

OBSTÁCULOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM PARA O CONCEITO DE FUNÇÃO NAS PESQUISAS DO ENEM (1987-2013)

Livia de Oliveira Vasconcelos
Universidade Federal de São Carlos - UFSCar
livia.vasconcelos@cursos.univesp.br

Resumo:

Objetiva-se, com esse trabalho, apresentar dados de uma investigação que consistiu em analisar o que revelam as pesquisas publicadas nas onze edições dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM), ocorridos no período entre 1987 e 2013, em relação aos obstáculos que permeiam os processos de ensino e aprendizagem do conceito de função. Para isso, apresentam-se alguns significados do conceito de função, pautados principalmente nas obras de Karlson (1961) e Caraça (1984). Fundamentando-se nesses autores, são analisados os artigos do ENEM centrados no referido conceito. As análises indicam os principais fatores que por vezes obstaculizam o ensino e a aprendizagem do conceito de função, sendo eles: a redução de tal conceito a um/alguns de seus significados, a abordagem excessivamente formal e a má compreensão por parte do professor em relação a esse conceito.

Palavras-chave: Conceito de Função; Ensino de Álgebra; Encontros Nacionais de Educação Matemática

1. Introdução

Nessa pesquisa, será apresentado um recorte da dissertação desenvolvida no contexto do mestrado, que consistiu em investigar o que revelam as pesquisas publicadas nas onze edições do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), ocorridos no período entre 1987 até 2013, em relação ao conceito de função.

Durante a elaboração da dissertação, identificaram-se, a partir de repetidas leituras e análises dos artigos selecionados, quatro frequentes abordagens que foram dadas ao conceito de função nos artigos do ENEM: (1) A importância do conceito de função; (2) A compreensão do conceito de função; (3) Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função e (4) Metodologias que contribuem para o conceito de função.

Para esse artigo, em específico, escolhemos discutir exclusivamente o terceiro enfoque [Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função], visto que o público do evento contempla, dentre outros, os professores da educação básica. Diante disso, julgou-se pertinente focar nas questões de ensino e aprendizagem.

O que motivou a desenvolver essa pesquisa foi a curiosidade em investigar como os pesquisadores brasileiros compreendem o conceito de função e quais aspectos desse conceito têm sido valorizados nas pesquisas publicadas. Dessa forma, a pesquisa foi norteada pela seguinte questão: O que revelam as pesquisas apresentadas nas onze edições do ENEM sobre o conceito de função? Nesse artigo, tal questão será discutida com enfoque nos obstáculos de ensino e aprendizagem do referido conceito.

Para isso, o texto foi estruturado em cinco partes: (1) Introdução, na qual se apresenta a temática da pesquisa; (2) Os significados do conceito de função, pautando-se principalmente nas obras de Karlson (1961) e Caraça (1984) (3) O contexto da pesquisa: breve panorama sobre o ENEM, com o qual se justifica a escolha do ENEM como cenário da pesquisa (4) Procedimentos metodológicos, descrevendo como se constituiu o *corpus* de pesquisa e o processo de análise dos artigos selecionados; (5) Obstáculos do ensino e aprendizagem para o conceito de função nas pesquisas do ENEM (1987-2013), apresentando a análise dos artigos e (6) Considerações Finais.

2. Os significados do conceito de função

No desenrolar dessa pesquisa, foi possível perceber quais aspectos do conceito de função foram valorizados em cada contexto histórico nos quais se realizaram as edições dos ENEM's. Assim, notou-se que tal conceito pode ser compreendido em várias perspectivas, dentre as quais, são destacadas: filosófica, histórica, social, cultural e lógico-formal.

Ainda assim, muitos autores discutem tal conceito sem defini-lo de forma objetiva no texto, dificultando o processo de aprofundamento das análises. Por esse motivo, a pesquisadora preocupa-se em apresentar, no presente tópico, o modo como compreende o conceito de função e os principais aportes teóricos reportados.

