

## O ENSINO DA TRIGONOMETRIA E A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

*Priscila Kniss Ferreira*  
*Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR*  
*priscila.ks19@gmail.com*

*Angelita Minetto Araújo*  
*Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR*  
*angelitaminetto@yahoo.com.br*

*Edna Banin Sakon*  
*Universidade Tecnológica Federal do Paraná*  
*ednas@utfpr.edu.br*

### **Resumo:**

O presente trabalho tem como objetivo apresentar algumas atividades via História da Matemática para ensinar a transição das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente representadas no triângulo retângulo para a representação no ciclo trigonométrico. Fundamentado na abordagem qualitativa, o estudo pautou-se na pesquisa bibliográfica. Destacamos os motivos de usar a História da Matemática como metodologia nas aulas e como resultado da pesquisa elaboramos uma sequência de atividades orientados pela História da Trigonometria, que visam à transição já mencionada, destacamos também o enriquecimento das aulas e a atribuição de maior significado à Matemática a partir da possibilidade de ensinar esta transição por meio da História da Matemática.

**Palavras-chave:** Trigonometria; História da Trigonometria; História da Matemática.

### **1. Introdução**

A História da Matemática se destaca pela própria natureza desta metodologia de ensino, uma vez que, apresenta o surgimento da Matemática, revelando quais problemas originaram certos conteúdos matemáticos, mostrando que a Matemática não está pronta e acabada, ao contrário está em constante processo de construção.

A partir desse panorama, seguimos como metodologia a pesquisa qualitativa, com abordagem bibliográfica, por se caracterizar num estudo mais detalhado de fatos e objetos, dentre outros. Além disso, de acordo com Oliveira (2014, p. 60) “Esse procedimento visa buscar informações fidedignas para explicar em profundidade o significado e as características de cada contexto em que encontra o objeto de pesquisa.”

Para aprofundar conhecimentos e discutir sobre como ocorre a transição das razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente), estudamos a História da Matemática como Metodologia de Ensino; a História da Trigonometria; algumas pesquisas de destaque sobre o

ensino da Trigonometria e a História da Matemática. Como resultado deste estudo apresentamos uma sequência de atividades sobre essa transição para alunos do ensino médio, via História da Matemática.

## 2. História da Matemática, porque usá-la?

Diante da busca por maneiras de ensinar Matemática, a metodologia da História da Matemática, segundo Baroni e Nobre (1999, p. 129) é um dos “instrumentos” que tem recebido destaque no meio acadêmico-cultural, como área que apresenta o surgimento dos conteúdos matemáticos, os quais não foram construídos de forma linear, apresentando os contextos e pessoas envolvidas nesse processo em que se originou a Matemática.

Usar a História da Matemática como uma metodologia de ensino e aprendizagem pode favorecer a compreensão da Matemática, pois de acordo com Mendes (1997, p. 26) usar a história não irá resolver todos os problemas de aprendizagem apresentados diariamente em sala de aula, mas ela tem o potencial de minimizá-los.

A partir desta visão, Baroni, Teixeira e Nobre (2004, p. 172) argumentam que esta metodologia auxilia nas muitas necessidades educacionais, além de evidenciar o valor da Matemática em sala de aula, mostrando sua vastidão e fazendo com que os alunos notem que esta perpassa os cálculos. Struik (1985) ressalta alguns pontos do porque estudar a História da Matemática:

1) ela satisfaz o desejo de muitos de nós de sabermos como as coisas em matemática se originaram e se desenvolveram; 2) o estudo de autores clássicos pode oferecer uma grande satisfação em si mesmo, mas também pode ser um auxiliar no ensino e na pesquisa; 3) ela ajuda a entender nossa herança cultural, não somente através das aplicações que a matemática teve e ainda tem na astronomia, na física e em outras ciências, mas também devido às relações que ela teve e ainda tem com campos variados como a arte, a religião, a filosofia e as técnicas artesanais; 4) ela pode proporcionar um campo onde o especialista em matemática e os outros campos da ciência podem encontrar interesse comum; 5) ela oferece um pano de fundo para a compreensão das tendências em educação matemática no passado e no presente; 6) podemos ilustrar ou tornar mais interessante o seu ensino e conversação com historietas. (STRUIK, 1985, p. 213)

Estes apontamentos evidenciam que a História da Matemática além de auxiliar no ensino, é importante para conciliar diferentes áreas e favorece a compreensão de nossa herança cultural.

