

FUNÇÃO QUADRÁTICA: ANÁLISE DE UMA QUESTÃO DA AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

*Prof.^a Dra. Nielce Meneguelo Lobo da Costa
Universidade Anhanguera de São Paulo
nielce.lob@gmail.com*

*Prof.^a Vera Mônica Ribeiro
Universidade Anhanguera de São Paulo
veramonica@terra.com.br*

Resumo:

Este artigo é um recorte de uma pesquisa de mestrado que objetiva investigar a Avaliação de Aprendizagem em Processo de Matemática (AAP). Esta avaliação, de caráter diagnóstico, é aplicada aos alunos da Educação Básica da Rede Estadual Paulista desde 2011. Neste estudo analisamos uma questão da AAP sobre funções. Tal apreciação foi realizada em um episódio, no qual professores de Matemática participantes de um Projeto do Programa Observatório da Educação analisaram questões. A pesquisa foi qualitativa, com análise interpretativa e coleta por questionário, protocolos e gravações áudios-visuais dos encontros. A análise revelou que a questão em evidência dialoga com habilidades do Caderno do Professor (material disponibilizado para os professores da Rede), o Currículo de Matemática do Estado de São Paulo e as Matrizes de Referência do Saesp. A resolução e discussão em grupo colaboraram para a averiguação de diferentes estratégias de resolução possibilitando um novo olhar ao processo avaliativo.

Palavras-chave: Avaliação; Aprendizagem; Processo; Função

1. Introdução

No campo educacional a avaliação é considerada como um processo coordenado de análise de resultados relativos a conhecimentos de estudantes. Resultados esses que são obtidos através de instrumentos avaliativos, tais como, provas escritas e orais, testes, participação nas aulas, etc. As avaliações objetivam acompanhar o processo educativo e identificar se as metas educacionais estabelecidas estão sendo atingidas, tanto as do professor com suas turmas quanto as dos órgãos governamentais quanto aos sistemas de ensino.

Vale ressaltar que a avaliação interna é a realizada pelo professor em sala de aula e ela favorece a análise dos processos de ensino e de aprendizagem, uma vez que proporcionam informações específicas as quais retratam o seu próprio trabalho e a realidade de seus alunos, já a avaliação externa é um instrumento mais adequado para a elaboração de políticas públicas do sistema de ensino e redirecionamento das metas das escolas, pois elas espelham o desempenho de um conjunto de alunos e buscam garantir a qualidade da educação.

Neste artigo abordamos a Avaliação da Aprendizagem em Processo (AAP) que é uma avaliação externa aplicada na rede estadual de São Paulo e, segundo seus elaboradores, tem caráter diagnóstico, para obter informações sobre as habilidades cognitivas, noções e procedimentos matemáticos já desenvolvidas pelos estudantes, de modo a subsidiar a (re) organização dos processos de ensino e aprendizagem.

A AAP é uma ação elaborada por uma parceria entre a Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas da Secretaria da Educação (CENP), as Diretorias Regionais de Ensino da Coordenadoria do Ensino do Interior (CEI) e a Coordenadoria de Ensino da Região Metropolitana da Grande São Paulo (COGESp). Os resultados da AAP devem subsidiar as ações didáticas, especialmente aquelas com foco nos processos de recuperação continuada e paralela dos alunos. Os elaboradores entendem que dessa maneira a AAP contribui e apoia os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam na Educação Básica da Rede Estadual de São Paulo, ao fornecer resultados e *feedback* sobre a aprendizagem dos alunos. Implantada em 2011, a AAP iniciou com foco no 6º ano do Ensino Fundamental e na 1ª série do Ensino Médio (EM), hoje abrange todos os anos e séries da Educação Básica nas escolas da Rede.

Destacamos que as avaliações externas podem confirmar quais são as habilidades matemáticas que o aluno consegue disponibilizar ou acionar para resolver as questões propostas. Todavia, uma avaliação externa é limitada, ou seja, ela pode não contemplar a amplitude dos conteúdos curriculares e nem as habilidades realmente desenvolvidas pelos alunos, apresentando um recorte que pode estar em desacordo com os conteúdos realmente trabalhados em aula pelo professor e dessa forma diagnosticar nem sempre de modo adequado.

