do Ensino Fundamental elaboram e o desempenho dos seus estudantes do 8º e 9º ano em situações que contemplam a Estrutura Multiplicativa. Este estudo se apoia nas ideias teóricas de Vergnaud e faz parte de dois projetos que se entrelaçam, um financiado pela CAPES (E-Mult) e o outro pela FAPESB (PEM). Os dados analisados foram coletados em duas escolas públicas dos anos finais do Ensino Fundamental no interior da Bahia. Aos 14 professores, que lecionam Matemática, foi solicitado que elaborassem oito situações pertencentes à estrutura multiplicativa e aos 271 estudantes foi aplicado um teste diagnóstico, contendo 14 situações cuja resolução requer operações de multiplicação e divisão. O resultado dessa análise comparativa permite evidenciar a correlação que existe entre as situações elaboradas pelos professores e o desempenho de seus estudantes no teste.

Palavras-chave: Ensino Fundamental; anos finais; estrutura multiplicativa; professores; estudantes.

1. Introdução

Este estudo é um recorte de dois projetos E-Mult¹ e PEM² que se entrelaçam, e tem como objetivo comparar e discutir a concepção de professores dos anos finais do

¹ Um Estudo Sobre o Domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental financiado pela CAPES sob nº 15727

² Estruturas Multiplicativas e a formação de professores que ensinam Matemática financiado pela FAPESB sob o nº PES0019/2013

Ensino Fundamental e o desempenho dos seus estudantes do 8º e 9º ano em situações que contemplam a Estrutura Multiplicativa.

A respeito da estrutura multiplicativa, os Parâmetros Curriculares Nacional (PCN) (BRASIL, 1998), destacam a importância do professor trabalhar com um conjunto de situações que possam explorar as operações de multiplicação e divisão, uma vez que essas operações estão interligadas, baseado em um campo mais amplo de significados do que se tem normalmente trabalhado.

Nesse sentido, acreditamos que a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) proposto por Vergnaud (1991) poderá contribuir para subsidiar o professor no processo de ensino de Matemática, em especial da Estrutura Multiplicativa. A TCC desenvolvida pelo professor e pesquisador francês Gérard Vergnaud, é uma teoria cognitivista, pois visa à compreensão de como as crianças constroem os conhecimentos matemáticos. Segundo Vergnaud (1991, p.155) a principal finalidade da TCC “é fornecer um quadro que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, nas crianças e nos adolescentes, entendendo por conhecimentos, tanto o saber fazer como os saberes expressos”.

Sobretudo, Vergnaud é enfático quando se refere à formação do conceito, pois afirma que “um conceito não pode ser reduzido a sua definição pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino” (1991, p. 156). Desse modo, entendemos que para a formação de um conceito é de suma importância pensar na relação existente entre ele e uma diversidade de situações. Do mesmo modo que, uma situação por mais simples que ela se apresente, envolve vários conceitos e que, portanto, não faz sentido pensar na formação de um conceito, mas sim na formação de um campo conceitual.

A esse propósito, um campo conceitual, pode ser entendido como sendo um conjunto de problemas ou situações (ibid, 1991). E nessa perspectiva, Vergnaud propõe a terna (S, I, R) para a construção de um determinado conceito, em que: S é um conjunto de situações; I é o conjunto de invariantes do conceito; e R é o conjunto de representação simbólica.

