

MATHCRAFT: O USO DE OBJETOS MANIPULÁVEIS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Rodrigo Tempos de Carvalho Pereira
Universidade Nove de Julho – UNINOVE
rodrigo.tempos@hotmail.com

Dra. Catharina de O. Corcoll
Universidade Nove de Julho – UNINOVE
catharina@uninove.br

Dr. Aparecido dos Santos
Universidade Nove de Julho – UNINOVE
cidosan@uninove.br

Resumo:

O presente estudo apresenta uma proposta para o ensino da Geometria, por meio da confecção e do uso de figuras manipuláveis denominadas *papercraft*¹. O objetivo central é o de estimular a visão espacial e auxiliar no desenvolvimento das capacidades necessárias para o aprendizado dos conceitos de perímetro, área e volume, de forma que se tornem mais atrativos para os alunos, podendo cativá-los e despertar o seu interesse para o estudo da geometria. Para fins de comprovação de eficácia e aprimoramento da proposta, foram realizadas três aplicações distintas: seminário durante o Curso de Licenciatura em Matemática; atividade com alunos de Ensino Médio de uma escola estadual de São Paulo e posteriormente com alunos de Ensino Fundamental de outra escola do Estado de São Paulo.

Palavras chave: Papercraft; geometria; materiais manipulativos.

1. Introdução

O objetivo deste estudo é o de avaliar uma proposta de ensino pautada no uso de materiais de cunho manipulativo para o ensino e aprendizagem da matemática, especificamente no campo da geometria, que por vezes se mostra defasada em decorrência de fatores diversos. Para isto, fora utilizada uma técnica diferenciada de abordagem denominada *Papercraft*, que serviu como forma de ilustrar de maneira prática e lúdica os conceitos de área, perímetro e volume, além da planificação de sólidos geométricos.

Este estudo teve início quando, enquanto professor eventual de matemática foi possível observar que os alunos frequentemente apresentavam grande defasagem no estudo da

¹ *Papercraft* é um recurso que consiste na construção de objetos tridimensionais a partir de figuras de papel.

geometria, principalmente no que se referia a perímetro, área e volume. Segundo Monteiro (2013), os professores indicam a geometria como item importante, mas quando selecionam os conceitos a serem trabalhados no decorrer do ano letivo, a deixam para o final, e muitas vezes, não a ensinam por falta de tempo.

Com o intuito de reverter tal situação, foram utilizados os métodos tradicionais de ensino, dentre os quais, exemplificações destes estudos no cotidiano, exercícios para fixação e resolução de situações problemas. No entanto, tal prática didática resultou satisfatoriamente apenas para uma pequena parcela dos alunos, ao passo que os demais ainda apresentavam dificuldades de aprendizagem, na maioria das vezes, pela dificuldade de abstração para compreender e imaginar as situações sugeridas.

Essa reflexão me levou a questionar a respeito de como melhorar e ampliar os resultados, de modo que uma parcela maior dos alunos passasse a compreender os conceitos abordados no decorrer das aulas, sendo que para isso, adaptei o *papercraft*, que até então se tratava apenas de uma brincadeira que tive conhecimento através da internet e inseri os conceitos da geometria no que se referiam a perímetro, área e volume, com o intuito de desenvolver uma proposta mais interessante e que pudesse contribuir positivamente para a construção do conhecimento matemático dos alunos. A proposta de ensino que será apresentada no presente artigo busca promover uma aula diferenciada, pautada sobre os conceitos de visualização e a importância da utilização de materiais concretos para o ensino e aprendizagem da geometria, sendo inclusive, uma atividade que promove a interdisciplinaridade, quando aliada aos conceitos artísticos também presentes nela.

Este estudo torna-se relevante por apresentar uma proposta que desenvolve percepção dos conceitos de geometria com o uso de materiais concretos. É inovadora por explorar esse conceito por meio de uma prática que torna o estudo mais prazeroso, motivador e interessante para o aluno. Assim, a presente proposta busca potencializar a construção do conhecimento geométrico através da manipulação de objetos os quais, em decorrência de sua particularidade de fazer alusão a temas de interesse infanto-juvenil, pode estimular a visualização mental, isto é, a capacidade de imaginar um objeto -no caso a figura e o sólido geométrico- e manipula-lo mentalmente. À luz dessas reflexões iniciais, temos fortes razões para conjecturar que o uso

das figuras *Papercraft* que são propostas no presente estudo, pode vir a ser um importante subsídio na construção do conhecimento e da aprendizagem, por trazer um forte apelo visual.