Este artigo é um recorte de uma pesquisa de mestrado em andamento. Nessa pesquisa questões contidas na AAP foram analisadas e estudadas por professores de Matemática do Ensino Médio. Tal pesquisa se desenvolve no âmbito de um Projeto do Programa Observatório da Educação, da CAPES/ Inep (nº 19366 Edital 49/2012), aqui intitulado Projeto OBEDUC Práticas. Neste texto o objetivo é o de discutir uma questão sobre função contida na AAP, a partir da análise e das reflexões feitas sobre a questão por professores participantes do Projeto.

2. Pressupostos Teóricos e Metodológicos da Pesquisa

A fundamentação teórica da pesquisa maior que subsidia este artigo, no tocante à avaliação e suas funções, vêm de autores como Haydt (1997), que as classifica como tendo as funções: avaliação diagnóstica, formativa e somativa.

A avaliação diagnóstica, realizada geralmente no início de um processo de aprendizagem, tem como finalidade averiguar os conhecimentos prévios identificando as dificuldades e possíveis causas, na tentativa de corrigi-las. A avaliação formativa verifica se os objetivos previstos estão sendo alcançados e fornece dados para aprimorar o processo de ensino e de aprendizagem, portanto é comumente realizada no decorrer do processo. A avaliação somativa apresenta como finalidade a classificação dos resultados obtidos através de níveis de aproveitamento anteriormente definidos e é realizada normalmente na etapa final do processo.

Segundo essa classificação, podemos afirmar que a AAP se caracteriza como diagnóstica, uma vez que, a avaliação com função diagnóstica, como expõe Haydt (1997):

... permite determinar a presença ou ausência dos pré-requisitos necessários para que as novas aprendizagens possam efetivar-se. Mas a avaliação diagnóstica tem, também, outro propósito: identificar as dificuldades de aprendizagem, tentando discriminar e caracterizar suas possíveis causas. (p.23)

Além disso, a autora argumenta que avaliações periódicas favorecem várias amostras das aprendizagens dos alunos e os estimulam a estudar sempre. Contudo, vale enfatizar que a avaliação não é um fim em si mesmo, mas é um meio de aperfeiçoar os processos de ensino e de aprendizagem sendo útil, portanto tanto para o aluno quanto para o professor.

Buriasco (2000) argumenta que a avaliação deve ser um processo e que sua função primordial é o de melhorar os processos de ensino e de aprendizagem.

Avaliar pressupõe definir princípios em função de objetivos que se pretendem alcançar; estabelecer instrumentos para a ação e escolher caminhos para essa ação; verificar constantemente a caminhada, de forma crítica, levando em conta todos os elementos envolvidos no processo. Sendo assim, ela não possui uma finalidade em si, mas sim subsidia o curso de uma ação que visa um resultado previamente definido. (p.159)

Assim sendo, a avaliação deve conter objetivos claros e, tanto a forma de avaliar quanto os instrumentos avaliativos devem contribuir para a aprendizagem dos alunos e para promover reflexão sobre a prática docente. Portanto, o processo de avaliação deve contribuir

para que o aluno e o professor elucidem dúvidas, reflitam e revejam conceitos visando melhorar o movimento de ensinar e de aprender.

A pesquisa caracterizou-se como qualitativa do tipo pesquisa-ação, seguindo a definição de Thiollent (1985):

A pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. (p.14)

De acordo com esse autor a pesquisa-ação é uma estratégia metodológica em que ocorre interação entre pesquisador e os sujeitos da pesquisa tanto a partir do convívio quanto dos diálogos presentes, resultando na relevância das soluções para os problemas abordados. O objeto da investigação é constituído pela situação social e pelos problemas de diferentes naturezas encontradas na situação e o propósito da pesquisa-ação depende da resolução ou elucidação do problema observado e do acompanhamento das atividades dos atores, das suas decisões e ações durante o processo.

