

PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO: UMA INVESTIGAÇÃO COM PROFESSORES EM FORMAÇÃO INICIAL DO CURSO DE PEDAGOGIA

Valdenira de Santana Barbosa Rodrigues
Universidade do Estado do Pará
valdenira.sbrodrigues@gmail.com

Bárbara Hamú Rodrigues
Universidade do Estado do Pará
barbarahamu@hotmail.com

Rosineide de Sousa Jucá
Universidade do Estado do Pará
rosejuca@gmail.com

Maria Paula Duarte O' de Almeida
Universidade do Estado do Pará
Maria_paula_duarte@hotmail.com

Resumo:

Este trabalho tem como objetivo investigar os conhecimentos que os professores em formação inicial do curso de pedagogia de uma Universidade da cidade de Belém do Pará possuem sobre problemas do campo multiplicativo. A pesquisa foi do tipo descritiva, para tal elaboramos e aplicamos um instrumento de pesquisa, composto de 12 problemas da estrutura multiplicativa para que os professores em formação inicial respondessem. As análises dos dados apontaram que os professores em formação inicial apresentaram dificuldades em classificar e resolver corretamente os problemas e que é preciso que os cursos de pedagogia promovam discussões mais consistente sobre os problemas do campo multiplicativo e que tais discussões sejam levadas para a formação continuada.

Palavras-chave: Educação matemática; Formação de professores; Estrutura dos problemas; Campo multiplicativo.

1. Introdução

As pesquisas em Educação matemática têm apontado vários estudos que discutem sobre a estrutura semântica de problemas aritméticos, tais como Greer (1992), Vergnaud (1990, 2009) e Valentin e Sam (2004), estes estudos apontaram as dificuldades dos alunos na compreensão dos problemas aritméticos, seja no campo aditivo ou multiplicativo. Estes

estudos trazem como discussão principal a estrutura linguística dos problemas aritméticos e as diferenças entre os diversos tipos de problemas, que necessitam de diferentes estratégias para sua resolução, além de apontarem as dificuldades que cada categoria de problema pode apresentar. Valentin e Sam (2004) ao se referirem às dificuldades dos alunos em resolver problemas aritméticos, colocam duas questões que implicam essa dificuldade: o conhecimento linguístico e a estrutura semântica. Estes autores afirmam que a estrutura semântica do problema pode influenciar nos processos de solução, pois os alunos interagem de forma diferente para problemas de diferentes estruturas semânticas. Para Vasconcelos (1998) as diferenças entre os problemas não são levadas em consideração na prática escolar, pois o ensino da resolução de problema é desenvolvido com ênfase na utilização de palavras-chave, que funcionam como “pistas” ou “dicas” que os alunos devem levar em conta para resolverem os problemas.

Nos cursos de formação de professores dos anos iniciais, talvez devido ao pouco tempo dado a formação, os professores não tenham como desenvolver um estudo mais efetivo de como ensinar de forma eficaz os alunos dos anos iniciais a resolver problemas, pois como afirma Nacarato (2013) as professoras que são formadas nos cursos de pedagogia têm uma formação inicial generalista, com algumas disciplinas voltadas aos conteúdos específicos, mas com uma carga de didática reduzida, o que não lhes possibilita uma sólida formação conceitual. Como consequência temos professores que talvez por desconhecerem os vários tipos de problemas trabalham o ensino dos mesmos como se fossem de um único tipo, provocando assim dificuldades para os alunos.

Alguns estudos apontaram as práticas e concepções dos professores em relação aos problemas do campo multiplicativo, tais como: Santos, Magina e Merlini (2010), que analisaram as concepções de 17 professores de 1ª a 4ª série do ensino fundamental, e observaram que os professores utilizaram um número bem maior de problemas do tipo proporção simples, em relação aos outros tipos de problemas, mostrando a necessidade de uma formação continuada na qual ocorra uma discussão aprofundada referente às classificações dos problemas do campo multiplicativo.