2. O Ensino da Geometria e o uso de materiais manipulativos

Piaget (1952) apud Moyer (2001) sugere que as crianças não têm maturidade mental para apreender conceitos matemáticos abstratos apresentados somente por meio de palavras ou símbolos, de modo que surge a necessidade de fazer com que elas experimentem o conhecimento por outras formas, dentre as quais o uso de materiais concretos. Ainda segundo o autor, materiais manipulativos podem ser definidos como objetos projetados para representar explícita e concretamente ideias matemáticas abstratas. Sua principal vantagem é o apelo visual e tátil que fazem com que o aluno aprenda através das experiências sensoriais.

Em consonância com isso, Monteiro (2013), afirma que conseguir visualizar uma figura tridimensional sem poder tocá-la dificulta a aprendizagem dos alunos, afirmando em seguida que construir sólidos geométricos com materiais concretos atrai a atenção dos alunos, desenvolve o raciocínio, leva o aluno a ser criativo e desenvolve a motivação. Skemp (1987) apud Moyer (2001) defende a ideia de que as experiências e interações dos estudantes com objetos físicos formam a base para a posterior aprendizagem no nível abstrato, sendo assim, desenvolver uma proposta que explore este conceito torna-se de suma importância para potencializar o aprendizado dos alunos.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p.82):

“O Pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades.” (BRASIL,1997.82)

É possível observar no Currículo Básico Comum (CBC), documento responsável pela apresentação da grade curricular no Estado de Minas Gerais, a explicitação das seguintes competências:

- Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais – cubo, bloco retangular, cilindro, cone e pirâmide;
- Construir figuras tridimensionais a partir de planificações;
- Calcular a área lateral ou total de uma figura tridimensional a partir de sua planificação

Ainda segundo o CBC, o aluno deve estar apto a: “resolver problemas que envolvam o cálculo de volume ou capacidade de blocos retangulares, expressos em unidade de medida de volume ou unidade de medida de capacidade: litros ou mililitros.” (CBC 2007, p.28).

Monteiro, Camargo, Enes e Pretto (2014) afirmam que a manipulação de objetos permite ao aluno construir seu próprio conceito, citando inclusive, o trabalho apresentado por Oliveira (1997), que por sua vez, chama de processo de internalização que consiste na construção de um conhecimento de fora para dentro, que se torna algo permanente.

No que diz respeito à geometria, Freudenthal (1973) apud Costa (2000) afirma que a geometria possui dois níveis distintos: o primeiro deles seria a geometria como uma parte da matemática axiomáticamente organizada, enquanto a segunda, seria essencialmente compreender o espaço no qual a criança vive, respira e se move, acrescentando, inclusive, que a geometria só pode ser cheia de significado se é explorada a relação da geometria com o espaço experimentado. Alsina (1999 apud Costa, 2000) diz o seguinte a respeito do ensino da geometria:

“A geometria no ensino da matemática deve ser a geometria útil a todos: o conhecimento matemático do espaço. Uma geometria baseada na intuição e na experimentação aconselhada pelo sentido comum; rica em temas de representação e interpretação; capaz de ordenar, classificar e mover figuras planas e espaciais; audaz na combinação de linguagens diversas (gráficas analíticas e simbólicas); apoiada no rigor das definições e das deduções sobre fatos relevantes; com técnicas para medir, construir e transformar; induzindo a compreensão do diálogo plano-espaço; aberta à interdisciplinaridade com as ciências e as artes; paradigma da modelagem matemática; predadora de aplicações assombrosas e relações interessantes.” (ALSINA apud COSTA, 2000, p.2).