Para atingir o objetivo, a pesquisa maior envolveu o desenvolvimento de um processo formativo com foco na AAP, abordando seus objetivos, características, histórico e questões que envolvem funções. Os oito professores participantes resolveram, classificaram, analisaram e discutiram coletivamente todas as questões sobre funções presentes nas oito primeiras edições da AAP (2011 a 2015). O processo formativo foi constituído por cinco encontros semanais de três horas. A coleta de dados se deu por meio de um questionário de entrada, dos protocolos das atividades desenvolvidas ao longo dos encontros, do diário de bordo da pesquisadora e das gravações em áudio e vídeo dos encontros. Coletados os dados, a análise foi interpretativa.

A seguir apresentamos um episódio, selecionado para discussão neste texto, no qual os professores participantes analisaram uma questão da AAP.

3. Episódio do Processo Formativo: Análise de uma Questão da AAP

O episódio consistiu em uma proposta de atividade na qual os professores escolheram uma questão para ser analisada. A análise envolveu identificar a síntese da tarefa matemática a ser realizada pelo aluno ao resolver a questão; classificá-la de acordo com o Currículo do

Paulo, com o Caderno do Professor e com a Matriz de Referência do Saresp. Posteriormente, deveriam analisá-la quanto à clareza do enunciado e precisão nos aspectos matemáticos envolvidos para, então, resolvê-la e avaliar os procedimentos de resolução nela envolvidos.

A questão escolhida pelos professores participantes foi da 6ª edição da AAP, do ano de 2015. A questão versou sobre função polinomial do 2º. grau e foi indicada para a 2ª série do EM. Tal questão está apresentada na figura 1.

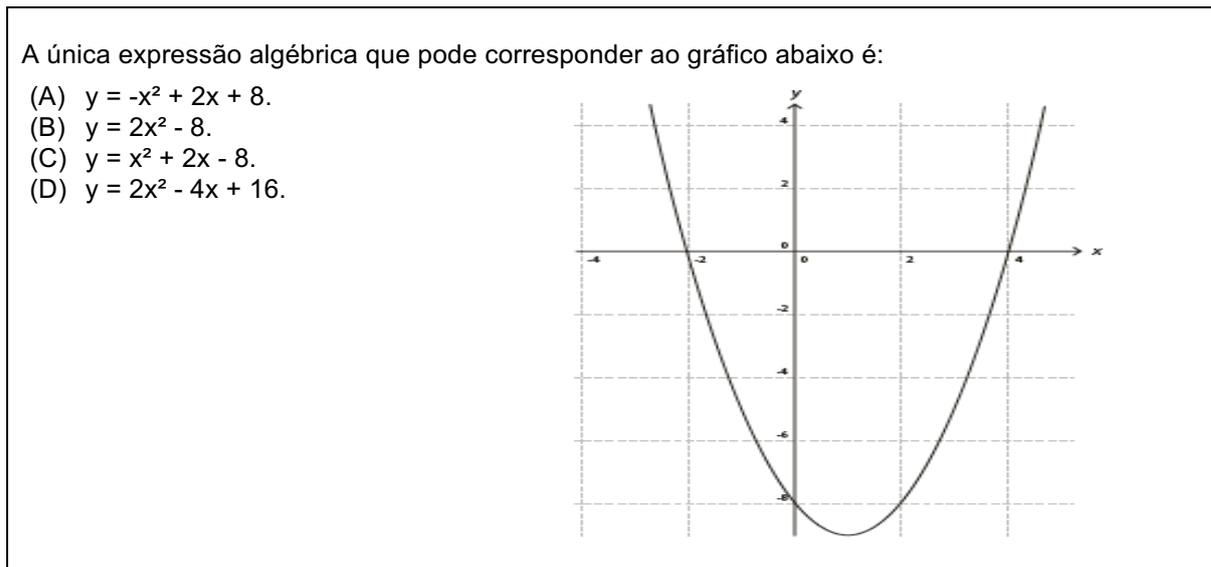


Figura 1: Questão escolhida para análise pelos professores no episódio
Fonte: AAP- Questão 3, 2ªSérie do E.M. 6ªedição

A análise da questão pelos professores participantes consistiu, primeiramente, em preencher um protocolo, que expunha diferentes formas de classificação, com os itens exibidos no quadro 1.