Também Alencar (2012), analisou os conhecimentos dos professores de matemática do 5º ano do ensino fundamental, e observou que os professores possuem dificuldades em analisar os problemas e as operações envolvendo os campos conceituais multiplicativos,

resolvidos pelos alunos. Logo, por não dominarem o assunto, os docentes têm dificuldades em intervir em situações com esse tipo de problema. A autora acredita que isto se deve ao fato dos professores possuírem uma formação inicial e continuada deficitária.

O estudo de Borga (2015) ao se referir a formação continuada de professores com foco na resolução de problemas do campo multiplicativo para o 4º ano do ensino fundamental, analisou os conceitos e práticas de duas professoras para o ensino das estruturas multiplicativas e notou lacunas no entendimento das professoras sobre os conceitos do campo multiplicativo.

Nestes termos, as práticas e conhecimentos dos professores dos anos iniciais sobre a estrutura dos problemas do campo multiplicativo apontadas nos estudos supracitados apontaram as fragilidades dos professores em reconhecer, elaborar e trabalhar os diversos tipos de problemas do campo multiplicativo. No entanto, não temos visto muitos trabalhos que investigaram os conhecimentos dos professores em formação inicial em relação a este tema. Neste sentido, esta pesquisa tem como objetivo investigar quais são os conhecimentos que os professores, em formação inicial de um curso de pedagogia, possuem sobre os problemas do campo multiplicativo, pois acreditamos que nos cursos de formação inicial este conteúdo é discutido.

2. Os problemas da estrutura multiplicativa

Entre os autores que discutiram e classificaram os diferentes problemas da estrutura multiplicativa, destacamos Vergnaud (1990, 2009) e Greer (1992), os quais utilizamos como referencial teórico para a escolha das questões utilizadas nesta pesquisa.

Vergnaud (1990), nos estudos referentes à teoria dos campos conceituais, se concentra em trabalhar em especial com dois campos conceituais: o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas. Apesar de as estruturas aditivas terem alguma relação com as estruturas multiplicativas, Vergnaud (1990) destaca uma organização intrínseca própria das estruturas multiplicativas, não redutível aos aspectos aditivos. Assim, considera as especificidades nos problemas cognitivos levantados pelas estruturas aditivas, bem como nos

levantados pelas estruturas multiplicativas, permitindo o estudo separado desses dois campos conceituais. A partir das especificidades próprias de cada estrutura, ele apresenta uma classificação para vários problemas segundo sua estrutura semântica. Esta classificação mostra as diferenças entre os diversos tipos de problemas e a complexidade que eles apresentam, assim como as estratégias necessárias para a sua solução.

O campo conceitual das estruturas multiplicativas é o conjunto de situações que requer uma operação de multiplicação ou divisão ou ambas. Assim sendo, um campo conceitual multiplicativo é “um conjunto de conceitos que implica em uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto de situações que permitem analisar situações como: proporções simples e múltiplas, função linear e não linear, razão escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear, aplicação linear, razão, número racional, múltiplos e divisores”. (VERGNAUD, 1990, p. 20). Neste sentido Levain e Vergnaud (1995), colocam que a complexidade e a diversidade em relação ao domínio das relações multiplicativas podem ser representadas por um conjunto de problemas complexos, sendo assim, a relação de multiplicação não constitui uma relação binária, mas quaternária, que conduz a três classes de estruturas diferentes no conjunto de situações das estruturas multiplicativas: isomorfismo de medidas, produto de medidas e proporção múltipla. Essa classificação se apoia sobre a análise da estrutura matemática do problema, isto é, das relações que envolvem as questões e os diferentes dados do enunciado.

Segundo Vergnaud (1990) os problemas do tipo *Isomorfismo de medidas* envolvem uma proporção simples e apresenta uma relação quaternária. Composta por quatro quantidades, sendo duas de um tipo e as outras duas de outro tipo. O isomorfismo de medida é subdividido em três tipos, problemas que envolvem uma multiplicação e problemas que envolvem divisão por partição e divisão por cotação. O segundo tipo de problema é de *Proporções múltiplas* são aqueles que envolvem uma situação com uma relação quaternária envolvendo mais de duas grandezas relacionadas duas a duas. O terceiro tipo de problemas são de *Produto de medidas*, os quais apresentam uma composição cartesiana entre duas medidas de um tipo para se encontrar a terceira de outro tipo. Neste tipo de problema são dadas duas medidas elementares e se pede o produto dessas medidas; ou em numa outra situação, encontrar as medidas elementares, conhecendo-se uma delas e a medida produto. O

quarto tipo de problema é de *Comparação multiplicativa* são de situações envolvendo a comparação entre duas grandezas do mesmo tipo, apresentando a relação de dobro e de metade.

