IDEIAS ASSOCIADAS AO CONCEITO DE NÚMERO RACIONAL: ANÁLISE DE MATERIAL DIDÁTICO VOLTADO PARA A EDUCAÇÃO DE PESSOAS JOVENS E ADULTAS

Paula Resende Adelino
Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais
pauladelino@yahoo.com.br

Resumo:
Neste artigo apresentamos reflexões elaboradas a partir de uma investigação, cujo objetivo foi analisar como práticas de numeramento poderiam ser constituídas e mobilizadas numa coleção de livros didáticos voltada para a Educação de Pessoas Jovens e Adultas (EJA). Para a realização de nossa análise, elegemos o material *Matemática e Fatos do Cotidiano* (volumes 1 e 2) que fazem parte da coleção *Viver, Aprender – Educação de Jovens e Adultos – 2º segmento do Ensino Fundamental*. Nessa pesquisa, enfocamos as 50 atividades que estão inseridas nos capítulos voltados para a discussão sobre os números racionais. Neste trabalho, vamos focalizar nossas discussões para as diferentes ideias ou interpretações dos números racionais.

Palavras-chave: Educação de Pessoas Jovens e Adultas; Livro Didático; Números Racionais.

1. Introdução

Neste artigo apresentamos algumas reflexões, referentes às ideias associadas ao conceito de número racional, que foram elaboradas a partir de uma pesquisa que tinha como objetivo analisar como práticas de numeramento poderiam ser constituídas e mobilizadas numa coleção de livros didáticos voltada para a Educação de Pessoas Jovens e Adultas (EJA).

Na análise realizada, elegemos o material *Matemática e Fatos do Cotidiano* (volumes 1 e 2) que fazem parte da coleção *Viver, Aprender – Educação de Jovens e Adultos – 2º segmento do Ensino Fundamental* (MEIRELLES, 2004; MANSUTTI, ONAGA, 2004a; ONAGA, 2004; MANSUTTI, ONAGA, 2004b). A coleção *Viver, Aprender* é um conjunto de materiais didáticos destinados ao processo de escolarização de pessoas jovens e adultas. São materiais temáticos que abarcam diversas áreas do conhecimento relacionadas entre si.

Concentramos nossa análise no enfoque das 50 atividades que estão inseridas nos capítulos que buscam propiciar a alunos e alunas oportunidades de compreensão dos números racionais. A escolha desses capítulos deve-se não apenas à importância e à complexidade dos números racionais para a vida social e para a experiência matemática (MOREIRA, DAVID, 2005), mas também à sutileza dos aspectos conceituais que envolvem sua abordagem no contexto escolar, em decorrência das tensões geradas pela multiplicidade de representações e de intenções associadas a essas representações, e pelas disputas entre argumentos que justificam, de um lado, a ênfase dada à memorização dos procedimentos e algoritmos para operar com esses números, e, por outro, os que defendem um destaque maior e mais cuidadoso ao seu aspecto sociocultural e às suas utilizações em contextos práticos.

A opção por ter as atividades como corpus de análise baseia-se na compreensão do caráter tipicamente *interacional* desse gênero textual: nas atividades propostas num livro didático, os autores explicitamente convocam os estudantes a participar da produção matemática, proporcionando uma oportunidade privilegiada de emergirem ou se configurarem práticas.

2. O ensino dos números racionais e os materiais didáticos

A importância e a complexidade dos números racionais para a vida social e para a experiência matemática (MOREIRA, DAVID, 2005) obrigam-nos a um redimensionamento do ensino das frações, dos números decimais e da porcentagem na escola, relativizando a ênfase dada à memorização dos procedimentos e algoritmos para operar com esses números, conferindo um destaque maior e mais cuidadoso ao seu aspecto conceitual e sociocultural.

Essa abordagem, entretanto, não é uma tarefa trivial. As dificuldades advindas da sutileza do aspecto conceitual dos números racionais, bem como a pouca atenção que lhes é dedicada nos processos de formação dos professores fazem-nos voltar nossas preocupações para os recursos com os quais esses profissionais poderão contar quando se virem diante do desafio de ensinar frações, números decimais e porcentagem a seus alunos. É nesse contexto que nos dispusemos a analisar a abordagem que os materiais didáticos para a EJA conferem a esses números.