Quadro 1: Protocolo da Atividade

<i>Tipo de questão</i>
<i>Síntese da Tarefa (o que o aluno deve saber para realizar a tarefa):</i>
<i>Habilidade solicitada na AAP:</i>
<i>Classificação de acordo com o Currículo do Estado de São Paulo (Conteúdos; Habilidades)</i>
<i>Classificação de acordo com o Caderno do Professor (Série; Situação de Aprendizagem; Conteúdos e temas; Competências e habilidades)</i>
<i>Classificação de acordo com a Matriz para a Avaliação do Saresp (Objetivos do conhecimento, Competência e Habilidade)</i>

Fonte: Acervo das autoras

O protocolo preenchido relativo à questão está exposto no quadro 2

Quadro 2: Protocolo da Atividade Preenchido

<p><i>Tipo de questão:</i> Objetiva, com apenas uma resposta correta.</p>
<p><i>Síntese da Tarefa (o que o aluno deve saber para realizar a tarefa):</i> através da análise da equação o aluno identifica o coeficiente angular que é positivo, portanto a concavidade da parábola é para cima e o coeficiente linear, que corta o eixo y no valor -8. Outra forma é determinar os interceptos da função por meio da resolução da equação de 2º grau pela fórmula resolutive ou pelas relações entre coeficientes e raízes (Soma e Produto).</p>
<p><i>Habilidade solicitada na AAP:</i> Compreender a construção do gráfico de funções de 2º grau como expressões de proporcionalidade entre uma grandeza e o quadrado da outra, sabendo caracterizar os intervalos de crescimento, os sinais da função e os valores extremos.</p>
<p><i>Classificação de acordo com o Currículo do Estado de São Paulo:</i> no quadro de conteúdos e habilidades de matemática encontra-se na 1ª série do Ensino Médio - 2º Bimestre – Bloco temático: Relações</p> <p><i>Conteúdos:</i> Funções – função de 2º grau</p> <p><i>Habilidades:</i> Saber reconhecer relações de proporcionalidade direta, inversa, direta com o quadrado, entre outras, representando-as por meio de funções e compreender a construção do gráfico de funções do 2º grau como expressões de proporcionalidade entre uma grandeza e o quadrado de outra, sabendo caracterizar os intervalos de crescimento e decrescimento, os sinais da função e os valores externos (pontos de máximo ou de mínimo)</p>
<p><i>Classificação de acordo com o Caderno do Professor:</i> Volume 1 da 1ª Série do Ensino Médio.</p> <p>Situação de Aprendizagem 7 - Funções polinomiais de 2º grau: significado, gráficos, interseções com os eixos, vértices e sinais.</p> <p>Conteúdos e temas: proporcionalidade direta com o quadrado da variável independente; função de 2º grau; gráficos de funções de 2º grau – vértices, raízes e sinais.</p> <p>Competências e habilidades: compreender a função de 2º grau como expressão de uma proporcionalidade direta com o quadrado da variável independente; expressar por meio de gráficos tal proporcionalidade.</p>
<p><i>Classificação de acordo com a Matriz para Avaliação do Saesp:</i> referente à 3ª série do Ensino Médio.</p> <p>Objetivos do conhecimento (conteúdo) – Tema 1: Números, operações, funções</p> <p>Competência: Grupo I - Competência para observar e Habilidade (H06)</p> <p>Descrever as características fundamentais da função de 2º grau, relativas ao gráfico, crescimento e decrescimento, valores máximos e mínimos.</p> <p>Competência: Grupo III - Competência para compreender e Habilidade (H15)</p> <p>Aplicar as relações entre coeficientes e raízes de uma equação algébrica na resolução de problemas.</p>

Fonte: Acervo das autoras

A análise revelou que a questão em evidência dialoga com habilidades do Caderno do Professor (material disponibilizado para os professores da Rede), no Currículo Oficial do Estado de São e nas Matrizes de Referência para Avaliação do Saesp.