Outro autor que discute os problemas da estrutura multiplicativa é Greer (1992) que analisou as complexidades semânticas para os problemas que envolvem multiplicação e divisão. Em seu estudo, o autor destaca quatro classes de situações: *grupos equivalentes*, *comparação multiplicativa*, *área retangular* e *produto cartesiano*. A cada um desses tipos semânticos são associados os correspondentes para a operação divisão.

Para Greer (1992), os problemas de *grupos equivalentes*, consta de uma situação em que existe certo número de grupos de objetos, com o mesmo número de objetos em cada grupo, constitui normalmente uma multiplicação. Sendo assim, os dois números assumem papéis diferentes. Ora pode ser o multiplicador, ora o multiplicando, resultando assim em dois tipos de divisão, a divisão por partição e a divisão por cotação. A multiplicação pode ser representada por: $a \times b = ?$. A divisão como partição representa-se por: $a \times ? = c$, e a divisão como cotação representa-se por: $? \times b = c$.

Nos problemas de *comparação multiplicativa*, a aplicação pode ser verbalmente expressa por “*n* vezes tanto como”. Aqui o fator multiplicativo pode ser concebido como o multiplicador. No entanto, também é possível ver a situação em termos de uma relação de correspondência muitos a um. Também nessa situação existem dois tipos de divisão, de cotação e a outra de partição. Nos problemas de *área retangular*, o autor considera um retângulo que será dividido em quadrados medindo 1 cm cada, de forma proporcional aos lados, para que assim a área do retângulo possa ser encontrada através da contagem desses quadrados. Nessa situação o multiplicador e o multiplicando assumem o mesmo papel. Para este tipo de problemas só existe um tipo de divisão. Nos problemas de *Produto cartesiano*, é a multiplicação entre pares ordenados envolvendo conjuntos distintos. É definida por $m \times n$, no qual todos os elementos do primeiro são multiplicados pelos elementos do segundo, sendo m o primeiro conjunto e n o segundo. Para esse tipo de problema só há um tipo de divisão.

Em suma, ao estabelecer uma comparação com a classificação dos problemas apresentados por Greer (1992) e Vergnaud (2009), temos que grupos equivalentes são os

problemas de isomorfismo de medidas. Os problemas de área retangular e produto cartesiano na classificação de Greer (1992) são problemas do produto de medidas de Vergnaud (2009). Os problemas de multiplicação comparativa de Greer (ibid.) não foram classificados por Vergnaud (ibid.).

3. Metodologia de pesquisa

A pesquisa desenvolvida é do tipo descritiva, pois segundo Rudio (2007) o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados. Para o desenvolvimento desta pesquisa elaboramos um questionário e um teste com 12 problemas do campo multiplicativo retirados dos estudos de Vergnaud (2009) e Greer (1992), que foi aplicado a 20 discentes do curso de pedagogia de uma Universidade de Belém do Pará, sendo 6 Alunos do 7º semestre do turno da manhã e 14 alunos do 7º semestre do turno da tarde.

4. Análise e discussão dos resultados

Nas análises dos dados levamos em consideração a respostas dos professores ao questionário e ao teste com problemas do campo multiplicativo. Os participantes foram consultados se tinham discutido sobre resolução de problemas na disciplina números e operações cursadas no curso de pedagogia, 19 participantes afirmaram que sim, apenas 1 participante disse que não. Perguntamos aos participantes se no curso de pedagogia tinham discutido sobre os diferentes tipos de problemas da estrutura multiplicativa, 8 participantes responderam afirmativamente, e 7 participantes disseram que não, 5 participantes não responderam.