Neste sentido, BATTISTA (1994 apud COSTA, 2000), acreditava que os seus elementos de pensamento não eram palavras, mas sinais e imagens que poderiam ser voluntariamente reproduzidos ou combinados. Com isso, muitos matemáticos e educadores passaram a sugerir que a capacidade espacial e imagética, isto é, a habilidade de imaginar e/ou manipular a imagem do objeto, possui um papel vital no pensamento matemático e a construção de significado matemático. Encontramos em Clements (1981, apud Costa 2000) a afirmação de que a capacidade espacial é a capacidade de formular imagens mentais e de manipular essas imagens na mente enquanto a visualização é a atividade mental que permite visualizar um objeto mentalmente mesmo quando ele não está presente fisicamente. Desenvolver essas capacidades é fundamental para a compreensão da geometria, uma vez que, ao se desenvolver essa capacidade, torna-se possível contextualizar o que está sendo aprendido em sala de aula em relação ao seu cotidiano, ampliando sua percepção de mundo por parte do aluno.

Através destes conceitos, é possível observar a importância da manipulação de objetos para a construção do aprendizado na geometria, uma vez que, por meio dessa prática, torna-se possível desenvolver a capacidade de visualização espacial, permitindo que o aluno assimile e acomode esse novo conhecimento, a internalizando e, conseqüentemente, tornando possível sua aplicação nas situações que o rodeia.

3. Os caminhos da pesquisa

Enquanto professor de matemática no Estado de São Paulo, pude observar que os alunos apresentam grande dificuldade no estudo da geometria, o que me levou a realizar pesquisas bibliográficas em artigos dotados de objetivos semelhantes. Com base nisso e em experiências pessoais, passei a desenvolver novas ideias de propostas, entre elas, explorar o *papercraft*, o qual já havia praticado embora sem o caráter educacional, de modo que o inseri posteriormente. A ideia de explorar o que até então era apenas um hobby se deu em decorrência de seu forte apelo visual, fazendo menção a personagens existentes no cenário *pop e geek*, que se mostram presentes no cotidiano com os quais os alunos se mostravam familiarizados, de modo a fazer com que a proposta se tornasse mais atrativa para eles. Partindo deste pressuposto, passei a explorar quais seriam as melhores formas de abordar os conceitos da geometria com os alunos a partir desta proposta.

Antes de apresentar esta sugestão de atividade para os meus alunos regulares, surgiu uma oportunidade, em 2014, na Universidade Nove de Julho na disciplina Práticas de Ensino III, onde ocorreram seminários em grupo sobre Sólidos Geométricos, sendo que o grupo do qual fazia parte, foi encarregado do estudo dos Prismas, o que dessa forma, permitiu que eu amadurecesse a ideia em construção. A primeira etapa consistiu em organizá-los em grupos de cinco alunos, após isso, foram apresentados diversos personagens da cultura pop planejados na forma de papercraft, dentre os quais, os personagens Chaves (da série homônima), *Homer Simpson (Os Simpsons)*, *Gene Simons (da banda Kiss)*, *Wolverine (X-Men)* e *Pikachu (Pokémon)*, todos impressos em folhas de papel sulfite A4.

Com os grupos formados e os personagens escolhidos, propus que nossos colegas calculassem a área de cada peça que compunha os personagens e em seguida, a área total, para isso demonstrei como esse cálculo seria efetuado, no caso, através das medições das dimensões das figuras (base e altura) os instruindo a multiplica-las para se obter a área, haja visto que em sua grande maioria, as figuras de *papercraft* possuem formatos quadrados ou retangulares. Com isso, eles deveriam recortar as figuras e montar os personagens, fazendo as colagens necessárias. Com os personagens prontos, foi proposta a etapa final: Calcular o volume dos bonecos confeccionados, sendo que para isso, fariam um processo semelhante: uma vez que já possuíam a área da base, o passo seguinte seria multiplica-la pela altura, obtendo, desta forma, o volume da figura que havia acabado de construir. Todos os passos realizados e possíveis dúvidas que surgiram foram registradas e sanadas de modo a serem revisadas para melhorá-las em aplicações posteriores.