Considerando as categorias e classificação de questões indicadas por estudiosos em avaliação, tais como Haydt (1997), quanto à questão citada, verificamos que se trata de questão objetiva, de categoria de seleção, apresentada por uma pergunta direta com quatro alternativas, as quais se apresentam como possíveis soluções, sendo que uma delas é a resposta correta. Nesse aspecto ressaltamos que a autora considera que:

O item de múltipla escolha é um tipo de questão objetiva muito usada devido a sua flexibilidade, pois se adapta bem a uma grande variedade de objetivos instrucionais e conteúdos de ensino. Pode medir conhecimento de fatos, como também a capacidade de compreensão e aplicação. (HAYDT, 1997, p.109)

Assim sendo, trata-se de uma questão posta no contexto da Matemática, apresentando uma pergunta direta ao aluno, de modo a identificar se ele coordena a representação gráfica da função dada e a sua correspondente representação algébrica.

Em seguida, os professores passaram a analisar a clareza e precisão do enunciado da questão, particularmente discutindo a presença do termo “expressão algébrica” e suas possíveis interpretações.

Um dos questionamentos surgidos foi:

- (1) *Expressão algébrica é o mesmo que função?*
- (2) *E, equação algébrica? Poderia ter sido usado aqui?*

A conclusão foi que, as expressões algébricas são associações de símbolos que representam os elementos do problema e as operações com esses elementos, e a função é uma relação matemática que conecta uma ou mais variáveis. Assim sendo, os professores interpretaram que uma das representações de uma função pode ser pela sua expressão algébrica e a outra pelo seu gráfico e que, nesse sentido, o enunciado está correto. Quanto ao questionamento (2) discutimos se poderia ter sido utilizado o termo “equação algébrica” em vez de “expressão algébrica” e a conclusão foi que não. Nesse caso, não se pode usar o termo “equação algébrica”, já que uma equação é uma proposição que estabelece uma condição de igualdade entre um número e uma ou mais quantidades desconhecidas, tendo uma incógnita e não uma variável como na função.

Observamos que a análise das características técnicas (enunciado, figura, alternativas, etc.) levou à reflexão por parte do grupo, que pode tê-los auxiliado a rever formas de propor futuras questões a seus alunos.

Posteriormente à análise da questão, iniciou-se o processo de resolução, em duplas, por parte dos professores. Surgiram então quatro maneiras diferentes com diferentes estratégias, que foram expostas no quadro e discutidas coletivamente, conforme segue:

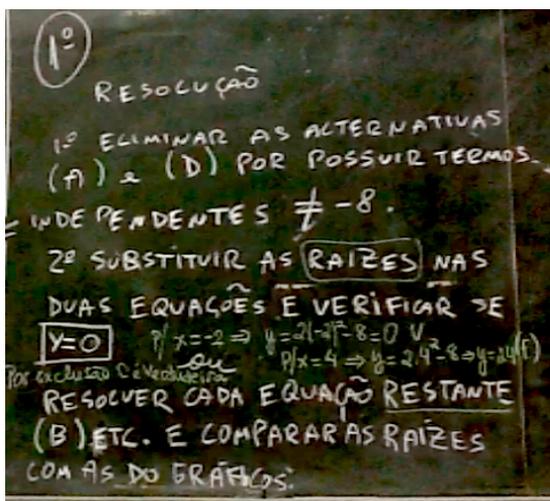


Figura 2:
Fonte: Acervo das autoras

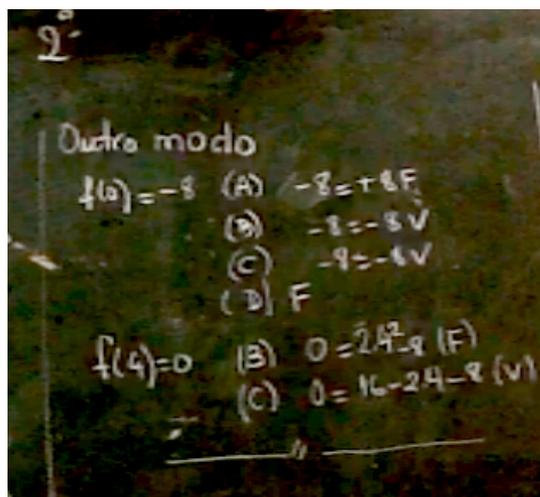


Figura 3:
Fonte: Acervo das autoras

A primeira resolução da questão consistiu em observar características do gráfico e testar valores eliminando alternativas, conforme exposto na figura 2 e detalhado no quadro abaixo.