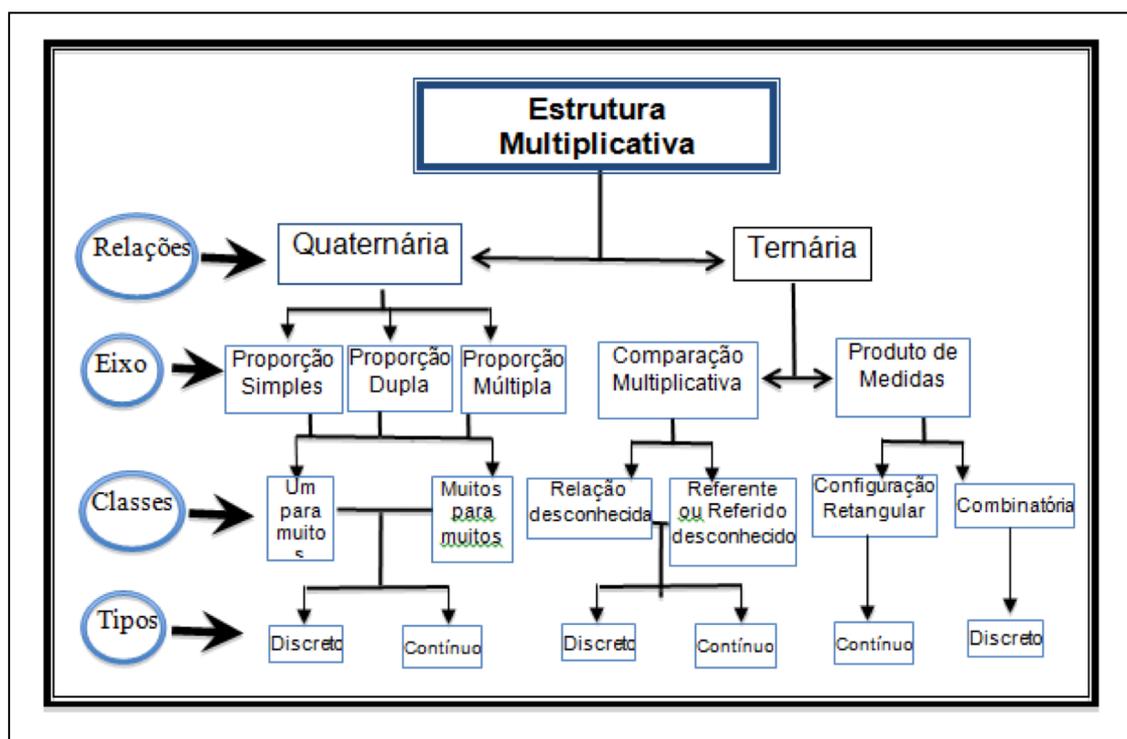
2. O Campo Conceitual Multiplicativo

O Campo Conceitual Multiplicativo se refere a conjunto de situações e conceitos, que envolvem a multiplicação, a divisão ou a combinação das duas. Dentre elas temos: razão, proporção, função linear, número racional, fração, taxa. Para tanto, para análise e tratamento dessas situações é necessário o domínio de uma diversidade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, todas estas interligadas uma com as outras.

Assim, de acordo com essa teoria, para favorecer a aprendizagem do estudante, é necessário que o professor apresente uma diversidade de situações envolvendo a estrutura multiplicativa. Segundo o autor, uma situação está atrelada a uma diversidade de conceitos e, por sua vez, para a formação de um conceito quanto mais situações diferenciadas forem apresentadas ao aluno maior a possibilidade de sua aprendizagem.

Nesse sentido, a multiplicação não deve ser apresentada ao aluno somente como uma soma de parcelas iguais, mas sim abranger a todos os conceitos que perpassam a multiplicação, que são ideias de: proporcionalidade, divisão, combinatória, adição de parcelas iguais, organização retangular (VERGNAUD, 2009).

Para melhor compreensão desta estrutura Magina, Santos e Merlini (2015) fizeram a elaboração de um esquema do Campo Conceitual Multiplicativo contendo todos os elementos das duas relações citadas anteriormente.



**Quadro 1: Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo elaborado por Magina, Santos e Merlini
Fonte: Santos (2015)**

Esse quadro foi elaborado por Magina, Santos e Merlini (2012) a partir de uma releitura feita com o intuito de sintetizar o Campo Conceitual Multiplicativo de Vergnaud (2009).

Segundo o Vergnaud (Ibid), o Campo Conceitual Multiplicativo é composto por: relação quaternária e relação ternária. Uma relação é tida como quaternária quando há quatro quantidades, relacionadas duas a duas de mesma grandeza, em que é dada três quantidades e se procura a quarta. A relação quaternária é formada por três eixos: proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla. Cada um desses eixos se subdivide em duas classes: um para muitos e muitos para muitos, sendo que cada um dessas classes admitem quantidades dos tipos discreta e contínua.