Solicitamos aos participantes que classificassem os problemas de acordo com o grau de dificuldade para os alunos. O quadro 1 mostra o quantitativo de repostas dadas pelos participantes na classificação dos problemas em fácil, regular, difícil para os alunos do 5º ano.

Quadro 1 classificações dos problemas quanto ao grau de dificuldades para os alunos

Problemas	Tipo	Fácil	Regular	Difícil
1º problema	Isomorfismo de medida	20	0	0
2º problema	Isomorfismo de Medida	20	0	0
3º problema	Isomorfismo de medida	18	2	0
4º problema	Produto de Medida	6	12	1
5º problema	Produtos de Medida	1	8	10
6º problema	Proporção Múltipla	6	9	3
7º problema	Proporção Múltipla	0	1	18
8º problema	Grupos Equivalentes	19	1	0
9º problema	Grupos Equivalentes	20	0	0
10º problema	Grupos Equivalentes	19	1	0
11º problema	Comparação Multiplicativa	17	2	1
12º problema	Produto cartesiano	1	8	8

Fonte: instrumento de pesquisa

Na análise do quadro 1 percebe-se que os problemas de isomorfismo de medidas foram considerados fáceis pela maior parte dos participantes, assim como os problemas de grupos equivalentes e comparação multiplicativa.

A seguir apresentamos as análises qualitativas dos problemas, na qual destacamos os tipos e números de acertos e erros na resolução dos problemas pelos participantes.

Problema 01 – Tenho três pacotes de iogurte. Há quatro iogurtes em cada pacote. Quantos iogurtes eu tenho?

Este problema segundo Vergnaud (2009) é do tipo isomorfismo de medidas, e envolve como operação uma multiplicação. Na resolução do problema tivemos 100% de acertos pelos participantes, dessa forma 20 participantes classificaram o problema em fácil para os alunos. Segundo Vergnaud (1990) e Levain & Vergnaud (1995) estes problemas apresentam dificuldades muito distintas segundo os valores numéricos. Para os autores, os alunos possuem menos dificuldade com este tipo de problema quando os dados envolvem números inteiros do que com os números decimais.

Problema 02 – Paguei R\$ 12,00 por três garrafas de vinho. Quanto custa cada garrafa?

Este problema é do tipo isomorfismo de medidas e envolve uma divisão por partição, no qual se deseja encontrar o valor de uma parte ou valor unitário. Este problema apresentou 95% de acertos na resolução do mesmo pelos participantes, sendo classificado como fácil para

os alunos por 20 participantes. Na opinião de Levain & Vergnaud (1995) este tipo de problema é considerado fácil para os alunos por envolver uma divisão por partição.

Problema 03 – Pedro tem R\$12,00. Ele quer comprar pacotes de bala que custam R\$4,00 o pacote. Quantos pacotes ele poderá comprar?

Este problema é segundo Vergnaud (2009) do tipo isomorfismo de medidas e envolve uma divisão por cotação, no qual se deseja encontrar o número de unidades. Este problema apresentou 100% de acertos na resolução do mesmo pelos participantes, e foi classificado como fácil para os alunos por 18 participantes. Na opinião de Levain & Vergnaud (1995) este tipo de problema é considerado um pouco mais difícil para os alunos pois envolve a ideia de divisão como cotação.

Problema 04 – Qual a área de um quarto retangular que tem 6m de comprimento e 4m de largura?

Este problema é segundo Vergnaud (2009) do tipo produto de medidas, e envolve a operação de multiplicação. Este problema apresentou 75% de acertos e 20% de erros na resolução do mesmo pelos participantes. O tipo de erro detectado foi na escolha da operação que resolve o problema. Dessa forma o problema foi classificado como fácil para os alunos por 6 participantes, e para 12 participantes, como regular.

Problema 05 – Um retângulo tem uma superfície de $18m^2$ e uma largura de 9m. Qual o seu comprimento?

Este problema é segundo Vergnaud (2009) do tipo produto de medidas e envolve a operação de divisão. Quanto à resolução do problema, este apresentou 45% de acertos e 45% dos participantes deixaram em branco, dessa forma foi classificado como regular por 8 participantes e 10 classificaram como difícil para os alunos. Vergnaud (1990) considera que problemas de produtos de medida (similares aos problemas 4 e 5) são mais complexos, pois se tratam de estruturas de proporção dupla e que só podem ser compreendidos após a compreensão de proporções simples.