A importância do livro didático de matemática na educação brasileira é indiscutível, "tanto pelo aspecto histórico no processo ensino-aprendizagem dessa disciplina quanto pelo que ele representa nas aulas, segundo a maioria dos professores" (LOPES, 2005, p. 35). Para Vóvio (2001), na Educação de Jovens e Adultos, a necessidade de materiais didáticos seria

ISSN 2178-034X

ainda maior. Um dos motivos destacados pela autora é o baixo poder aquisitivo, na maioria dos casos, dos estudantes e sua dificuldade em ter acesso à compra de livros ou outros materiais didáticos. Além disso, na maioria das vezes, os programas de EJA são realizados no período noturno, em que as bibliotecas não estão disponíveis, e o professor fica, mais uma vez, sem acesso a acervos de materiais impressos para realização ou produção de atividades pedagógicas. É preciso considerar também que grande parte dos docentes trabalha em outros turnos e tem pouco tempo para a preparação de suas aulas. A falta de formação específica desses professores que atuam na EJA restringem as suas possibilidades e os seus recursos para elaboração de suas estratégias didáticas e de materiais para seus alunos.

3. Ideias associadas ao conceito de número racional

Neste artigo, vamos focalizar nossas discussões para as diferentes ideias ou interpretações dos números racionais, que constituem os chamados subconstrutos da noção de número racional (MOREIRA, FERREIRA, 2008).

Bertoni (2008) aponta que, entre os temas apresentados na edição especial do BOLEMA dedicada à temática Frações/Números Fracionários/Números Racionais, vários artigos "(...) convergem para a importância da abordagem de diferentes subconstrutos do número fracionário e de propostas diversificadas visando à aprendizagem dos mesmos" (p. vii).

Nessa edição do BOLEMA, Onuchic e Allevato (2008) pretendem abordar os diferentes significados, ou subconstrutos, do número racional (ponto racional, quociente, fração, razão e operador) e o conceito de proporcionalidade, analisando as possibilidades de utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

Já Moreira e Ferreira (2008) focalizam o papel de um subconstruto, o de operador, na aprendizagem escolar dos números racionais. Os autores realizaram uma revisão da literatura a respeito dos diferentes subconstrutos e afirmam que há evidências de que a teoria relativa a esse tema foi bem acolhida pela comunidade internacional da Educação Matemática.

Finalmente, Bem-Chaim, Ilany e Keret (2008) discutem o ensino de mais um subconstruto, o de razão, realizando uma articulação com o conceito de proporção. Isso é feito por meio da proposição de "atividades investigativas autênticas" desenvolvidas na formação de professores.

Na literatura sobre o ensino dos números racionais, a discussão sobre esses subconstrutos foi iniciada por Kieren (1976, *apud* MOREIRA, FERREIRA, 2008), que apresentou, inicialmente, sete subconstrutos. Para esse autor, os racionais poderiam ser vistos como fração, como fração decimal, como classe de equivalência de frações, como razão, como operador, como corpo quociente ordenado e como medida. Em trabalho posterior, o próprio Kieren (1980, *apud* MOREIRA, FERREIRA, 2008), reorganiza sua lista inicial de subconstrutos e apresenta apenas cinco, qualificando-os de básicos e dando-lhes a seguinte denominação: relação parte-todo, razão, quociente, medida e operador.

Behr *et al.* (1983) modificam essa lista proposta por Kieren (1976), redefinindo alguns desses subconstrutos e subdividindo outros, para formar uma nova lista: relação parte-todo, medida, razão, quociente indicado, corpo quociente e operador. David e Fonseca (1997), baseando-se em Behr *et al.* (1983), propõem uma outra classificação e denominam esses subconstrutos como as "diversas ideias associadas à representação fracionária do número racional": medida; quociente ou divisão indicada; razão; e operador.