Quadro 3: Detalhamento da resolução 1 pelos professores participantes

A parábola está voltada para cima e então o coeficiente a é positivo ($a > 0$)
O valor de y para $x = 0$ é -8 , ou seja, $c = -8$, o que permite eliminar as alternativas (A) e (D), pois nestas alternativas $c \neq -8$.
Substituindo os outros valores de x e y correspondentes aos pontos $(4,0)$ e $(-2,0)$ na expressão: $y = ax^2 + bx + c$, temos:
 $a(-2)^2 + b(-2) - 8 = 0 \Rightarrow 4a - 2b = 8$
 $a(4^2) + 4b - 8 = 0 \Rightarrow 16a + 4b = 8$
Resolvendo o sistema obtém $a = 1$ e $b = -2$. Assim sendo, a resposta correta está na alternativa C.

Fonte: Acervo das autoras

Verificando a concavidade da parábola, no caso, voltada para cima, os professores concluíram que o valor de a é positivo, o que elimina a alternativa A. Sabendo-se que c

corresponde ao termo independente é possível excluir a alternativa D. A substituição direta das raízes auxiliou na eliminação da alternativa B, de modo a concluir C como correta.

A segunda resolução incidu em testar as alternativas e eliminar as que não condizem com a verdade, conforme apresentado na figura 3.

Quadro 4: Detalhamento da resolução 2 pelos professores participantes

Sabendo-se que $f(0) = c$, temos que	
$f(0) = -8$ então:	Para $f(4) = 0$
(A) $-8 = +8$ falso	(B) $0 = 2 \times 4^2 - 8 \Rightarrow 0 = 24$ falso
(B) $-8 = -8$ verdadeiro	(C) $0 = 4^2 - 2 \times 4 - 8 \Rightarrow 0 = 0$ verdadeiro
(C) $-8 = -8$ verdadeiro	
(D) $-8 = -16$ falso	Provando que a alternativa correta é a C.

Fonte: Acervo das autoras

Esta resolução partiu da relação entre o termo independente da expressão algébrica da função e sua localização no gráfico. Considerando que $f(0) = c$, no gráfico, o ponto de intersecção da parábola com o eixo das ordenadas é $(0, c)$.

Na sequência, foi feita a substituição da variável na expressão algébrica por uma das raízes da função, evidenciada no gráfico, no caso a raiz 4 e identificada nas alternativas, aquela em que $y = f(4) = 0$.