Problema 06 – Uma família de três pessoas quer passar 15 dias das férias num hotel de turismo. A despesa diária por pessoa é 300 reais. Quanto pagará a família pela estadia?

Este problema é segundo Vergnaud (2009) do tipo proporção múltipla e envolve a operação de multiplicação. Este problema apresentou 85% de acertos e 15% dos participantes erraram. Os tipos de erros detectados foram: erro na escolha da operação e resolução incompleta, ou seja, o participante efetuou a primeira operação, mas não efetuou a segunda.

Este problema foi classificado como fácil por 6 participantes, 9 classificaram como regular e apenas 3 como difícil para os alunos.

Problema 07 – Um agricultor quer calcular a produção média de leite das suas vacas nos 180 melhores dias do ano. 17 vacas produziram 70.340 litros de leite durante esse período. Qual foi a produção média de leite por vaca?

Este problema é segundo Vergnaud (2009) do tipo proporção múltipla e envolve a operação de divisão. Este problema não apresentou acertos, 50% dos participantes erraram e 50% deixaram em branco. Os erros detectados foram: erro na escolha da operação, erro no desenvolvimento da operação de divisão e resolução incompleta. Apenas 1 participante classificou como regular e 18 classificaram como difícil para os alunos. Acreditamos que o índice de erros seja por causa do problema envolver uma divisão com valores numéricos grandes.

Problema 08 – Três crianças têm cada uma 4 laranjas. Quantas laranjas têm ao todo?

Este problema é segundo Greer (1992), do tipo grupos equivalentes e envolve a operação de multiplicação. Este problema teve 95% de acertos e somente 5% dos participantes erraram. 19 dos participantes classificaram como fácil para os alunos.

Problema 09 – Foram distribuídas igualmente 12 laranjas para 3 crianças. Quantas laranjas recebeu cada uma?

Este problema é segundo Greer (1992), do tipo grupos equivalentes e envolve a operação de divisão. Este problema teve 100% de acertos, dessa forma 20 dos participantes classificaram como fácil para os alunos.

Problema 10 – Se tivéssemos 12 laranjas, a quantas crianças podemos dar 4 laranjas?

Este problema é segundo Greer (1992), do tipo grupos equivalentes e envolve a operação de divisão. Na classificação do tipo de problema 5 participantes classificaram corretamente, 3 não responderam e 12 classificaram incorretamente. Este problema teve 100% de acertos, dessa forma 19 dos participantes classificaram como fácil para os alunos.

Problema 11 – O ferro é duas vezes mais pesado que o cobre. Se uma peça de ferro pesa 4 kg, quanto pesa uma peça de ferro de cobre do mesmo tamanho?

Este problema é segundo Greer (1992), do tipo comparação multiplicativa e envolve a operação de multiplicação. Este problema teve 60 % de acertos e 40% de erros. Os erros detectados foram somente quanto à escolha da operação. Apesar dos erros 17 dos participantes classificaram como fácil para os alunos, somente 1 classificou como difícil.

Problema 12 – Existem três caminhos de A para B, e quatro caminhos de B para C, de quantas maneiras diferentes podemos ir de A para C?

Este problema é segundo Greer (1992), do tipo produto cartesiano e envolve a operação de multiplicação. Este problema teve 50 % de acertos e 15% de erros e 35% foram deixados em branco. Os tipos de erros foram quanto à escolha da operação e erro na operação de multiplicação. Dessa forma 8 dos participantes classificaram como regular, e 8 como difícil, somente 2 classificaram como fácil para os alunos.

De forma geral, observamos que os problemas de isomorfismo de medida e os de grupo equivalentes foram os problemas que se apresentaram mais fáceis para os participantes. Os problemas considerados difíceis para os participantes foram os de produto de medidas. O 6º e 7º problema são do tipo proporção múltipla, apesar do 6º problema ter um bom número de acertos, o 7º problema teve um índice de erros maior, e foi considerado difícil pelos participantes, e isso talvez se justifique por causa dos valores numéricos que aparecem no problema e por envolver a operação de divisão.