Acredita-se que um método eficiente para compreender um conceito matemático é visitando a sua história. Nesse movimento, poder-se-á perceber o processo lógico de elaboração de um conceito, dentro de um contexto. Segundo Roque (2012), a forma como a Matemática tem sido apresentada vem dificultando a compreensão dos conceitos:

A diferença entre o modo de fazer e de escrever está também muito presente na matemática, que parece ser escrita de trás pra frente. As definições que precedem as conclusões sobre os objetos de que se está tratando explicitam, na verdade, os requisitos para que um enunciado seja verdadeiro, requisitos que foram descobertos por último, em geral, no trabalho efetivo do

matemático. E esse encadeamento lógico na apresentação dos enunciados torna a matemática transcendente e desconectada de seu contexto de descoberta (ROQUE, 2012, p. 30).

Essa abordagem matemática citada por Roque (2012), que introduz o conceito a partir de seus aspectos formais, ou seja, que valoriza mais o produto final que o processo de construção, distancia os conceitos de seus próprios significados. Dessa forma, este trabalho discute acerca do conceito de função pautando-se na História da Matemática, já que, fundamentando-se em Sousa (2004) e Roque (2012), pode-se afirmar que essa dinâmica de estudos propicia uma aprendizagem conceitual que se assemelha ao movimento de elaboração inicial, quando o conceito foi construído pela primeira vez.

O conceito de função passou por um processo de desenvolvimento que é sócio-histórico, ou seja, as pessoas tiveram dúvidas, equívocos, e produziram inferências que culminaram no conceito como o temos hoje. Paralelamente a esse desenvolvimento o raciocínio dedutivo explorou tal conceito, para que o mesmo fosse generalizado e formalizado. Essas etapas foram constituindo o seu desenvolvimento lógico. Um processo não ocorreu de forma desassociada do outro, ambos aconteceram de forma interdependente, dando origem ao conceito de função.

Para entender como se deu o desenvolvimento do conceito de função, foram consultadas principalmente as obras de Caraça (1984) e Karlson (1961), nas quais os autores fazem uma abordagem de tal conceito, que contempla aspectos filosóficos e culturais de seu processo de elaboração, as necessidades de invenção e o desenvolvimento lógico e histórico.

O estudo da obra de Caraça (1984) evidenciou que o conceito de função surgiu da necessidade humana de descrever, quantitativamente, algumas relações. No entanto, ele destaca que o processo de pensar e elaborar um instrumento matemático que possibilitasse essas medições não se deu da noite para o dia. Quatro séculos se passaram desde que o homem reconheceu a necessidade de medir, até que cientificamente foi elaborado um conceito matemático para tal “tarefa”.

Segundo Caraça (1984), as primeiras relações estabelecidas eram do tipo qualitativo, pois definem uma dependência entre dois objetos, focando nas relações de qualidade. Um exemplo desse tipo de lei seria a primeira Lei de Kepler: “Cada planeta descreve em torno do Sol uma elipse, da qual o Sol ocupa um dos focos” (CARAÇA, 1984, p. 120). O planeta tem a qualidade de se movimentar de modo a descrever uma elipse, que não pode ser descrita em um lugar qualquer, e sim em torno do Sol. Planeta e Sol, nesse caso, admitem uma relação de qualidade. No entanto, não bastou para Kepler dizer qual figura era descrita pela trajetória desse planeta. A partir dessa relação, ele desenvolveu estudos que lhe permitiram afirmar que o raio vetor que liga um planeta ao Sol descreve áreas iguais em tempos iguais. Nesse caso, área e tempo são variáveis quantitativas que, ao serem associadas, dão origem a uma lei quantitativa.

Assim como ocorreu com Kepler, que ao estudar os movimentos planetários teve a necessidade de quantificar as relações observadas, também outros homens se depararam com um momento em que as leis qualitativas não foram suficientes para que se pudesse aprofundar no conhecimento e se tornar não apenas capaz de observar e identificar relações, mas também de prever e dominar movimentos da realidade. Nesse caso, “para obter a explicação das variações de qualidade, há que aprofundar o estudo das variações de quantidade” (CARAÇA, 1989, p. 122).