Quanto ao ensino de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 2000, p. 54) para o ensino médio, afirmam que “A importância da história das Ciências e da Matemática, contudo, tem uma relevância para o aprendizado que transcende a relação social, pois ilustra também o desenvolvimento e a evolução dos conceitos a serem aprendidos.”, e sugere o desenvolvimento de trabalhos coletivos para exploração deste aspecto.

Desvincular a Matemática das outras atividades humanas é um dos grandes erros cometido pela educação, como afirma D’Ambrósio (1999, p. 97), “Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber.”.

Ao pesquisar sobre esse tema, encontramos algumas sugestões de como empregar a História da Matemática em sala de aula: em desenvolvimentos de projetos inspirados pela História; em aspectos culturais da Matemática numa perspectiva histórica; no tratamento detalhado de exemplos particulares e no aperfeiçoamento do conhecimento matemático.

Miguel (1993) destaca ainda, que esta metodologia pode ser usada em sala por meio da história-anedotário, que se caracteriza por uma coletânea de anedotas, como fonte de motivação. Na resolução de problemas históricos, Swetz (1989 apud MIGUEL, 1993) a utiliza como chave para despertar o interesse dos alunos. Segundo o autor, os problemas históricos motivam por que:

- 1) Possibilitam o esclarecimento e o reforço de muitos conceitos que estão sendo ensinados;
- 2) constituem-se em veículos de informação cultural e sociológica;
- 3) refletem as preocupações práticas ou teóricas das diferentes culturas em diferentes momentos históricos;
- 4) constituem-se em meio de aferimento da habilidade matemática de nossos antepassados;
- 5) permitem mostrar a existência de uma analogia ou continuidade entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente. (SWETZ, 1989 apud MIGUEL, 1993, p. 66-67).

Corroborando com essas ideias, Sad (s/d) acrescenta que a História da Matemática tem sido usada para apresentar o valor da notação simbólica nas estruturas matemáticas, e também para situar cronologicamente a Matemática com respeito aos seus contribuidores e seu próprio estabelecimento, destacando que atualmente, esta não tem como objetivo apenas a narrativa e a biografia, mas a problematização por meio do diálogo.

Nessa perspectiva, utilizar a História da Matemática como uma metodologia difere de usar fatos históricos apenas para introduzir conteúdos ou para motivar, é apresentar um conteúdo por meio da História.

Com o intuito de fundamentar a História dos conceitos: seno, cosseno e tangente realizamos um levantamento histórico em livros de História da Matemática, como Aaboe (2002), Eves (2011), Boyer (2010 e 2012), Kennedy (1992).

Ao percorrer historicamente o desenvolvimento da Trigonometria com respeito às razões trigonométricas, evidenciamos a necessidade de “ferramentas” cada vez mais sofisticadas de cálculo para resolver problemas intrínsecos à própria Matemática e relativos às necessidades humanas.

Também como parte integrante do estudo, procuramos alguns autores que pesquisaram sobre o ensino de Trigonometria via História da Matemática, visando fomentar uma aprendizagem com mais significado para o aluno, aqui ressaltamos os trabalhos de Mendes (1997 e 2001); Nascimento (2005); Sampaio (2008); e Gomes (2011). A partir do nosso objetivo e fundamentados nas pesquisas desses autores, apresentamos a seguir a sequência de atividades que elaboramos para trabalhar a transição das razões trigonométricas representadas no triângulo retângulo para a representação no ciclo trigonométrico.

