

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NUMA TURMA DE ESTATÍSTICA DO CURSO DE LICENCIATURA EM GEOGRAFIA

*Juliano Pereira da Silva
Instituto Federal de Minas Gerais- Campus Ouro Preto
juliano.silva@ifmg.edu.br*

Resumo:

A Investigação Matemática via Resolução de Problemas tem inúmeras finalidades dentro da Matemática. O professor pesquisador utilizou essa metodologia na disciplina de Estatística no curso de Licenciatura em Geografia do IFMG campus Ouro Preto /MG. Os alunos da turma relataram não ter muita familiaridade com a matemática. Através de problemas levados pelo professor, os alunos construíram os conhecimentos para organizar dados em uma distribuição. Ao final os alunos relataram uma nova forma de conhecer a matemática e como conseguiram sua autonomia frente ao aprendizado de novos conteúdos.

Palavras-chave: Ensino de Estatística; Resolução de Problemas; Investigação Matemática; Distribuição de frequência.

1.Introdução

Os alunos do curso de Licenciatura em Geografia do Instituto Federal de Minas Gerais campus Ouro Preto no início da disciplina de Estatística foram questionados sobre seu desempenho e concepções acerca da matemática quando estudantes da Educação Básica. A maioria dos alunos relatou certas dificuldades com o conteúdo, como a não compreensão de conceitos e algoritmos, o que os levava a um certo desapontamento com a disciplina. O professor então, com o objetivo de os levar a melhorar suas percepções acerca da matemática para o bom andamento da disciplina, propôs uma metodologia diferenciada para a aula através da Investigação Matemática via Resolução de Problemas. O intuito de tal método era levar os alunos a compreenderem a matemática como um conhecimento em construção, que eles próprios podem construir de maneira autônoma e significativa. Desta forma os alunos receberam uma lista com problemas que os levavam a pensar sobre como organizar uma quantidade de dados de uma amostra. Esses problemas não possuíam apenas uma resposta correta, o que provocou os alunos a fazerem testes, criar conjecturas e por fim validar suas repostas através da socialização em sala de aula. Ao final os alunos compartilharam suas repostas e sua nova forma de conhecer a matemática.

2. Referenciais Teóricos

O termo Resolução de Problemas, no campo da Educação Matemática, tem ocupado um lugar de destaque com inúmeras pesquisas sobre suas finalidades (Onuchic 1999; Allevato e Onuchic, 2009; Lamonato e Passos, 2012; Ponte e Canavarro, 1994, entre outros). Há várias visões a respeito do desenvolvimento do trabalho com a Resolução de Problemas no ambiente de educação matemática escolar. A resolução de problemas pode ser, por exemplo, um ponto de partida para a introdução de algum conceito ou conjunto de conceitos numa sala de aula. Pode-se propor também atividades de investigação em que se demanda o uso de conhecimentos já estudados, com o objetivo, não apenas de revisar o entendimento do que foi ensinado, mas principalmente de desenvolver habilidades como conjecturar, argumentar, justificar, avaliar caminhos de soluções, comunicar resultados etc. De acordo com Abrantes (1989, p.10), *“a resolução de problemas consiste numa larga variedade de processos, atividades e experiências, e o Ensino de Matemática deveria refletir essa diversidade”*. Onuchic (1999) , por sua vez, trabalha com a resolução de problemas para ensinar matemática, invertendo o caminho usual da formação universitária, em que se aprende matemática para resolver problemas (aplicações).

A ênfase do trabalho em sala de aula com a resolução de problemas pode gerar bons frutos, mas pode exigir algumas mudanças de postura, tanto dos alunos, quanto do professor. É necessário, em primeiro lugar, utilizar “bons” problemas, isto é, que sejam ao mesmo tempo interessantes para os alunos e adequados aos objetivos específicos do trabalho. Além disso, é preciso saber lidar com o entendimento (de muitos alunos) de que o papel do professor é ensinar (explicar como se faz) e o do aluno aprender (saber reproduzir). No trabalho de ensino através da resolução de problemas, esse tipo de postura pode levar a uma paralisia total e cabe ao professor conduzir a atividade de modo a questionar profundamente esses entendimentos sobre aprender e ensinar. Os alunos terão que passar de uma condição de passividade à de construtores ativos de seu próprio conhecimento, e isso não é o que tradicionalmente acontece na sala de aula da escola. Nessa perspectiva o aluno se torna autônomo, através da inquirição, pois ela *“(...) contraria a simples apropriação do conhecimento através da transmissão e da memorização, requerendo sua construção por quem aprende”* (LAMONATO E PASSOS, 2011, P. 54). Em terceiro lugar, o professor tem que estar disposto a “correr riscos”, a deixar de ter o controle do que acontece na sala de aula o tempo todo. Se os alunos se engajam numa atividade desse tipo, podem surgir situações imprevisíveis, fora do alcance de saberes do professor e ele precisa desenvolver uma atitude de lidar com isso de forma a não passar a impressão de que está tentando ensinar o que não sabe. De acordo com Lamonato e Passos