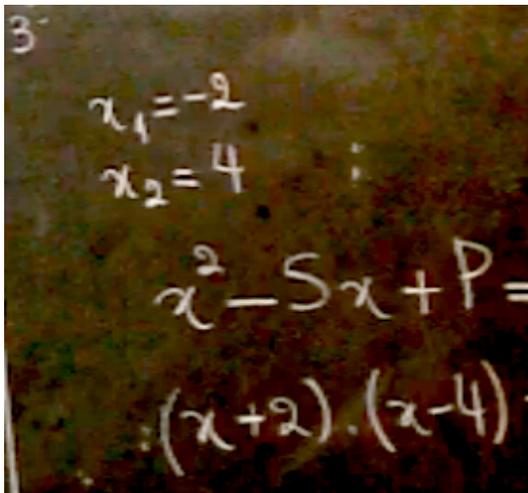


Figura 4:
Fonte: Acervo das autoras

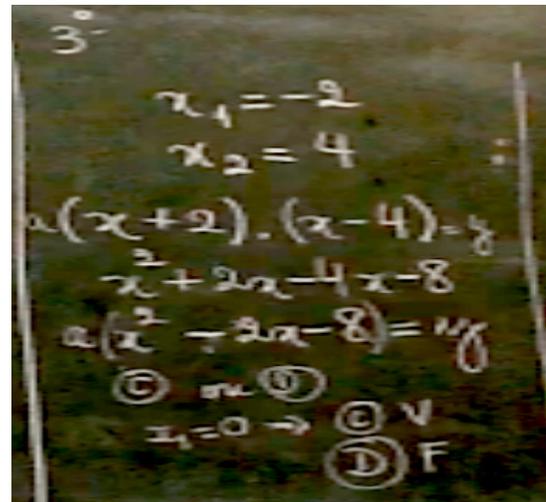


Figura 5:
Fonte: Acervo das autoras

A terceira resolução teve como ponto de partida as Relações de Girard, estabelecendo a relação entre as raízes e os coeficientes da equação quadrática conforme indicado na figura

Em seguida, foi feita a composição da forma fatorada da equação do 2º Grau através das raízes.

Quadro 5: Detalhamento da resolução 3 pelos professores participantes

Figura 4: Considerando a equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$, sendo a , b e c números reais e $a \neq 0$ e conhecendo as raízes da equação $x_1 = -2$ e $x_2 = 4$ podemos aplicar as relações de Girard e reescrever a equação como $x^2 - Sx + P = 0$, onde S é a soma das raízes e P seu produto.

Figura 5: Conhecendo as raízes $x_1 = -2$ e $x_2 = 4$ e considerando a equação $ax^2 + bx + c = 0$ e colocando o a em evidência, temos; $a(x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a}) = 0$

Sabendo-se que: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -2 + 4 = 2$ e $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = -2 \cdot 4 = -8$

Então tem-se: $a(x^2 - 2x - 8) = 0$ Como se trata de uma função de 2º grau $a(x^2 - 2x - 8) = y$

Fonte: Acervo das autoras

A quarta resolução principiou com o cálculo das raízes da função. Iniciaram determinando o discriminante, como pode observar na figura 6 e, em seguida, as raízes.

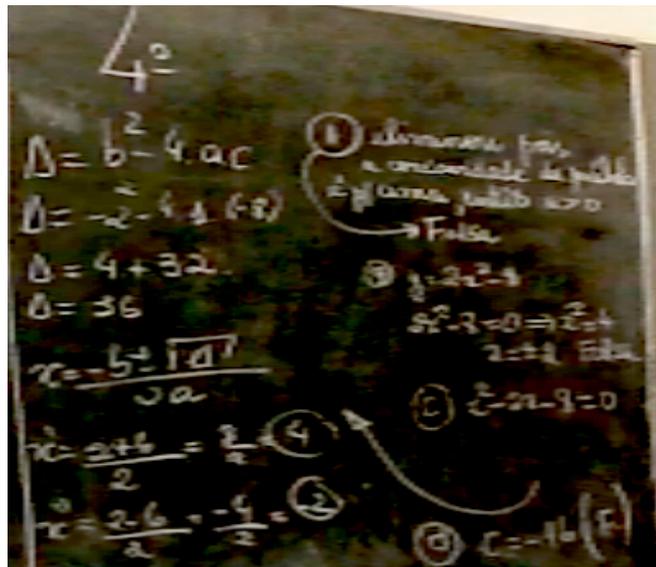


Figura 6:

Fonte: Acervo das autoras

Quadro 7: Detalhamento da resolução 4 pelos professores participantes

Como a equação é completa uma opção foi aplicar o método de determinação de raízes utilizando a fórmula conhecida no Brasil como de Bháskara que utiliza os valores dos coeficientes a , b e c da expressão algébrica da função.

Ressaltando a relação do valor de Δ (discriminante) com os possíveis resultados da equação do 2º grau.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 4 + 32 = 36$$

$\Delta > 0$, a equação possui duas raízes reais e distintas.

$$x = \frac{b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}, \text{ obtendo: } x_1 = -2 \text{ e } x_2 = 4$$

Fonte: Acervo das autoras

A análise da Matemática envolvida na questão promoveu discussão e reflexão compartilhada entre os professores especialmente sobre as possíveis estratégias de resolução da questão pelos alunos que, segundo eles, espelha as habilidades e conhecimentos mobilizados por eles.