### **Sequência de atividades de Trigonometria**

Para discutir a problemática levantada, foram propostas 6 atividades que vão desde o surgimento da Trigonometria, fazendo uma espécie de retomada dos conceitos necessários para então chegarmos ao ciclo trigonométrico.

Nesse sentido, apresentamos uma síntese de algumas atividades elaboradas. As atividades encontram-se na íntegra em Kniss (2015), bem como propostas de encaminhamento, resolução das questões e orientações para o professor.

Com o intuito de nos aproximarmos dos conceitos que nos instigaram a realizar este estudo, propomos uma atividade subdividida em quatro problemas, que se referem à aplicação das razões trigonométricas: seno, cosseno, tangente e cotangente. Visto que em atividades anteriores havia-se discutido os conceitos.

Problema 01:

O Parque Barigui, localizado em Curitiba, possui um amplo espaço para lazer e prática de esportes, além de um grande lago. Carlos e Maria querem saber qual a distância de onde eles estão até o seu amigo João, que está do outro lado do lago (figura 1).

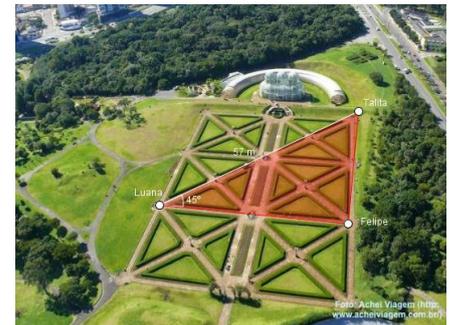
Se eles fossem atravessar o lago de “pedalinho”, partindo de onde Carlos está e sabendo que a distância entre Carlos e Maria é 10 metros, que distância percorrerá o “pedalinho”?



Problema 02:

Luana, Felipe e Talita estão passeando no Jardim Botânico, de Curitiba, e estão nos pontos conforme a figura 2.

Sabendo que a distância entre Talita e Luana é 57 metros, calcule a distância entre Felipe e Talita.



Problema 03:

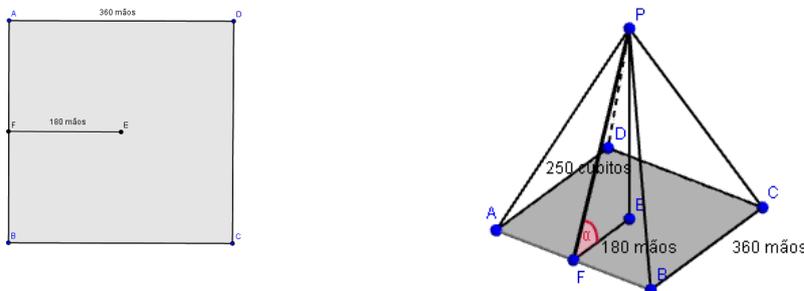
Um dos mais antigos registros sobre a cultura egípcia é o Papiro de Rhind (aproximadamente 1650 a.C.), nele encontramos vários problemas que envolvem a construção de pirâmides. Devido à observação das inclinações constantes das faces de uma pirâmide, os egípcios obtiveram as primeiras noções de tangente e cotangente. Hoje, o grau de inclinação de uma reta é medido por meio da razão entre segmentos verticais e horizontais, conceito que já era usado no Egito.

O afastamento horizontal de uma reta oblíqua em relação ao eixo vertical para cada variação de unidade na altura é denominado de *seqt*. Atualmente, ainda, para indicar a inclinação de uma parede, os arquitetos utilizam a palavra *seqt*. Logo, o *seqt* da face de uma pirâmide é o quociente entre o afastamento horizontal pelo vertical, a unidade de medida usada pelos egípcios para medir o afastamento vertical era o cúbito, já, para medir a distância horizontal era usada a “mão” que equivale a um sétimo do cúbito.