(2011, p. 65), “para favorecer a continuidade da atividade no eixo exploratório-investigativo, o professor deve pensar em intervenções que levem os alunos a perceber o que eles próprios já fizeram e a examinar novas possibilidades”. Aqui, mais uma vez, cabe a observação de que é preciso estar preparado (incluindo deter conhecimentos específicos acerca do desenvolvimento da atividade de ensino através da resolução de problemas) para conduzir um processo como esse em sala de aula.

Concomitante à Resolução de Problemas aproxima-se a Investigação Matemática, onde a curiosidade e os desafios também propõem um papel diferente para o discente, que não mais reproduz aquilo que lhe é apresentado, mas constrói seu conhecimento através da inquirição. Investigar é muito mais do que descobrir, é desafiador, é saber lidar com erros e acertos, com as dúvidas e incertezas. É nesse ponto que nasce a curiosidade e a criatividade, na superação dessas incertezas, na busca de novos métodos e conhecimentos que, juntos com os já acumulados, farão crescer o arcabouço do saber. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira

Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. Desse modo, investigar não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado. (PONTE; BROCARD, OLIVEIRA, 2003, p. 9)

A investigação matemática via resolução de problemas ocorre quando temos problemas que não possuem respostas prontas, mas que geram para os alunos possibilidade de vários caminhos que determinam diferentes respostas, todas coerentes dentro do contexto escolhido pelos mesmos. Ao caminharem lado a lado, essas duas vias podem promover um aprendizado de que a matemática não é uma ciência pronta e acabada, mas que cada aluno pode construir esse conhecimento. Sobre isto Lamonato e Passos (2011, p. 54) referiram “necessitamos entender, compreender e tratar a Matemática como um processo, como uma ciência, de fato, que tem caráter de investigação, que é um conhecimento historicamente *em construção* e não somente *construído*”. Para tentar atrair a atenção dos estudantes para uma nova forma de conhecer a matemática o professor pesquisador utilizou da Investigação Matemática via Resolução de problemas, pretendendo que os alunos fossem construtores do seu conhecimento, contrário à passividade das aulas expositivas. Para isso a turma foi

convidada a resolver alguns problemas de Estatística Descritiva, principalmente na distribuição dos dados. A seguir se encontra como foi essa atividade, bem como uma descrição dos seus participantes.

3. Conhecendo a sala de aula de Estatística

A atividade a ser descrita foi realizada numa turma com 36 alunos do Curso de Licenciatura em Geografia do Instituto Federal de Minas Gerais (IFMG) campus Ouro Preto, onde o presente professor pesquisador leciona a disciplina de Estatística. O curso de Estatística é de 60h e tem sua carga horária distribuída em 4 horas –aulas semanais.

O curso de Licenciatura em Geografia se situa no campo das Ciências Sociais. No primeiro contato com a turma, o professor arguiu os alunos sobre suas experiências anteriores ao curso superior com a matemática e grande parte dos alunos ressaltou que apresentavam dificuldades com essa disciplina na Educação Básica. Parte dos estudantes também atribuiu a escolha do curso superior pela não predominância de disciplinas da área de Exatas em seu currículo. A afinidade com a matemática parecia ser a mínima possível, o que levou o professor a pensar na alternativa de um trabalho com Resolução de Problemas e a Investigação Matemática. Os alunos foram informados que o professor utilizaria uma metodologia diferente daquela da aula expositiva e acataram essa nova possibilidade como uma nova maneira de conhecer a matemática.

4. A atividade de Resolução de Problemas e Investigação Matemática

A proposta de atividade com Resolução de Problemas e Investigação surgiu após os alunos terem sido divididos em grupos e terem apresentados os principais conceitos e assuntos da Estatística Descritiva, como população, amostra, séries estatísticas e gráficos. Após a familiarização destes conhecimentos iniciais pelos discentes, o professor entregou a atividade que se encontra em anexo.