É importante destacar que para o eixo de proporção simples na classe de um para muitos, temos dois modelos de divisão que, segundo Fischbein (1985) são intuitivos, sendo um deles atrelado ao ato de repartir (situações que indicam a ideia de partição) e o outro à medida (situações que indicam a quota). O primeiro modelo está relacionado à divisão entre quantidades de grandezas distintas (por exemplo: 15 bolas de gude para 5 crianças), o segundo entre o total da quantidade de uma grandeza (por exemplo: 15 bolas de gude) pela quota (por exemplo: 3 bolas de gude por criança).

Não pretendemos esgotar todas as situações relativas à relação quaternária, mas daremos alguns exemplos de cada um dos eixos:

Eixo de proporção simples – Classe de um para muitos

Exemplo 1: *Em um pacote tem 3 figurinhas. João tem 5 pacotes, quantas figurinhas ele tem?* (Duas grandezas: pacotes e figurinhas; operação de resolução multiplicação)

Exemplo 2: *João comprou 15 figurinhas. Sabendo que em cada pacote tem 3 figurinhas, quantos pacotes João comprou?* (Duas grandezas: pacotes e figurinhas; operação de resolução divisão quotitiva)

Exemplo 3: *Se João comprou 15 figurinhas que vieram em 5 pacotes, quantas figurinhas vem em cada pacote?* (Duas grandezas: pacotes e figurinhas; operação de resolução divisão partitiva)

Classe muitos para muitos

Exemplo 4: *João comprou 4 pacotes e vieram 12 figurinhas. Carlos comprou 5 pacotes, quantas figurinhas vieram?* (Duas grandezas: pacotes e figurinhas; operações de resolução multiplicação e divisão)

Eixo de proporção dupla – Classe de um para muitos

Exemplo 5: *Em média, uma pessoa deveria consumir 5 litros de água em dois dias. Um grupo de 4 pescadores saiu para pescar em alto mar. Sabendo que a previsão é passar 6 dias no barco, quantos litros de água, no mínimo, eles deveriam ter levado?*

Eixo de proporção múltipla – Classe de um para muitos

Exemplo 6: *Para preparar um bolo de cenoura, a vovó tem uma receita que para cada 3 cenouras médias são necessários 2 xícaras de açúcar, e para cada xícara de açúcar colocamos 2 ovos. Se colocarmos 6 cenouras médias, quantos ovos precisaremos?*

A relação ternária se compõe por dois eixos: comparação multiplicativa e produto de medidas. O eixo comparação multiplicativa pode ser trabalhado com as classes: referido, referente ou relação desconhecida. Essas classes podem ser trabalhadas com quantidades do tipo discreta ou contínua. O eixo produto de medidas é composto por duas classes: configuração retangular e combinatória. Em situações desse eixo temos duas quantidades e procuramos a terceira, que será resultado da composição dos dois elementos presentes na situação. Na classe configuração retangular o tipo de quantidade que podemos trabalhar é especificamente a contínua. Quanto à classe de combinatória, esta se apresenta apenas e tão somente com quantidades do tipo discreta. Para ilustrar trazemos alguns exemplos.

Eixo de Comparação Multiplicativa – Classe Referente desconhecido

Exemplo 7: *João tem a metade de figurinhas que Carlos tem. Se João tem 12, quantas figurinhas tem Carlos?* (Operação multiplicação)

Classe Referido desconhecido

Exemplo 8: *João tem metade de figurinhas que Carlos tem. Carlos tem 24 figurinhas, quantas figurinhas João tem?* (Operação divisão)

Classe Relação desconhecida

Exemplo 9: *João tem 12 figurinhas e Carlos tem 24 figurinhas. Quantas vezes Carlos tem mais figurinhas do que João?* (Operação divisão)

Eixo de Produto de Medidas – Classe Combinatória

Exemplo 10: *Carolina tem 4 bermudas e 5 blusas. De quantas maneiras diferentes ela poderá se vestir?* (Operação multiplicação)