No decorrer da prática, foi possível observar diversos aspectos a serem melhorados, dentre os quais a falta de precisão ao se medir peças menores, o que implicou na decisão de solicitar as medições apenas da cabeça e o tronco dos personagens que são as partes maiores e mais fáceis de medir. Ainda nesta aplicação, foi possível observar que em grupos muito numerosos, muitas vezes acontecia de alunos ficarem ociosos por não haver divisão de tarefas para todos.

Apesar de apresentar aspectos a serem aprimorados, a atividade foi bem aceita pelos participantes que demonstraram ter apreciado a proposta, tornando-a relativamente bem-sucedida. Após isso, surgiu a oportunidade de realizar a segunda aplicação, que se deu durante o período de greve que aconteceu nas escolas do Estado de São Paulo em 2015. Pela falta de

alunos e professores, fez-se necessário a junção de algumas turmas de alunos numa mesma sala, reunindo desta forma, alunos de segundos e terceiros anos do Ensino Médio. Em parceria com a professora de Artes da escola onde foi aplicada a proposta, imprimimos diversos personagens em folhas de papel sulfite A4, muitos deles já utilizados anteriormente, obtivemos materiais como tesouras, estiletes e colas sobressalentes para a confecção das figuras de papel. Com a finalidade de suprir as deficiências da primeira aplicação, foi solicitado que cada aluno procurasse construir sua própria figura, sendo permitido, no entanto, que os alunos dialogassem entre si para que chegassem a resoluções satisfatórias.

Ciente de que teria duas aulas para trabalhar com esse grupo de alunos, aproveitei o início da aula para revisar conteúdos de geometria, começando por perímetro e área, ilustrando a princípio na lousa e demonstrando por exemplos com alguns dos próprios personagens com os quais os alunos iriam interagir. Interessada na proposta, a professora que me auxiliou na execução das atividades ressaltou conceitos artísticos - haja visto que esta era sua disciplina – principalmente no que se refere ao estudo da geometria e a forma como ela é expressa e vista na arte, exercendo desta forma, a prática de interdisciplinaridade.

Como da primeira vez, os alunos escolheram os personagens com os quais tinham maior afinidade, e munidos de régua, mediram os lados das figuras ainda planificadas, de modo a calcular o perímetro e a área destas. Alguns alunos pensaram mais rapidamente e observaram que havia casos em que as faces eram congruentes entre si, de modo a facilitar os cálculos solicitados. Houve também uma parte da sala que não percebeu esse detalhe e por conta disso, demandou mais tempo para a conclusão da atividade.

À medida que os alunos concluíam e registravam os cálculos da primeira etapa, passamos a instruí-los sobre o próximo passo. Esclareci de forma breve como deveriam montar as peças para a confecção dos bonecos e eles assim o fizeram. Isso demandou certo tempo, uma vez que a tarefa manual exige destreza e paciência para que se tenha um resultado satisfatório. Com os bonecos concluídos, dei início à segunda parte da atividade. Instrui meus alunos sobre como calcular o volume de sólidos geométricos, conteúdo que já havia sido trabalhado com eles em sala de aula.

Finalmente, propus que fizessem o cálculo do volume do boneco que eles mesmos haviam confeccionado. Neste ponto foi trabalhado a ideia de que com a área havíamos descoberto quanto papel foi gasto para desenvolvê-los, mas com o volume, saberíamos quanto

espaço “possuiria” dentro deles já que são ociosos. Enquanto a atividade era desenvolvida, foi possível observar que a defasagem na compreensão dos conceitos matemáticos não se restringia apenas ao campo da geometria, pois, diversas vezes os alunos apresentavam dúvidas a respeito de conceitos fundamentais como operações básicas e valores representados na forma decimal, o que demandou uma breve revisão a respeito de operações com números decimais para que estes alunos pudessem acompanhar o desenvolvimento da atividade juntamente com os demais.

Novamente, alguns alunos foram mais perspicazes e observaram que tendo a área de uma das faces, era possível considerá-la como base e então multiplicá-la pela altura. Com o fim desta atividade, solicitamos para que passassem os cálculos a limpo e os entregassem com a finalidade de correção, além de solicitar que expressassem sua opinião a respeito da aula, isto é, como a proposta teria sido aceita por eles.