A seguir, temos a descrição do problema 56 do Papiro de Rhind (EVES, 2011), tal problema mede o *seqt* de uma pirâmide de 250 cúbitos de altura cujos lados da base medem 360 cúbitos.

- Divida 360 por 2;

Explicação: Considerando a base da pirâmide  $ABCD$  (Figura 03 e 04), que possui uma base quadrada de lado 360 cúbitos. Se dividir por 2, obtém-se o apótema do quadrado, conforme as figuras abaixo, este apótema é a base do triângulo  $PFE$ .



- Ao resultado desta divisão (180), divida por 250, obtendo  $1/2 + 1/5 + 1/50$ .

Explicação: Note que o problema pede o *seqt*, ou seja, a inclinação do ângulo  $\hat{F}$ , que é calculada pela razão entre o afastamento horizontal ( $\overline{EF}$ ) e o eixo vertical ( $\overline{PE}$ ), como mostra a figura 5. Logo:  $\text{seqt} = \frac{\text{afastamento horizontal}}{\text{eixo vertical}} = \frac{180}{250} = 0,72 = 0,5 + 0,2 + 0,02 = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50}$

O que equivale a: 
$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\text{cat.ad}}{\text{cat.op}} = \frac{180}{250}$$

- Multiplique  $(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50})$  por 7 e obterá  $5 \frac{1}{25}$  em mãos por cúbito.

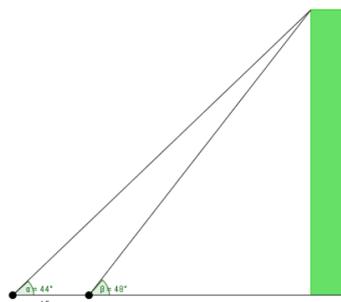
Explicação: Como o *seqt* é dado em mãos por cúbitos é preciso transformar esta unidade, logo como uma “mão” é igual a 7 cúbitos, multiplicamos o resultado em cúbitos por 7, assim teremos  $5 \frac{1}{25}$  mãos/cúbito.

Este documento mostra o conhecimento que os egípcios tinham especialmente no que diz respeito à cotangente. Agora, imagine que com apenas esses conhecimentos os egípcios já faziam uso da Trigonometria há, aproximadamente, 1650 anos a.C.. Assim, sabendo que a Pirâmide de Quéops possui a base quadrada com lados de 440 cúbitos e altura de 280 cúbitos, calcule o *seqt* da pirâmide. Sabendo que o cúbito vale aproximadamente 0,5 metro, quantos metros tem a base da Pirâmide de Quéops?

Problema 04:

Em Curitiba há um ponto turístico chamado Torre da Telepar, onde é possível ter uma vista panorâmica da cidade. Um observador quis saber qual era a altura da torre. Então, usando um instrumento chamado teodolito, ele observou a torre de dois pontos distintos. A

partir da sua própria altura, ele fez um modelo para então determinar a altura da torre. Com base nessas informações calcule a altura, aproximada, da torre.

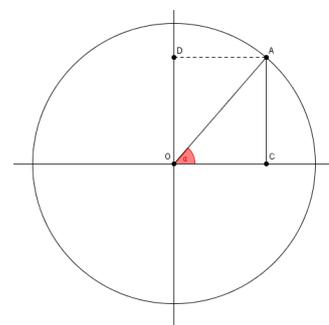


Após a aplicação desses problemas, propomos uma atividade que visa à construção de arcos de circunferência e identificação de medidas para arcos, solicitamos que o aluno diferencie círculo de circunferência. Buscamos na História a explicação da divisão do círculo em  $360^\circ$ , originando o minuto e seus submúltiplos, o surgimento da unidade de medida radiano em 1873, por James Thomson, e do raio unitário pelos árabes Abul'Wefa (940-998) e al-Biruni (973-1048). Além de ressaltar que a Trigonometria foi tratada em termos de arcos de círculo, até que Rheticus (1514-1576) concentrou-se em estudar os triângulos retângulos.