Na análise de nossa pesquisa, utilizamos a classificação proposta por David e Fonseca (1997)[1], que se referenciam nas situações de uso cotidiano dessas várias interpretações. Essa escolha foi feita por considerarmos, como já foi dito anteriormente, que, para as alunas e os alunos da EJA, a referenciação dos conteúdos escolares nas práticas de numeramento vivenciadas em contextos cotidianos apresenta-se, talvez, como a principal estratégia de significação de que lançam mão, inclusive logrando com ela mais sucesso do que o obtido por crianças ou adolescentes (SILVA, 2006).

Em nossa pesquisa, observamos a preocupação com a apropriação de práticas de numeramento relacionadas ao *reconhecimento dos números racionais em diversos contextos, seja como medida, como quociente ou divisão indicada, como razão ou como operador* que envolvem habilidades de reconhecer o número racional como quociente ou divisão

[1] Apesar de as autoras relacionarem essas ideias à representação fracionária, consideramos que elas também poderiam estar vinculadas à representação dos números racionais em geral – representação fracionária, decimal e porcentual.

ISSN 2178-034X

indicada; de reconhecer o número racional como medida; de reconhecer o número racional como razão; e de reconhecer o número racional como operador.

O número racional como quociente ou divisão indicada

Não assinalamos a mobilização intencional da habilidade de *reconhecer o número racional como quociente ou divisão indicada* em nenhuma das atividades analisadas, nem mesmo naquelas em que se deve traduzir uma fração para a notação decimal "dividindo numerador pelo denominador". A única atividade que relaciona essas notações é a Atividade 7 do *Capítulo 2: Mulheres, mercado informal e a matemática* do Volume 1 (AT 7.2.1), em que a apresentação do "nome da fração" parece sugerir ao estudante a tradução direta da expressão verbal à decimal, sem a mediação da divisão dos termos da expressão fracionária.

7. Escreva, na forma decimal e fracionária, os seguintes números:

a) 3 décimos;
b) 5 centésimos;
c) 50 milésimos;
d) 1 inteiro e 12 centésimos.

FIGURA 1 - (MEIRELLES, 2004, p. 69)

Isso não quer dizer que a abordagem dessa ideia não figure entre as preocupações das autoras. No Livro de Professores, Onaga (2004) destaca a importância desses diferentes significados, incluindo o reconhecimento do número racional como um quociente:

Um número racional comumente pensado como fração está associado a diferentes significados: pode ser, em algumas situações, um número, um quociente. Em outras, uma razão entre dois números ou ainda em outros casos uma relação parte-todo. Por exemplo,

- $\frac{3}{4}$ é o quociente se dividirmos igualmente 3 folhas de cartolina entre 4 alunos.
- $\frac{3}{4}$ é uma razão se considerarmos que 3 de cada 4 estudantes de uma classe são meninas.
- $\frac{3}{4}$ é uma relação parte-todo se dividirmos o todo em 4 partes iguais e considerarmos 3 delas: .

Uma fração como quociente baseia-se na divisão de um número natural por outro ($a : b$, $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$).

Uma fração interpretada como razão indica comparação entre duas quantidades de uma grandeza (probabilidade, porcentagem).

Na relação parte-todo, uma fração indica a relação que existe entre um número (natural) de partes e o total destas.

FIGURA 2 - (ONAGA, 2004, p. 45)

Deve-se ainda lembrar que nossa análise se concentrou nas atividades, resguardando a possibilidade de que, embora não demandada nos exercícios, essa ideia tenha sido abordada nas discussões propostas em outros momentos do texto.

O número racional como medida

A habilidade de *reconhecer o número racional como medida* é mobilizada em 12 atividades, sendo que cinco dessas estão relacionadas à representação decimal, como a Atividade 12 do *Capítulo 2: Mulheres, mercado informal e a matemática* do Volume 1 (AT 12.2.1).

12. De acordo com a orientação médica, Ana deveria dar um remédio para tosse de seu filho de dois anos. A bula do remédio indicava que a dose para crianças deveria ser de 2,5 ml, administrada em intervalos de pelo menos quatro horas. Porém, a dose diária não deve ultrapassar 12,5 ml. Use uma calculadora para responder às seguintes perguntas:

a) Se o filho de Ana tomar aquela dose do remédio a cada 4 horas, então qual será a dose diária que ele estará ingerindo?

b) Quantas vezes ao dia o filho de Ana pode tomar o xarope, sem que exceda a dose diária máxima?