Dado o gráfico de uma função polinomial de 2º grau, identificar a expressão algébrica que o representa exige a análise de diversas características. Por dois pontos do sistema cartesiano passam diversas parábolas e, assim sendo, se faz necessário analisar características e pontos especiais do gráfico, tais como: concavidade, raízes, ponto que corta o eixo das ordenadas e vértice, para então associar a expressão algébrica que corresponde ao referido gráfico. No caso desta questão, o gráfico representa uma função quadrática de concavidade voltada para cima ($a > 0$), raízes -2 e 4, passando pelo ponto (0, -8) e com vértice de abscissa 1.

O aluno deveria identificar corretamente tais características ou testar adequadamente os dados do gráfico nas expressões algébricas das alternativas para encontrar a resposta acertada.

4. Considerações Finais

A resolução e discussão compartilhada colaboraram com a questão aqui enfocada, possibilitando um novo olhar ao processo avaliativo, pois nos comentários dos professores ficaram evidentes suas reflexões sobre os conhecimentos que o aluno deve mobilizar para responder a questão, o que pode ser constatado, no caso desse episódio, nas diferentes resoluções apresentadas para apenas uma questão.

Concluimos que a questão da AAP aqui analisada pôde servir, no contexto dessa prova, como um mecanismo diagnóstico e investigativo, apresentando informações sobre os conhecimentos dos alunos que podem auxiliar o professor no redimensionamento de sua ação pedagógica no sentido de impulsionar os alunos a avançarem no entendimento de funções.

Foi possível perceber que a ação de análise da questão da AAP favoreceu a reflexão dos professores sobre características técnicas das questões e das possibilidades de discussão em sala de aula, especialmente quanto às diversas estratégias para resolução. Isso corrobora o

que enfatizamos anteriormente que a avaliação só tem sentido se ela for acompanhada de ações pedagógicas empreendidas a partir da análise de seus resultados.

5. Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de estudos à segunda autora e aos idealizadores e participantes do Projeto 19366 do Programa Observatório da Educação CAPES/Inep que permitiu a realização da pesquisa que subsidiou este artigo. Em especial, nosso agradecimento aos Professores de Matemática de Educação Básica da Rede Estadual de São Paulo que participaram do processo formativo.

6. Referências

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS G. **Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?** Journal of Teacher Education November/December 2008 59: 389-407.

BURIASCO, R. L. C. **Algumas Considerações Sobre Avaliação Educacional.** Estudos em Avaliação Educacional. Fundação Carlos Chagas, n.22, p. 155-177, jul-dez. 2000.

HAYDT, R. C. C. Técnicas e instrumentos de avaliação. In: **Avaliação do Processo Ensino-Aprendizagem.** São Paulo: Ática. 1997

PERRENOUD, P. **A prática reflexiva no ofício de professor: profissionalização e razão pedagógica.** trad. Cláudia Schilling. Porto Alegre: Artmed, 2002.

SÃO PAULO (ESTADO) SECRETARIA DA EDUCAÇÃO. **Caderno do Aluno: matemática, ensino fundamental–9º ano, volume 1/** Secretaria da Educação; coordenação geral, FINI, M. I; equipe, Carlos Eduardo de Souza Campos GRANJA, C. E. S. C; MELLO, J. L. P.; MACHADO, N. J.; MOISÉS, R. P.; SPINELLI, W. São Paulo, SEE, 2015.

_____. **Comentários e Recomendações Pedagógicas** – Subsídios para o Professor – Matemática; Coordenadoria de Gestão da Educação Básica e Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional- São Paulo: SEE, 2012

_____. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias /**Secretaria da Educação; coordenação geral Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. – 1 ed atual – São Paulo: SEE, 2012.

_____. **Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo: Caderno do Professor;** matemática, ensino médio, 1ª série/Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini, equipe, Carlos Eduardo de Souza Campos Granja, José Luiz Pastore Mello, Nilson José Machado, Roberto Perides Moisés, Ruy Cesar Pietropaolo, Walter Spinelli – São Paulo: SEE, 2014.v.1

_____. **Matrizes de Referência para a avaliação Saesp:** documento básico/Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini. – São Paulo: SEE, 2009. 174p. v.1.