Exemplo 11: *Carolina tem bermudas e camisetas de tal forma que pode se vestir de 20 maneiras diferentes. Se ela tem 4 bermudas, quantas são as camisetas?* (Operação divisão)

Classe Configuração retangular

Exemplo 12: *Carolina tem um tapete na sua sala, de formato retangular, que mede 2 metros por 3 metros. Qual é a área do tapete de Carolina?* (Operação Multiplicação)

Exemplo 13: *Carolina tem um tapete de formato retangular de 6 metros quadrados. Sabendo que um lado do tapete mede 2 metros, qual a metragem do outro lado?* (Operação Divisão).

Como citamos anteriormente, essas são algumas das inúmeras situações que podemos criar levando em consideração as operações de resolução, os tipos de grandezas (quantidades discreta ou contínua), assim como o conjunto numérico.

3. Metodologia

A proposta de pesquisa do presente estudo está fundamentada em um estudo diagnóstico que, de acordo com Rudio (2001) o pesquisador buscar conhecer e interpretar a realidade, contudo sem a intenção de interferir para modifica-la. Os sujeitos participantes desse estudo foram professores e estudantes. Nesse estudo tivemos 14 professores de duas escolas públicas do interior da Bahia que lecionam do 6º ao 9º ano. Quanto aos estudantes, esses foram 271 das escolas desse professores, que na ocasião da coleta de dados cursavam o 8º e 9º ano.

No que concerne à coleta de dados, aos 14 professores foi solicitado que elaborassem oito situações que, para a sua resolução, fosse necessária a utilização da operações de divisão, de multiplicação ou ainda a combinação entre as duas. Para essa elaboração ficou estabelecido que os professores não teriam acesso em qualquer tipo de material de apoio, como por exemplo o livro didático. Aos 271 estudantes foi aplicado um teste diagnóstico, composto por 14 situações pertencentes à Estrutura Multiplicativa. A aplicação do teste foi feita coletivamente e os estudantes resolveram sem consulta e individualmente.

Para análise dos dados deste artigo faremos uma comparação entre as situações elaboradas pelos professores e o desempenho dos estudantes na resolução das 14 situações do teste diagnóstico que fora aplicado.

4. Análise dos dados

Nesta seção apresentamos a análise dos dados, dando início pelas situações elaboradas pelos professores. Os professores elaboraram, ao todo, 112 situações (produto entre 14 professores e 8 situações) contudo, segundo Souza (2015), 28 (25%) delas foram situações não aproveitadas. Essas situações tidas como “não aproveitadas” apresentavam alguma irregularidade como por exemplo: falta de dados, situações não multiplicativas, entre outras. Dessa forma, para efeito dessa estudo, foram consideradas 84 situações, tidas como “aproveitáveis” (SOUZA, 2015), as quais serão analisadas e categorizadas de acordo com os eixos apresentados no Quadro 1. Além disso, discutiremos quais são as operações, relacionadas à estrutura multiplicativa, indicadas para resolução dessas situações.

Os dados da tabela 1 apresenta a quantidade e o percentual da situações elaboradas pelos professores, de acordo com os eixos desse Campo Conceitual.

Tabela 1: Classificação das 84 questões elaboradas pelos professores

Eixo	Proporção Simples	Proporção Dupla	Comparação Multiplicativa	Produto de Medida
Qtde N = 84	70 de 84 (83,3%)	1 de 84 (1,2%)	6 de 84 (7,1%)	7 de 84 (8,4%)

Fonte: Souza (2015)

Analisando os dados da tabela 1, podemos perceber que os professores elaboram com grande predominância situações relacionados à proporção simples. Este fato pode estar relacionado a duas razões: a primeira pelo fato de que neste eixo pode ser elaborada uma quantidade maior de situações, tendo a possibilidade de contemplar as operações de multiplicação ou divisão na correspondência um para muitos, a combinação entre as duas operações na correspondência muitos para muitos e ainda considerando as quantidades discreta e contínua.