Foi da necessidade de definir uma relação quantitativa entre duas ou mais grandezas que se relacionam que o homem teve a necessidade de elaborar o conceito matemático que hoje denominamos como função.

Usiskin (1995, p. 13) aponta as habilidades de traduzir e generalizar como as instruções-chave para aprendizagem de álgebra. Guiando-se por essa premissa e pelas obras de Karlson (1961) e Caraça (1984), pode se propor uma analogia ao conceito de função, na qual se arrisca dizer que há cinco habilidades necessárias para aprendizagem do mesmo: observação dos fenômenos da realidade, encontrar padrões ou cadências que regem o movimento de tais fenômenos, traduzi-los em alguma forma de linguagem (oral ou escrita, materna ou algébrica), generalizá-los e representá-los em expressões algébricas, gráficos e desenhos. A partir desses cinco aspectos, é possível imitar o processo histórico de construção desse conceito de forma empírica, bem como desenvolver o pensamento lógico-formal.

Para traduzir os fenômenos da realidade em linguagem matemática, faz-se necessário a compreensão do conceito de variável. Conforme descreveu Caraça (1984, p. 127), a variável é o “símbolo da vida coletiva do conjunto, vida que se nutre da vida individual de cada um de seus elementos, mas não se reduz a ela”. Dito de outra forma, a variável representa todos os elementos do conjunto, mas, ao mesmo tempo, seu significado não pode ser singularizado em apenas um dos elementos do conjunto.

Para Sousa (2004, p. 125), o conceito de função e o conceito de variável estão intimamente relacionados, pois ambos são “generalizações abstratas de variáveis concretas”.

É a partir do conceito de variável que se fazem plausíveis o processo de generalização e a elaboração de representações algébricas e gráficas. A compreensão do conceito de variável está intrinsecamente à compreensão do conceito de função.

A partir dos elementos descritos [observação, identificação de padrões, tradução em linguagem, generalização, representação e compreensão do conceito de variável] torna-se mais clara a definição científica do conceito de função, apresentada por Caraça (1984, p. 129) da seguinte forma:

Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é uma função de x e escreve-se $y=f(x)$, se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente.

É importante destacar que o conceito de função é bastante complexo e conseqüentemente, exige uma explicação mais prolongada. No entanto, como este não será o principal foco desse trabalho, a pesquisadora limita-se a apresentar os aspectos que evidenciam como compreende tal conceito, sem explorá-los com profundidade.

3. O contexto da pesquisa: breve panorama sobre o ENEM

A pesquisa teve como foco as publicações dos Anais do ENEM. Tal escolha se deu considerando-se o grande número de edições do evento já realizadas, o que permitiu acompanhar o movimento das pesquisas ao longo de um período de 26 anos (1987-2013), a relevância do evento para área de Educação Matemática e o caráter itinerante do evento, que já foi sediado por várias regiões do país, permitindo uma participação dos diferentes grupos culturais do Brasil. É importante destacar que:

O ENEM é o maior evento organizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), tendo como foco o professor que ensina Matemática e representa um importante fator no crescimento da SBEM e na organização da comunidade de Educação Matemática. Constitui-se em um espaço privilegiado para o intercâmbio entre professores e pesquisadores, de modo que os avanços no campo científico se disseminem nas salas de aula, bem como as experiências dos professores são compartilhadas pela comunidade científica escolar. (APRESENTAÇÃO DO X ENEM, 2010)

Dessa forma, entende-se que os Anais do ENEM apresentam os elementos necessários para desenvolver o tipo de pesquisa que a pesquisadora se propõe a fazer e por isso tais materiais foram escolhidos como documento para investigação dessa pesquisa.

4. Procedimentos Metodológicos

A presente pesquisa é de abordagem qualitativa e se insere na perspectiva da análise documental, que, segundo Lüdke e André (1986), tem como objeto central a investigação das informações contidas nos documentos.

A análise documental possibilitou observar a maturação ou evolução do conceito de função ao longo das onze edições do ENEM.