A terceira e última aplicação a ser citada, foi proposta enquanto estagiário do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID). Solicitamos aos alunos que formassem duplas para a execução da tarefa. Conforme as duplas se formavam, um dos estagiários PIBID levava as opções de personagens impressos nas folhas de papel sulfite A4 para que a dupla escolhesse aquele de qual gostassem mais. Munidos de réguas, colas e tesouras, foram dadas as instruções, sendo inclusive, exemplificadas na lousa e em personagens impressos que não haviam sido utilizados. Primeiramente, eles faziam as medições das laterais das figuras que lhes foram dadas. Em seguida, através do produto da largura pelo comprimento, iriam obter a área de cada figura, sendo que quando obtivesse a área total dos personagens que eles mesmos teriam escolhido, eles iriam partir para a parte da confecção do boneco e, em seguida, para o cálculo do volume.

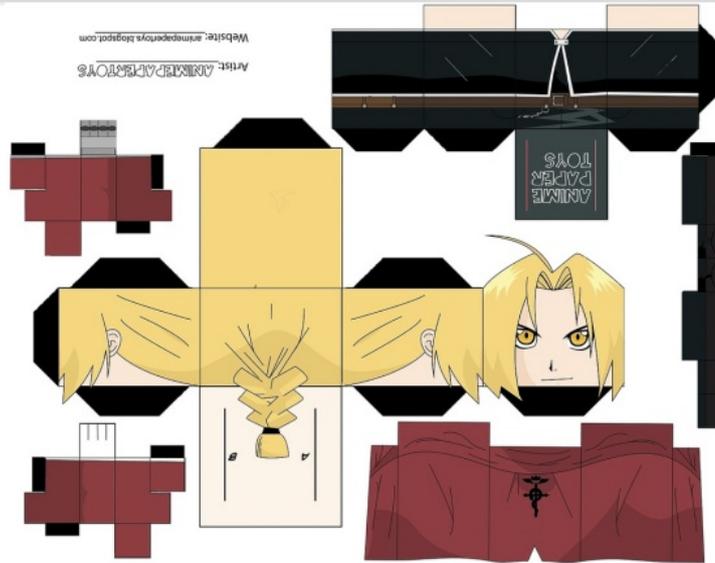


Figura 1- Papercraft ainda planejadas



Figura 2 – Papercraft após ser confeccionado

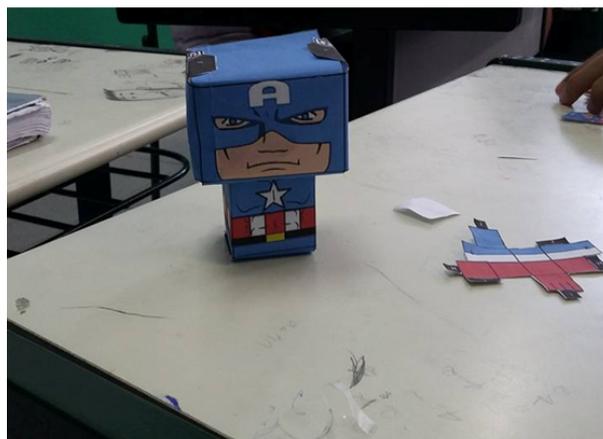


Figura 3 - Figura Papercraft sendo confeccionada durante a aplicação em sala de aula

4. Considerações Finais

A proposta de Ensino apresentada, quando comparada com as exigências curriculares supracitadas, se mostra de grande eficácia, respeitando e seguindo as áreas do conhecimento que devem ser contempladas para um melhor aprendizado da matemática por parte dos alunos, sendo este o principal objetivo deste estudo.

Outro fator no decorrer da proposta foi o de ressaltar o conteúdo matemático que está sendo abordado, para que não ocorra a situação citada por Hiebert e Wearne (1992) apud Moyer (2001), na qual os alunos, algumas vezes aprendem a usar os materiais manipulativos de maneira mecânica com pouca ou nenhuma aprendizagem dos conceitos matemáticos por trás dos procedimentos.