A outra razão pode estar atrelada à ideia que os professores têm das situações que fazem parte do Campo Conceitual Multiplicativo, cuja resolução permite o uso do tratamento didático da adição de parcelas repetidas. De fato, esse tipo de resolução faz parte do eixo de proporção simples (em especial na correspondência um para muitos), mas se restringe no conjunto numérico dos naturais.

Na sequência apresentamos os dados da Tabela 2 que versam a respeito da distribuição das situações elaboradas classificadas quanto à operação, referente à estrutura multiplicativa, indicada para sua resolução.

Tabela 2: Distribuição das situações elaboradas pelos professores quanto à operação

Operação	Multiplicação	Divisão Partitiva	Divisão Quotitiva	Divisão/Multiplicação
Qtde N = 84	51 de 84 (60%)	25 de 84 (30%)	4 de 84 (5%)	4 de 84 (5%)

Fonte: Souza (2015)

Ao analisarmos as operações requeridas das 84 situações elaboradas, podemos perceber que a maioria (60%) requer a operação de multiplicação para sua resolução. Outro ponto que podemos salientar é que a operação de divisão aparece tão somente nos eixos da relação quaternária, em que das 70 situações de proporção simples, destacamos que, 66 delas (94%) pertencem à classe um para muitos, tendo 37 (53%) que solicita para sua resolução a operação de multiplicação e 29 a operação de divisão (25 divisão partitiva e quatro divisão quotitiva). As quatro situações que solicitam as operações de multiplicação e divisão, simultaneamente, pertencem à proporção simples da classe muitos para muitos.

Quanto as situações classificadas nos outros dois eixos, comparação multiplicativa e produto de medidas, requisitam tão somente a operação de multiplicação. Esses dados apontam que os professores, ao pensarem em situações da estrutura multiplicativa, tendem a elaborar aquelas que exigem a operação de multiplicação para resolvê-las.

Dando continuidade, passamos a analisar o desempenho dos estudantes. Como já fora citado, foram 271 estudantes que responderam a um teste contendo 14 situações de estrutura multiplicativa, perfazendo um total de 3794 possíveis respostas, produto entre 271 estudantes e 14 situações. Dentre as 14 situações, seis eram do eixo de proporção simples, uma do eixo de proporção dupla, três do eixo de comparação multiplicativa, e quatro do eixo de produto de medidas. No âmbito geral, a quantidade de acertos foi de 1456 respostas, atingindo patamares de 38,37%, o que consideramos baixo. Vamos analisar o desempenho dos estudantes por eixo e avaliar se o que encontramos condiz com a elaboração dos professores. Levando em consideração a quantidade de possíveis respostas em cada eixo, temos:

Tabela 3: Desempenho dos 271 estudantes do 8º e 9º ano por eixo

Eixo	Proporção Simples N=1626	Proporção Dupla N=271	Comparação Multiplicativa N=813	Produto de Medidas N=1084
Qtde	820	48	329	259
(%)	(50,4%)	(17,7%)	(40,5%)	(23,9%)

Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com os dados apresentados na Tabela 3, podemos observar que há certa coerência entre o que o professor elabora e o desempenho dos estudantes. Apesar do maior índice de acerto não passar dos 51%, esse se refere às situações do eixo que o professor mais elaborou, o de proporção simples. Outro fato que nos chama a atenção que o menor desempenho está relacionado ao eixo em que os professores das 84 situações elaboradas apenas uma pertence ao de proporção dupla.

A próxima análise do desempenho dos estudantes corresponde à operação requerida para a resolução das situações. Para tanto descrevemos a tabela com o desempenho dos 271 estudantes por eixo e operação mais indicada. Destacamos que tivemos cinco situações que requeriam para sua resolução a operação de multiplicação (eixos de proporção simples, de comparação multiplicativa e de produto de medidas),

uma de divisão partitiva, uma de divisão quotitiva (ambas referentes ao eixo de proporção simples da classe um para muitos), três de divisão e multiplicação (eixo de proporção simples da classe muitos para muitos) e quatro de divisão (referentes às situações da relação ternária).