O primeiro passo para utilizar os documentos como fonte de dados para esta pesquisa foi destacar do conjunto aqueles que contêm informações que vão ao encontro do objeto da

pesquisa, ou seja, buscou-se identificar quais artigos publicados ao longo dos onze encontros abordam a temática função, para construir o acervo de análise. Em todas as edições do ENEM, foram selecionados para o *corpus* da presente pesquisa apenas os artigos publicados na modalidade de Comunicação Científica que tinham como foco o conceito de função.

O método adotado para análise dos artigos selecionados foi a Análise de Conteúdo, na perspectiva de Bardin (2011). Conforme proposto por Bardin (2011, p. 126), o processo de análise dos artigos se desenvolveu em torno de três etapas:

- 1) A pré-análise: nesta etapa, foi feita uma exploração dos onze anais, selecionando os documentos relevantes para a proposta da presente pesquisa, e definindo o objetivo da análise.
- 2) A exploração do material: nesta fase, tendo em mãos o material a ser analisado, procurou-se destacar nos artigos do ENEM os trechos em que os autores apresentavam concepções acerca do conceito de função.
- 3) O tratamento dos resultados e as inferências: por último, apresentam-se as conclusões construídas a partir da análise de dados.

A partir da leitura e análise das publicações, foram identificadas temáticas frequentes, relacionados à unidade de análise: **Obstáculos de ensino e aprendizagem para o conceito de função**. No tópico a seguir apresentaremos tais temáticas e discorreremos acerca da análise das mesmas.

5. Obstáculos de ensino e aprendizagem para o conceito de função

Embora os autores das publicações do ENEM destaquem que o conceito de função possui uma importância social, bem como uma relevância no campo da Matemática e de outras ciências, alega-se ainda que o mesmo nem sempre tenha sido bem compreendido.

Dessa forma, foram identificados nas pesquisas três temas que podem ser interpretados como fatores que obstaculizam a compreensão do conceito de função:

- *Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns significados do mesmo.*
- *Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.*
- *A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.*

Ao discutir os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns dos seus significados, faz-se referência à necessidade de que esse conceito seja abordado por um

processo que permita ao aluno uma compreensão que se inicia nos aspectos mais intuitivos como a relação, a regularidade e o movimento, para culminarem na compreensão das formas de representação, da associação de variáveis pela teoria dos conjuntos, da noção de injetividade, sobrejetividade e bijetividade, por exemplo.

Destacou-se, a partir das análises, a existência de casos em que as práticas de ensino reduzem o conceito de função a apenas um de seus significados. Junior e Freitas (2010), no artigo “Práticas Pedagógicas no Ensino de Função: Uma Experiência Colaborativa Empreendida por Professores do Ensino Médio” destacam que o próprio modo como se define o conceito de função pode camuflar (ou não) alguns significados importantes e dificultar a aprendizagem desse conceito. Segundo esses autores:

Analisando as diversas maneiras de definir funções verifica-se que algumas definições têm caráter estático, por exemplo, a definição por meio de pares ordenados, enquanto que outras têm caráter mais dinâmico, como lei de associação. Acreditamos que para alunos das séries finais do Ensino Fundamental e início do Ensino Médio, a segunda opção seja mais adequada, em particular se tratarmos por meio de atividades contendo situações-problema. (JUNIOR e FREITAS, 2010, p. 7, Anais do X ENEM)

O artigo “O Estudo de Funções com Calculadora Gráfica” de Gracias e Borba (1998) defende que outro obstáculo para compreensão do conceito de função é a valorização excessiva da representação algébrica em detrimento da representação gráfica:

Nas escolas, o aspecto visual é normalmente deixado em segundo plano. O estudo das funções é mais dominado pelo aspecto algébrico. Os exercícios propostos aos estudantes envolvem, em geral, apenas manipulação algébrica e a construção de gráficos por meio de uma tabela de pontos que satisfaçam a expressão analítica. (GRACIAS E BORBA, p. 247, 1998, Anais do VI ENEM)