De acordo com Ball (1992 apud Moyer, 2001) “[...] embora esse tipo de experiência possa ampliar a percepção e o pensamento, a compreensão não viaja das pontas dos dedos braço acima [...]”, isto é, para que haja a compreensão do que se está sendo estudado, ainda se faz necessária a supervisão e orientação do professor. Moyer (2001) acrescenta: “É através de seu uso como ferramentas que os estudantes têm a oportunidade de ganhar insight em sua experiência com eles”.

Em conformidade com as afirmações anteriores, a proposta mostra-se útil sob ponto de vista da geometria plana e espacial, uma vez que estimula o aluno a interagir com os objetos em questão, decifrando e manipulando-os por conta própria, construindo um novo embasamento para a construção do conhecimento geométrico tanto plano como espacial, além de ser dotada de um forte apelo interdisciplinar, como fora demonstrado durante o detalhamento da metodologia no decorrer desta proposta ao promover o diálogo com as linguagens artísticas, despertando desta forma, o interesse do aluno nas duas áreas.

Durante o desenvolvimento da proposta de ensino, os alunos muitas vezes se mostraram surpresos por se tratar de uma proposta que se distanciava do padrão de aula expositiva com o qual eles estavam acostumados, e que pelo fato de ter sido feita alusão a personagens do cenário *pop/geek*, os motivaria a participar e aprender o conteúdo proposto.

Outro fator que segundo os próprios alunos teria sido de grande importância para despertar sua atenção, seria o uso da interdisciplinaridade, considerando que por promover o diálogo com as artes, mesmo os alunos que normalmente não se identificam com a matemática, observaram os elementos artísticos e em decorrência disso, também se propuseram a participar

da atividade que lhes foi proposta. A atividade teria sido tão bem aceita por parte dos alunos, que houve muitos casos nos quais os mesmos solicitaram que se sobrassem mais figuras, que lhes fossem dadas para que eles pudessem confeccionar com o intuito de colecionar, o que denota o quanto a atividade teria sido prazerosa para eles.

Portanto, é válido destacar sua importância como ferramenta de ensino e aprendizagem do estudo da geometria, considerando que esta área da matemática apresenta defasagem significativa e crescente nos últimos anos. Em decorrência do seu caráter lúdico, esta proposta de ensino visa ilustrar um conhecimento muitas vezes formado, que, no entanto, pela falta de abstração, torna sua compreensão de grande dificuldade por grande parte dos estudantes, o que os desmotiva a se interessar pelo estudo da geometria, ainda que a compreensão desta seja de fundamental importância para a construção do conhecimento matemático. Compreender estes aspectos torna possível ao aluno desenvolver a capacidade de visualizar e manipular mentalmente outras figuras tridimensionais e, quando necessário, suas respectivas planificações, de modo a permitir que interpretem com mais clareza situações de seu cotidiano.

5. Referências

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental, **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**, Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria Educação de Minas Gerais. **Currículo Básico Comum**. Belo Horizonte, SEE – MG, 2007.

COSTA, Conceição. **Visualização, veículo para a educação em geometria**. Escola Superior de Educação de Coimbra. 2000.

MONTEIRO, Bruna Garcia. **O uso de material concreto para melhor visualização dos sólidos geométricos**. 2013. Faculdade de Pará de Minas. 2013.

MONTEIRO, Francine; DE CAMARGO, Tatiana; ENES, Ivania; PRETTO, Valdir; **Geometria e as múltiplas metodologias de ensino**. 2014. Centro Universitário Franciscano. 2014

MOYER, Patrícia S. **Ainda estamos nos divertindo? Como os professores usam materiais manipulativos para ensinar matemática.**2001. Adaptação do artigo “Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics”. 2001

Papercraft. Disponível em:< <https://br.pinterest.com/pin/309622543101939847>>

PAVANELLO, Maria Regina. **O abandono da geometria no Brasil: causas e consequências.** Revista Zetetiké. 1993

RANCAN, Grazielle, GIRAFFA, Lucia Maria Martins. **Utilizando manipulação, visualização e tecnologia como suporte ao ensino da geometria.** Revista de Ensino de Ciências e Matemática. 2012