A partir dos conhecimentos históricos e matemáticos trabalhados até então, na próxima atividade discutimos a transição das razões trigonométricas, por meio da construção do ciclo trigonométrico.

A partir do raio unitário, estipulado por Abul' Wefa e al-Biruni, considere a circunferência da Figura 8.

Sabendo que o ponto A pertence à circunferência e o triângulo ACO é retângulo, calcule o seno e o cosseno em relação ao ângulo  $\alpha$ , Rheticus (1514-1576) afirmou que se OA é o raio, então a perpendicular é o seno e a base é o cosseno. Seus cálculos confirmam a afirmação de Rheticus?



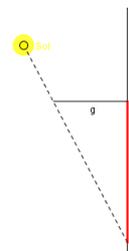
Neste momento definimos o ciclo trigonométrico e, lembramos que foi François Viète (1540-1603) quem aplicou a álgebra à Trigonometria, ele é considerado o

pai da

abordagem analítica da Trigonometria e, além disso, ele era a favor da representação decimal e não sexagesimal.

Foram os egípcios com os relógios de sol nas paredes de construções os criadores das tábuas de sombras. Esses relógios serviam para medir o tempo, pois eles perceberam que conforme o sol se movia, as sombras dos objetos variavam, e assim construíram essas tábuas de sombras.

Eles tomavam o gnômon, que é uma espécie de vara, e a colocavam na parede das construções, formando um ângulo reto e a partir da sua sombra mediam o tempo.



Considere na Figura 9  $g$  o comprimento do gnômon e  $v$  a sombra vertical. Agora, construa uma circunferência de raio  $g$ .

Em qual reta a sombra vertical está contida?

Foi por meio dessas observações que se originou o conceito da tangente, batizada com este nome, em 1583, por Thomas Fincke. Vale lembrar que Rheticus já havia tratado a tangente como razão entre os lados de um triângulo.

Construindo o ciclo trigonométrico:

- 1) Agora, construa uma nova circunferência, tem a mesma medida do raio definida por *Abul'Wefa e al-Biruni*.
- 2) Sobre a circunferência construída por você, coloque os eixos ortogonais, os quais foram definidos por *Descartes*, que é considerado o pai da geometria analítica.
- 3) Nomeie os eixos por seno e cosseno, conforme *Rheticus*.
- 4) Coloque o eixo da tangente da mesma maneira que *Fincke* havia feito.
- 5) Considere o sentido anti-horário e nos ângulos retos e suplementares, coloque a medida do ângulo na unidade que *James Thomson* publicou em 1873.
- 6) Observe que o ciclo trigonométrico ficou dividido em quatro partes. Qual é nome de cada parte?
- 7) Quais os sinais da função seno, cosseno e tangente em cada uma dessas partes?
- 8) Quanto é a  $\tan \frac{\pi}{2}$  e  $\tan \frac{3\pi}{2}$ ? Por quê?

Tudo o que foi estudado até esse momento é conhecido como Trigonometria moderna. Entretanto, a partir dos estudos de Leonard Euler (1707-1783), o seno deixou de ser considerado como um segmento de reta e passou a ser expresso em relação a alguma unidade, ou seja, a abscissa de um ponto do círculo unitário de centro na origem.

Para finalizar a sequência de atividades, propomos a atividade 6, em que solicitamos a organização cronológica do desenvolvimento da Trigonometria por meio de uma linha do tempo, demarcada de 100 em 100 anos variando de 1700 a.C. até o séc. IX d.C. São disponibilizadas questões que contêm os principais matemáticos envolvidos com a Trigonometria nesse período e suas respectivas contribuições, para que os alunos identifiquem o período descrito e o registrem adequadamente na linha do tempo.