Tabela 4: Desempenho dos 271 estudantes do 8º e 9º ano de acordo com a operação mais indicada

Operação	Multiplicação N=1355	Divisão Partitiva N=271	Divisão Quotitiva N=271	Divisão/ Multiplicação N=813	Divisão N=1084
Qtde (%)	688 (50,8%)	197 (72,7%)	172 (63,5%)	208 (25,6%)	191 (17,6%)

Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com os dados da Tabela 4, podemos observar que os estudantes tiveram melhor desempenho em situações que requerem a operação de divisão quotitiva e partitiva. Apesar de parecer uma incoerência com as operações das situações elaboradas pelos professores, essas operações são típicas de situações do eixo mais contemplado por eles, qual seja o de proporção simples, da correspondência um para muitos. Além disso, a operação de multiplicação perpassou por três eixos (proporção simples, comparação multiplicativa, produto de medidas). Tanto isso procede que situações da relação ternária que requisitavam a operação de divisão, o índice de acerto dos estudantes não ultrapassou o patamar de 18%.

5. Considerações Finais

Cabe salientar que o objetivo desse estudo foi o de comparar e discutir a concepção de professores dos anos finais do Ensino Fundamental e o desempenho dos seus estudantes do 8º e 9º ano em situações que contemplam a Estrutura Multiplicativa. Para tanto, analisamos 84 situações elaboradas por professores dos anos finais do Ensino Fundamental, tidas como aproveitáveis, e comparamos com o desempenho de 271 de seus estudantes do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental.

Os resultados dessa análise demonstram que há uma correlação entre o que o professor elabora e o desempenho do estudantes. Isso ficou evidenciado na medida em que 83,3% das situações elaboradas por professores e maioria dos acertos dos estudantes (50,4%) estão atrelados à relação quaternária no eixo de proporção simples.

No que se refere às operações mais indicadas para a resolução, por um lado houve uma tendência maior entre os professores a opção pela multiplicação (60%). Por outro lado, os estudantes tiveram maior êxito em situações de divisão (quotitiva e partitiva, respectivamente). Contudo se observamos o desempenho na operação de divisão (da qual estavam incluídas as situações da relação ternária) os estudantes apresentaram baixo desempenho, uma vez que apenas 17,6% deles conseguiram acertar tais situações com esse tipo de operação. Podemos inferir que em situações da relação ternária, dos eixos de comparação multiplicativa e produto de medidas, não faz sentido em utilizar resolução cujo tratamento didático esteja atrelado à adição de parcelas repetidas.

Dessa forma, o que queremos afirmar que, para esses dados analisados, existe sim uma correlação entre o que o professor elabora e o desempenho dos estudantes. Se o que buscamos é que o estudante tenha compreensão dos conceitos imbuídos na estrutura multiplicativa, mesmo tendo ciência que a relação quaternária proporciona uma gama maior de situações, é necessário trabalhar com situações que contemplem também a relação ternária, aquelas que para sua resolução utilizam tanto a operação de multiplicação, quantos a operação de divisão.

6. Referências

- FISCHBEIN, E., DERI, M., NELLO, M., MARINO, M. The rule of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. In: **Journal of Research in Mathematics Education**, pp. 3-17. 1995.
- MAGINA, S. SANTOS, A. MERLINI, V. A estrutura multiplicativa sob a ótica da teoria dos campos conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 2012, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza, 2012. p. 1-12.
- RUDIO, F.V. **Introdução ao Projeto de Pesquisa Científica**. 32.ed. Petrópolis: Vozes, 2001.
- SANTOS, A. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas: reflexões teóricas e práticas** – 1. Ed. – Curitiba: Appris, 2015.
- SOUZA, E.I.R. **Estruturas multiplicativas: concepção de professor do ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado. Ilhéus, UESC, 2015.
- VERGNAUD, G. **A Teoria dos Campos Conceituais**. In Brun, J. **Didática da Matemática**. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

_____. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino de matemática na escola elementar.** Tradução Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Ed.da UFPR, 2009.