FIGURA 3 - (MEIRELLES, 2004, p. 70-71)

Os números decimais 2,5 e 12,5 estão indicando a quantidade de remédio que se deve tomar, usando como unidade o mililitro (ml). Logo, esses números estão relacionados à ideia de medida, porque a um interlocutor que conheça a unidade ml está suficientemente informada a quantidade de remédio a ser tomada, que equivale, no caso de 2,5 ml, a duas vezes a unidade (ml), mais cinco partes dessa unidade quando essa unidade é dividida em 10 partes iguais.

De certa forma, era de se esperar que os números decimais figurassem na maioria das vezes desempenhando a função de representar medidas, uma vez que nosso sistema de medidas é decimal, ou melhor, foi criado com base decimal, justamente para tornar mais fácil a expressão e as operações num sistema de numeração decimal. O que nos parece importante destacar é que, nessa coleção, diferentemente do que ocorre em grande parte das abordagens escolares dos números racionais voltadas para crianças, a utilização das frações com a ideia de

ISSN 2178-034X

medida é bastante mais discreta – refletindo as opções que se adotam nas situações cotidianas, quando se escolhe a representação a ser usada.

O número racional como razão

Nesse mesmo sentido, a habilidade que é mais recorrentemente mobilizada[2], dentre essas quatro relacionadas à compreensão das ideias associadas aos números racionais, é a de *reconhecer o número racional como razão* (mobilizada em 30 atividades). Mais uma vez, vemos a intenção da coleção, nosso objeto de análise, em aproximar-se das práticas de numeramento cotidianas das alunas e dos alunos da EJA, uma vez que a parametrização e a generalidade valorizadas na sociedade determinam a frequente veiculação de informações que se referenciam na proporcionalidade.

Podemos exemplificar tal habilidade por meio da Atividade 7, que se encontra no *Capítulo 4: Relações de trabalho e a matemática* do Volume 1 (AT 7.4.1).

> **7.** Um trabalhador gasta $\frac{1}{3}$ do seu salário com alimentação e $\frac{1}{2}$ com habitação. Que fração do seu salário sobra para as demais despesas?

FIGURA 4 - (MEIRELLES, 2004, p. 124)

Se o problema indicasse o valor do salário desse trabalhador, 1/3 e 1/2 estariam relacionados à ideia de medida. Como esse valor não foi indicado, essas frações estão relacionadas à ideia de razão. Seja qual for o valor desse salário, o que se quer destacar é que o que esse trabalhador gasta com alimentação está para o seu salário assim como 1 está para 3; o que gasta com habitação está para o salário assim como 1 está para 2. Entretanto, na realização da adição de fração com denominadores diferentes (1/3 + 1/2 = 5/6) há uma referência na ideia de medida ou uma abdicação da significação relacionada a essas ideias para tratar 1/3 e 1/2 como números que obedecem a certas regras operatórias. Realizada a operação, encontramos que o trabalhador gasta 5/6 de seu salário e, por isso, o que sobra para as demais despesas está para seu salário assim como 1 está para 6.

[2] Reconhecemos que todas as vezes em que se apresenta a expressão de um valor monetário ou de uma medida de comprimento, capacidade, massa, etc., a ideia de medida do número está sendo mobilizada. Porém, optamos por assinalar apenas as atividades que nos pareceram ter a intenção explícita de mobilizar tal ideia.

Das 30 atividades que mobilizam o reconhecimento do número racional como razão, 20 estão relacionadas à representação percentual. Em todas as atividades que envolvem notação percentual, a porcentagem aparece, inicialmente, como a expressão de uma razão da relação geral entre duas grandezas. Na resolução dos problemas, dependendo da pergunta ou do modo de cálculo, a porcentagem poderá relacionar-se à ideia de medida ou à ideia de operador. Podemos exemplificar esse fato com base na Atividade 1, do *Capítulo 4: Relações de trabalho e a matemática* do Volume 1 (AT 1.4.1):

> **1.** Uma geladeira está sendo vendida em duas parcelas de R$ 830,00 cada. Pagamentos à vista têm um desconto de 15%. Qual o preço à vista?