Ao propor essa sequência procuramos levar em conta o que Sampaio (2008) defende: o conhecimento prévio dos alunos; a construção do conhecimento; bem como destacar qual é o papel do professor e dos alunos nessa proposta. Para tanto, segundo a autora também é preciso levar em consideração as respostas dos alunos e as condições as quais estão submetidos.

### 3. Considerações Finais

Conhecer a História é o primeiro passo para elaborar atividades norteadas pela História da Matemática. A História é fonte de subsídios para a construção do conhecimento do homem, afirma Mendes (1997). À luz disso, buscamos reconstituir cronologicamente a História da Trigonometria referente às razões trigonométricas seno, cosseno e tangente, que é apresentada nos livros de História da Matemática com o intento de apresentar algumas atividades para trabalhar a transição dessas razões para o ciclo trigonométrico. Inicialmente, com um conhecimento ainda muito vago sobre como ensinar Matemática segundo a Metodologia da História da Matemática. À medida que íamos pesquisando, vimos descortinar a nossa frente uma riqueza de trabalhos que nos inspiraram e fundamentaram nosso referencial.

Nesse sentido, para a elaboração das atividades propostas fomos criando e identificando situações que se enquadrassem nas diversas categorias citadas pelos autores de referência: a utilização da História da Matemática como problematização, por meio do diálogo; herança cultural de diversos povos, evidenciada nas construções; no uso da Astronomia e no próprio desenvolvimento da Matemática. Amparados por Struik (1985); discutimos e justificamos por meio da História da Matemática os porquês defendidos por Jones (1969 apud MIGUEL, 1993) quando questionamos sobre os  $360^\circ$  da circunferência; procuramos trabalhar com algumas aplicações das razões trigonométricas em problemas que envolvessem aspectos da realidade dos nossos alunos, como parques da nossa cidade (Curitiba), estabelecendo a relação com um problema histórico, o problema 56 do Papiro de

Rhind, corroborando com o pensamento de Swetz (1989 apud MIGUEL, 1993). Na sequência das atividades chegamos à discussão da transição das razões trigonométricas do triângulo retângulo para o ciclo trigonométrico, explicando-a a partir dos eixos e a sua denominação seno e cosseno; ao propor a construção do ciclo trigonométrico, procuramos levar o aluno a associar a atividade à História da Matemática, usando-a como uma estratégia didática para o ensino (VIANNA, 1995); e, para fechar a sequência buscamos apresentar uma visão cronológica da Trigonometria (SAD, s/d), em uma linha do tempo.

A partir dessa reconstituição da Trigonometria, pudemos identificar alguns conceitos, que necessitam ser trabalhados de forma diferenciada para que os alunos compreendam e então consigam transpor essas relações para o ciclo trigonométrico.

Nesse sentido observamos que o uso da História da Matemática não apenas como informação ou motivação, mas como metodologia de ensino, possibilita melhor compreensão das relações entre os conteúdos matemáticos, tornando a Trigonometria algo mais próximo dos alunos, evidenciando o valor da Matemática em sala de aula, mostrando sua vastidão e fazendo com que os alunos notem que esta perpassa os cálculos (BARONI; TEIXEIRA; NOBRE, 2004).

O desafio de elaborar uma sequência de atividades que explicasse o conteúdo por meio da História da Matemática foi realmente instigador e desafiador. Adotá-la como metodologia de ensino, é ensinar o conteúdo por meio dela, dessa maneira seguimos o seu direcionamento para o desenvolvimento das atividades, e os conteúdos foram incorporados à medida que a história avançava, enriquecendo as atividades e atribuindo maior significado à Matemática.