5. Considerações Finais

O objetivo deste trabalho era investigar os conhecimentos que um grupo de professores em formação inicial do curso de pedagogia possuem sobre problemas do campo multiplicativo. Os professores afirmaram que tinham estudado este tipo de problemas no curso de pedagogia, no entanto percebemos que em alguns problemas os mesmos mostraram algumas dificuldades.

Em relação a resolução dos problemas, observamos que os participantes apresentaram mais facilidade para resolver problemas de um tipo do que de outro, e que os problemas de isomorfismo de medidas e grupo equivalentes se mostraram mais fáceis para os participantes, e isso talvez se justifique por ser os problemas mais trabalhados em sala de aula. Observamos também, alguns de erros na resolução dos problemas, tais como no desenvolvimento do algoritmo das operações ou na escolha das operações.

Em relação ao grau de dificuldade para os alunos, os participantes classificaram os problemas de isomorfismo de medidas, grupos equivalentes e comparações multiplicativas como sendo mais fáceis para os alunos, talvez por serem os problemas mais comuns nos livros didáticos. Segundo Vasconcelos (1998), os livros didáticos e as práticas escolares

tendem a classificar os problemas aditivos naqueles que envolvem adição e naqueles que envolvem subtração, não distinguindo classes ou categorias de problemas segundo uma estrutura semântica, lógica ou sintática. O mesmo se observa para os do tipo multiplicativo.

Neste sentido, é preciso olhar com mais atenção para a forma como está sendo trabalhado a resolução de problemas nos cursos de formação inicial, e que tais discussões sejam mais intensificadas, pois o que importa não é que o professor saiba classificar os diferentes tipos de problemas, mas que saiba reconhecer que são diferentes e que perceba que cada um deles exige estratégias diferentes de resolução, e que consiga ensinar isso de forma eficaz para seus alunos, fugindo dos modelos cristalizados que são reproduzidos geralmente na prática docente.

6. Referências

ALENCAR, E.S. **Conhecimento profissional docente de professores do 5º. ano de uma escola com bom desempenho em matemática: o caso das estruturas multiplicativas.** Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.

BORGA, M. F. **Formação continuada de professores com foco na resolução de problemas do campo multiplicativo para o 4º ano do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana Do Brasil. Canoas: Rio Grande do Sul, 2015.

GREER, B. Multiplication and division as models of situations. IN: GROUWS, D. A. (Org.). **Handbook of research in mathematics teaching and learning.** MacMillan Publishing Company, 1992.

LEVAIN, J.P & VERGNAUD, G. Proportionnalite simple et proportionnalite multiple. **Grand N**, n. 56, 1995. p. 55 a 66.

NACARATO, A. M. O grupo como espaço para aprendizagem docente e compartilhamento de práticas de ensino de matemática. In: NACARATO, A. M. (ORG). **Práticas docentes em Educação Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.** Curitiba, PR: Appris, 2013.

RUDIO, F.V. **Introdução ao projeto de pesquisa científica.** Petrópolis: Vozes, 2007.

SANTOS, A.; MAGINA S. & MERLINI, V. **Um estudo das concepções dos professores polivalentes concernentes ao campo conceitual multiplicativo.** In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática, p. 6-10. Salvador, 2010.

VASCONCELOS, L. Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticas de ensino. In: SCHLLIEMANN, A. & CARRAHER, D. **A compreensão de conceitos matemáticos: ensino e pesquisa**. Campinas, SP: Papyrus, 1998

VALENTIN, J. D. & SAM, I. C. **Roles of semantic structure of arithmetic word problems on pupils' ability to identify the correct operation**, 2004. Disponível em: www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/valentin. Acesso em: julho 2014.

VERGNAUD, G. Théorie des Champs Conceptuels. **Recherches en Didáctique des Mathématiques**. vol. 10, n. 2, 3, 1990.

_____. **A criança, a matemática e a realidade**. Curitiba, Editora da UFPR, 2009.