FIGURA 5 - (MEIRELLES, 2004, p. 123)

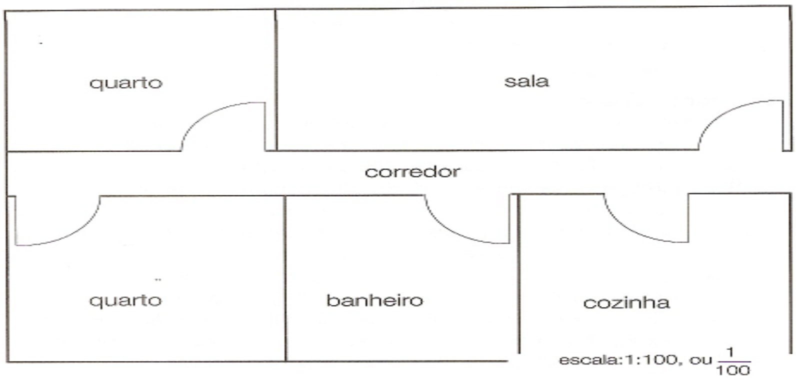
A informação "pagamentos à vista têm desconto de 15%", indica-nos que qualquer que seja o produto comprado, se for pago à vista, a relação entre o desconto e o preço inicial será de 15 para 100, ou seja, 15% nos indicam uma generalização: a cada R$ 100,00 em compras à vista, teremos um desconto de R$ 15,00 (a cada R$ 10,00 é R$ 1,50; a cada R$ 1000,00 é R$ 150,00; a cada R$ 20,00 é R$ 3,00, etc.). Entretanto, quando informa que o valor do desconto na compra da geladeira é de 15% de R$ 1660,00, essa porcentagem se relaciona com a ideia de medida, pois, como conhecemos o preço da geladeira (a unidade), podemos saber o valor do desconto. Nesse cálculo, por sua vez, mobilizam-se essas ideias de medida ou a ideia de razão ou a ideia de operador, dependendo da estratégia adotada.

O número racional como operador

É difícil encontrar a habilidade de *reconhecer o número racional como operador*, sendo mobilizada diretamente numa atividade. Ela é sugerida, porém, em várias atividades, como estratégia de resolução do problema proposto. É o que ocorre, por exemplo, na Atividade 7 que se encontra no *Capítulo 4: Mutirão e moradia* do Volume 2 (AT 7.4.2) ou na atividade 3 do *Capítulo 2: Mulheres, mercado informal e a* matemática do Volume 1 (AT 3.2.1).

ISSN 2178-034X

7. Quem casa quer casa
Marineide vai casar. Encontrou em um folheto de propaganda a planta de uma casa do jeito que procurava.



7.1. O que significa a escala 1:100 ou $\frac{1}{100}$?

7.2. Nessa planta, qual é a distância real, em metros, entre dois pontos:

a) Se a distância entre eles no desenho for 4 cm?
b) Se a distância entre eles no desenho for 8 cm?
c) Se a distância entre eles no desenho for 4,5 cm?
d) Se a distância entre eles no desenho for 6,25 cm?

7.3. Na frente da casa, Marineide quer fazer um jardim retangular de 3 m por 2 m. Copie a planta em seu caderno e represente nela esse jardim, usando a mesma escala, ou seja, 1:100, ou $\frac{1}{100}$.

7.4. Utilize uma régua graduada para obter as medidas na planta e determine as dimensões reais dos cômodos da casa.

7.5. Calcule a área total da casa.

7.6. Escreva um pequeno texto, descrevendo como será a casa de Marineide, a partir da planta desenhada.

FIGURA 6 - (MANSUTTI e ONAGA (a), 2004, p. 94)

3. Comprei $\frac{3}{4}$ de quilo de pó de café. Quantos gramas de café foram comprados?

FIGURA 7 - (MEIRELLES, 2004, p. 68)

No item 7.2 da atividade 7, a expressão 1:100 ou 1/100 na escala representa a razão entre a distância na planta e a distância real. No entanto, ela pode atuar como um operador, pois todas as medidas na planta deverão ser multiplicadas por 100, para se encontrar a distância real, e todas as distâncias reais precisam ser multiplicadas por 1/100, para serem desenhadas na planta.