Ao propor essas atividades tínhamos a intenção de aplicá-las a uma turma de ensino médio para validar as questões, mas, por se tratar de um trabalho de conclusão de curso, não houve tempo hábil. Entretanto, como a autora ainda estava cursando a graduação, ocorreu a oportunidade de aplicar uma pequena parte das atividades apresentadas neste trabalho, em turmas de alunos da 2ª série do ensino médio, devido a seu estágio de regência. Foram aplicados os problemas 1 e 2, percebendo-se que os alunos tiveram dificuldades na interpretação do enunciado, sem saber quais dados deveriam ser utilizados para efetuar os cálculos. Acreditamos que isso se deve ao hábito de resolverem exercícios mecanicamente, enfatizando apenas as técnicas operatórias, como vinham praticando no decorrer das aulas anteriores.

Infelizmente, a autora não aplicou as demais atividades, por serem aulas de estágio de regência, subordinadas ao planejamento do professor da escola. Porém, o aprimoramento da sequência está em vigor e sua aplicação em vista, com o objetivo de validar as atividades.

O desafio de elaborar uma sequência de atividades que explicasse o conteúdo por meio da História da Matemática foi realmente instigador e desafiador. Não é simples incorporar o conteúdo à História, isso requer tempo, planejamento e disposição do professor. Usá-la como metodologia de ensino, é ensinar o conteúdo por meio da História, dessa maneira na elaboração das atividades, evidencia-se que esta foi guiando todo o desenvolvimento das atividades, e os conteúdos foram sendo incorporados à medida que a História avançava o que foi enriquecendo as atividades e atribuindo maior significado à Matemática, ainda que esta não possa resolver todos os problemas de aprendizagem (MENDES, 1997).

#### 4. Referências

- AABOE, Asger. **Episódios da História Antiga da Matemática**. Tradução de: CARVALHO, João B.P. 2 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2002.
- BARONI, Rosa L.S. NOBRE, Sergio. A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática. In: BICUDO, Maria A.V. (org). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 129- 136.
- BARONI, Rosa L.S. TEIXEIRA, Marcos V. NOBRE, Sergio R. A Investigação Científica em História da Matemática e suas Relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, Maria A. V. BORBA, Marcelo C. (orgs). **Educação Matemática pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004, p. 164-185.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000.
- BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Tradução de: GOMIDE, Elza F. 3ed. São Paulo: Blucher, 2010.
- BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da matemática**. São Paulo: E. Blucher, 2012.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. A história da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. In: BICUDO, Maria A.V. (org). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 97-115.
- EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora da Unicamp, 2011.

GOMES, Severino C. **Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino de Trigonometria numa abordagem histórica**. 2011. 93 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.

KENNEDY, Edward S. **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula**. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

KNISS, Priscila. **O ensino de Trigonometria e a História da Matemática**. 2015. 85 f. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

MENDES, Iran A. **Ensino de trigonometria por meio de atividades históricas**. 1997. 221 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 1997.

\_\_\_\_\_. **Ensino da Matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a História da Matemática**. 2001. 207 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2001.

MIGUEL, Antonio. **Três estudos sobre história e educação matemática**. 1993. 274 f. Tese (Doutorado em Educação na área de Metodologia de Ensino). UNICAMP, Campinas, 1993.

NASCIMENTO, Alessandra Z. **Uma sequência de ensino para a construção de uma tabela trigonométrica**. 2005. 228 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

OLIVEIRA, Maria M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 6 ed. Rio de Janeiro: Petrópolis: Vozes, 2014.

SAD, Ligia. **Educação Matemática: unidade na história e nos objetivos educacionais**. Disponível em: <[www.miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/.../mr16-Ligia.do](http://www.miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/.../mr16-Ligia.do)>. Acesso em: 13 nov. 2015.

SAMPAIO, Helenara R. **Uma abordagem histórico-filosófica na Educação Matemática: Contribuições ao processo de aprendizagem de trigonometria no Ensino Médio**. 2008. 188 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, 2008.

STRUIK, Dirk J. Por que estudar história da matemática? In: GAMA, Ruy. **História da Técnica e da Tecnologia**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1985. p. 191-215.

VIANNA, Carlos Roberto. **Matemática e História: algumas relações e implicações pedagógicas**. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação, USP, 1995.