Além de inibir o potencial de significados das outras possibilidades de representação, essa valorização da representação algébrica pode causar um equívoco conceitual que reduz o conceito de função a essa forma de representação. Caraça (1984, p. 131) destaca que o descuido com a linguagem faz com que essa confusão seja recorrente no estudo das funções:

[...] o conceito de função não se confunde com de expressão analítica; esta é apenas um modo de estabelecer a correspondência das duas variáveis. Por outras palavras, pode dizer-se que uma igualdade como

2

) $[y = 4,9 \cdot x^2]$, em que a figura y igualado a uma expressão analítica em x. contém uma lei matemática ligando as duas variáveis; essa lei matemática define a correspondência que existe entre x e y e faz, portanto, que y seja função de x. [...] Isto nos leva a concluir que não devemos confundir função com expressão analítica; e, no entanto, estas duas ideias andam constantemente confundidas na linguagem e na escrita dos matemáticos! O leitor só muito raramente encontrará, na pena dum matemático, uma frase como está- seja a função $y(x)$, cuja definição analítica é $y = 4,9x^2$; o matemático escreverá mais simplesmente – seja a função $y = 4,9x^2$.

Também foi possível identificar, nas pesquisas analisadas, a preocupação dos autores com os prejuízos de aprendizagem causados pela formalização precoce de função. Alguns excertos refletem uma preocupação com qualquer abordagem do conceito de função que o singularize a um conjunto de regras e algoritmos que não tem nenhum significado para aqueles que o executam.

Fonseca et al. (2013), por meio da pesquisa “Função Afim: Uma Análise de Obstáculos Epistemológicos a Partir de Questões Exames Nacionais”, destacam que essa priorização dos aspectos formais induz a uma confusão entre o conceito de função e o conceito de equação. Segundo tais autores:

A partir de análises preliminares desta pesquisa, verificou-se que os alunos, em geral, tinham muitas dificuldades em estabelecer uma relação de dependência entre as variáveis do problema, e também de generalização dos resultados. Para muitos deles, trabalhar com funções era apenas realizar operações algébricas, substituindo o valor de uma incógnita, na lei da função e encontrando o valor da outra, por meio da resolução de uma equação. Em muitos casos, a construção da expressão (lei) matemática referente a um fenômeno abordado gera um grande problema. Muitos alunos não conseguem compreender as relações das dependências entre as variáveis de uma função, e nem quais os fenômenos que ocorrem com regularidade podem ser generalizados e representados por meio de uma expressão algébrica. Essa expressão algébrica seria a lei matemática correspondente à função que modela a situação problema. (FONSECA et al, p. 1, 2013, Anais do XI ENEM)

As pesquisas (SILVA et al, 2001, Anais do VII ENEM; CHAVES E CARVALHO, 2004, Anais do VIII ENEM) apontam ainda que, muitas das carências e obstáculos que ocorrem nas práticas de ensino do conceito de função estão associadas a pouca ou equivocada compreensão que o próprio professor tem do mesmo.

Silva et al. (2001), ao desenvolverem a pesquisa “Algumas Imagens de Alunos Universitários e do Ensino Médio Sobre o Conceito de Função” apontaram que para que os professores tenham uma melhor compreensão de tal conceito faz-se necessário uma reelaboração dos cursos de licenciatura:

Os resultados da pesquisa chamam atenção também para a complexidade do processo de formação do professor da escola básica. Trabalhar, por exemplo, o conceito de função na licenciatura, exige uma perspectiva que leve em conta as imagens conceituais dos licenciandos - como alunos em situação de aprendizagem – e, simultaneamente, numa espécie de meta abordagem da questão, exige que se discuta com eles – como futuros professores – a importância do conhecimento das imagens conceituais de seus alunos no desenvolvimento do futuro trabalho pedagógico na escola. Uma formação matemática indissociada da formação pedagógica e da prática docente na escola básica, eis aí, a nosso ver, um dos grandes desafios dos cursos de licenciatura. (Silva et al, p. 10, 2001, ANAIS DO VII ENEM)