Já na atividade 3, a fração 3/4 está relacionada à ideia de medida, mas, na automatização do cálculo 3/4 de 1000 g – como uma estratégia para solução de todo problema em que se pede para calcular uma fração *de* um conjunto discreto –, essa fração pode se relacionar à ideia de operador.

4. Considerações Finais

Vale destacar que as ideias associadas ao conceito de número racional não aparecem nas atividades analisadas de maneira isolada. Como podemos notar, numa mesma atividade, o número racional pode estar relacionado à medida, ao quociente ou divisão indicada, à razão e ao operador. Como vimos, mesmo que, no enunciado do problema, o número racional esteja, explicitamente, relacionado a alguma delas, na resolução do problema o aluno pode mobilizar alguma outra ideia.

Kieren (1976, a*pud* MOREIRA, DAVID, 2005), em seu famoso artigo sobre os racionais, *On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers*, destaca essa questão, defendendo que “(...) um entendimento completo dos racionais requer, não apenas o entendimento de cada subconstruto separadamente, mas também de como eles se inter-relacionam” (p. 64). Esse autor propõe para o ensino uma imagem do número racional como um “conglomerado” dos diferentes subconstrutos:

> O fato de que os números racionais admitem essas diferentes interpretações não é novo. [...] Entretanto, a principal tese deste artigo é a de que os números racionais, do ponto de vista do ensino, devem ser considerados sob todas as formas de interpretação. Do ponto de vista do currículo, tem sido comum assumir implicitamente uma das interpretações dos racionais e desenvolver as idéias restringindo-se a essa interpretação. Isso frequentemente acarreta que algum conceito relativo aos racionais torna-se de difícil compreensão ou então que se deixe de enfatizar algum aspecto importante associado a esse conceito.
> Essa abordagem singular, que considera apenas uma interpretação, ao invés de uma abordagem multifacetada, que considera várias interpretações, também afeta a criança que está aprendendo. Uma vez que cada interpretação relaciona-se a estruturas cognitivas particulares, ignorar a idéia do conglomerado ou não identificar as estruturas particulares necessárias ao desenvolvimento do processo de ensino pode levar a uma falta de entendimento por parte da criança. [...] Sem essa visão do conglomerado, é fácil projetar um cenário didático em que estão presentes elementos contraditórios ou que não conduzem de modo adequado ao desenvolvimento de algum conceito relacionado com os racionais. Por exemplo, se interpretamos o número racional apenas como medida, utilizando o modelo da reta numérica, a multiplicação de racionais não é gerada de uma forma natural. O modelo da reta numérica pode entrar em conflito com um modelo de área no desenvolvimento das idéias associadas à estrutura multiplicativa (p. 69-70).

Na abordagem dedicada a adultos, além da preocupação com as estruturas cognitivas, também as discussões sobre a relevância e a inserção das ideias em redes de significação, que possibilitem a apropriação de práticas de numeramento relacionadas aos números racionais, precisam ser consideradas e é o que nos parece ter, de alguma forma, orientado a proposição das atividades.

ISSN 2178-034X

A fim de finalizar essa discussão, gostaríamos de destacar, como o fazem Moreira e David (2005), que, apesar de os tópicos sobre os números racionais serem tratados como objetos relativamente simples durante a formação matemática do professor, as pesquisas mostram que seu ensino é uma das mais complexas intervenções da Matemática Escolar. Segundo os autores, um dos principais motivos das dificuldades dos alunos em aprender e aplicar os conceitos de números racionais é a ênfase exagerada dada aos procedimentos e algoritmos para operar com esses números que caracteriza a maior parte das abordagens que se lhes lega na escola.

Em oposição a um tratamento quase que exclusivamente "sintático" dos números racionais, Behr *et al.* (1983) enfatiza que os conceitos associados a esses números estão entre as ideias mais complexas e importantes da Matemática Elementar, dada a diversidade de perspectivas que mobilizam. Do ponto de vista prático, a habilidade de lidar com esses conceitos aumenta a capacidade de o aluno compreender e manejar uma série de situações dentro e fora da escola, como, por exemplo, expressão de medidas e índices comparativos. Numa perspectiva psicológica, a lida com esses números e suas diferentes representações pode promover a oportunidade do exercício e do desenvolvimento de estratégias intelectuais, em particular, voltadas à flexibilização do registro. Em termos mais especificamente matemáticos, o entendimento desses números fornece os fundamentos sobre os quais as operações algébricas elementares serão desenvolvidas.