Costa, Neto e Sá (2004) sugerem no artigo “Uma Análise dos Conhecimentos de Função de Estudantes Iniciantes do Curso de Matemática” que a licenciatura desenvolva o conceito de função através da metodologia de resolução de problemas:

Como é corrente que o ensino de matemática se torna mais eficiente, no sentido da compreensão e do desenvolvimento da habilidade de resolver problemas, quando é feito com base na resolução de problemas para uma posterior sistematização dos conceitos envolvidos e que os docentes tendem a reproduzir o modelo pedagógico utilizado durante a sua aprendizagem dos conteúdos , acreditamos que o ensino de função na licenciatura deve ser desenvolvido com base numa metodologia que privilegie a resolução de problemas como ponto de partida, o que provavelmente implicará numa mudança na forma de desenvolver o ensino de função na escola de ensino médio. (COSTA, NETO e SÁ, p. 18, 2004, Anais do VIII ENEM)

Os dois excertos anteriores convergem para a necessidade de repensar a formação inicial do professor de matemática propondo uma modificação nas propostas de ensino das licenciaturas. Dessa forma, a problemática da formação do professor está relacionada aos problemas que listamos ao longo desse tópico, a saber: a redução do conceito de função a um de seus aspectos ou a um conjunto de regras e algoritmos que permite operar com o mesmo.

À medida que os professores (re)elaboram suas ideias acerca do conceito de função é que esses terão condições de reorganizar suas práticas de ensino. Tal movimento ocorre, de certa forma, nas pesquisas analisadas, visto que, ao apresentarem o modo como compreendem tal conceito, os autores se preocupam em propor metodologias de ensino que possam proporcionar nos alunos uma compreensão similar.

4. Considerações finais

Embora a presente pesquisa não tenha coletado dados no campo, onde o ensino de funções ocorre, as experiências vivenciadas pela pesquisadora tanto na graduação quanto nas primeiras experiências docentes, evidenciaram que as práticas de ensino ainda são, na maioria das vezes, elaboradas no modelo tradicional, que valorizam majoritariamente os algoritmos, regras e não se preocupa com a construção dos significados.

Ao se debruçar sobre as pesquisas surgiram, inesperadamente, um conjunto de dados que caminha justamente no sentido oposto desse tipo de prática. Pesquisadores reconhecem a necessidade de entender o conceito de função sobre a ótica do movimento e da transformação e apontam uma necessidade de romper com práticas que possivelmente levem a uma concepção estática de tal conceito.

Tal fato evidenciou que embora o ENEM seja um evento que contempla um público heterogêneo, que inclui os professores da escola, ainda existe um distanciamento notável entre as propostas das pesquisas e a maioria das aulas de matemática na Educação Básica e também no Ensino Superior.

Ao perceber essa discrepância nota-se que as pesquisas não são, na maioria dos casos, reflexos do que acontece na escola, mas sim tentativas de suprir as carências que se evidenciam nesse ambiente.

Referências

ANAIS DO I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo/SP, 1987.

ANAIS DO II ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Maringá/PR, 1988.

ANAIS DO III ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Natal/RN, 1990.

ANAIS DO IV ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Blumenau/SC, 1992.

ANAIS DO V ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Aracaju/SE, 1995.

ANAIS DO VI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Leopoldo/RS, 1998.

ANAIS DO VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Macaé/RJ, 2001.

ANAIS DO VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Recife/PE, 2004.

ANAIS DO IX ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Belo Horizonte /BH, 2007.

ANAIS DO X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Salvador/BA, 2010.

ANAIS DO XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba/ PR, 2013.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2011.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. 1. ed. Lisboa: Sá da Costa, 1984. 318 p.

KARLSON, P. **A magia dos números: a Matemática ao alcance de todos**. 1. ed. Globo, 1961. (Coleção Tapete Mágico).

LÜDKE, M., ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EDU, 1986.

ROQUE, T. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SOUSA, M. C. **O ensino de álgebra numa perspectiva Lógico-Histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental**. 2004. Tese (Doutorado)- Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Alberto P. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.