Em relação à coleção analisada, podemos notar que, enquanto 41 atividades mobilizam alguma habilidade relacionada às ideias da representação do número racional, apenas 19 mobilizam alguma habilidade relacionada às operações envolvidas com os números racionais. Assim, parece-nos que a coleção incorporou essa preocupação com aspectos semânticos e pragmáticos dos números racionais, ecoando as reflexões sobre Educação Matemática de Jovens e Adultos, referenciadas em pesquisas e práticas desse campo (FONSECA, 2002).

5. Referências

BEM-CHAIM, David; ILANY, Bat-Sheva; KERET, Yaffa. "Atividades Investigativas Autênticas" para o ensino de razão e proporção na formação de professores de Matemática para os níveis elementar e médio. *Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, Ano 21, n. 31, p. 129-159, 2008.

BEHR, M.; LESH, R.; POST, T.; SILVER, E. Rational-Number Concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.) *Acquisition of Mathematical Concepts and Processes.* Orlando: Academic Press, 1983.

BERTONI, Nilza E. Editorial. *Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, Ano 21, n.31, p.v-vii, 2008.

DAVID, MAria Manuela M. S.; FONSECA, MAria da Conceição F. R. Sobre o conceito de número racional e a representação fracionária. *Presença Pedagógica.* Belo Horizonte, vol 3, n.14, p.54-67, 1997.

FONSECA, Maria da Conceição F. R. *Educação Matemática de Jovens e Adultos:* especificidades, desafios e contribuições. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

KIEREN, T. E. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, R. (Ed.) *Number and measurement*: papers from a research workshop. Columbus, Ohio: Eric/Smeac, 1976.

KIEREN, T. E. The rational number construct – its elements and mechanisms. In: KIEREN, T. E. (Ed.) *Recent Research on Number Learning*. Columbus: Eric/Smeac, 1980.

LOPES, Jairo de A. O livro didático, o autor e as tendências em Educação Matemática. In: NACARATO, Adair M.; LOPES, Celi E. (Orgs.) *Escritas e leituras na Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MANSUTTI, Maria Amábile; ONAGA, Dulce S. *Matemática e fatos do cotidiano*, volume 2: livro do estudante. São Paulo: Global: Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação, 2004a. (Coleção Viver, Aprender).

MANSUTTI, Maria Amábile; ONAGA, Dulce S. *Matemática e fatos do cotidiano*, volume 2: livro do professor. São Paulo: Global: Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação, 2004b. (Coleção Viver, Aprender).

MEIRELLES, Helena H. *Matemática e fatos do cotidiano*, volume 1: livro do estudante. São Paulo: Global: Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação, 2004. (Coleção Viver, Aprender).

MOREIRA, Plínio C.; DAVID, Maria Manuela M. S. *A formação matemática do professor*: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MOREIRA, Plínio C.; FERREIRA, Maria Cristina C. A teoria dos subconstrutos e o número racional como operador: das estruturas algébricas às cognitivas. *Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, Ano 21, n. 31, p. 103-127, 2008.

ONAGA, Dulce S. *Matemática e fatos do cotidiano*, volume 1: livro do professor. São Paulo: Global: Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação, 2004. (Coleção Viver, Aprender).

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely G. As diferentes "personalidades" do número racional trabalhadas através da resolução de problemas. *Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, Ano 21, n. 31, p. 79-102, 2008.

SILVA, Valdenice L. da. *Números decimais:* no que os saberes de adultos diferem dos de crianças? 2006. (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, 2006.

VÓVIO, Cláudia L. Viver, Aprender: uma experiência de produção de materiais didáticos para jovens e adultos. In: RIBEIRO, Vera Masagão. (Org.) *Educação de Jovens e Adultos*: novos leitores, novas leituras. Campinas, SP: Mercado de Letras: Associação de Leitura do Brasil – ALB; São Paulo: Ação Educativa, 2001.