Esta atividade apresenta duas questões onde se queria apreender uma maneira de se organizar os dados de uma amostra. A atividade foi realizada em uma semana, totalizando 4 horas aulas. Os problemas propunham que os alunos além de organizarem os dados, interpretassem o que eles poderiam indicar. Como se trata de uma turma do curso de Licenciatura em Geografia, o professor buscou assuntos que fossem de interesse dos alunos,

entre os que tratam a Geografia, como o meio ambiente. A primeira questão trata sobre o Ozônio e a segunda sobre a temperatura numa determinada região.

De acordo com Abrantes (1989, p. 10) “proporcionar oportunidades aos alunos para resolverem, explorarem, investigarem e discutirem problemas, numa larga variedade de situações, é uma ideia chave, para que a aprendizagem da matemática constitua uma experiência positiva significativa.” Os problemas que trabalhamos com os alunos não tinham uma única resposta correta, mas diferentes formas de apresentarmos os dados, de modo a tornar sua visualização de mais fácil compreensão.

5. A postura do professor: pressupostos metodológicos para a sua atuação

O professor estava ciente de seu papel junto aos alunos ao não propor respostas prontas, enquanto solucionam os problemas, mas indagá-los e questioná-los sobre como estavam caminhando na resolução dos problemas propostos. De acordo com Lamonato e Passos (2011, p. 65), “para favorecer a continuidade da atividade no eixo exploratório-investigativo, o professor deve pensar em intervenções que levem os alunos a perceber o que eles próprios já fizeram e a examinar novas possibilidades”. Frente as formas de resolução que os alunos apresentavam o professor os indagava se aquele caminho seria viável, ou até mesmo favorável para a elaboração de uma resposta.

Durante a realização da atividade o professor também assumiu a postura de investigador na observação do que ocorria em sala. A observação é um caminho metodológico que existe a muito tempo. Se pensarmos em como os primeiros povos organizaram seus calendários através da observação da posição das estrelas no céu, percebemos as contribuições da observação para as diversas ciências. A observação deve ser sistemática, o pesquisador deve estar atento a seus objetivos, para então buscar na situação observada o que é de realmente seu interesse. De acordo com Lüdke e André (1986, p. 25), a observação deve ser sistemática e controlada “implicando a existência de um planejamento cuidadoso do trabalho e uma preparação rigorosa do observador”. O professor pesquisador atentou-se a como os alunos reagiram quando receberam os problemas, como eles discutiam e propunham soluções para os problemas, como organizavam suas conjecturas, descartando-as ou as assumindo como verdadeiras, quais os questionamentos que eles o faziam durante a resolução e ao final como socializaram suas respostas com toda a sala.

6. Investigando e Resolvendo os Problemas: um caminho para a autonomia

O professor entregou os problemas aos alunos e pediu para que se sentassem em duplas ou grupos para poderem realizar a atividade. A orientação era de que eles realizassem a tarefa de acordo com sua compreensão do enunciado, o professor não daria direcionamentos para as respostas. A primeira reação dos discentes foi de espanto, já que os mesmos disseram não estar acostumados a resolver problemas sem antes ter estudado o conteúdo que os abrange. No primeiro problema os alunos se sentiram bastante inseguros quanto ao que se deveria fazer, chamaram o professor várias vezes em suas carteiras. Essa insegurança pode ser motivada porque os alunos enxergam a matemática como uma ciência pronta e acabada, onde o problema possui uma única resposta correta, e assim os alunos se detiveram a encontrar, de acordo com os mesmos, essa única resposta correta. A 1ª questão pedia aos alunos que eles organizassem os dados:

1. Um dos principais indicadores da poluição do ar nas grandes cidades é a concentração de ozônio na atmosfera. O nível de concentração de ozônio na atmosfera foi medido em São Paulo diariamente durante o inverno de 1998, e os resultados são apresentados a seguir:

3,5 1,4 6,6 6,8 2,5 5,4 2,4 3,0 5,6 6,0 4,2 4,4 5,4 4,7 6,5 4,4 5,3
5,6 4,7 3,5 4,0 3,0 4,1 3,4 6,8 1,7 5,3 4,7 7,4 6,0 5,5 1,4 5,8 2,8
1,6 2,5 1,4 3,7 5,9 3,3 3,7 9,4 6,7 10,9 3,9 6,6 6,1 4,1 8,1 6,6 2,0
3,7 6,2 7,6 5,5 1,1 5,1 6,2 7,5 6,2 5,7 5,8 3,1 9,4 3,4 5,8 6,8 3,1
4,7 6,6 4,4 5,7 5,6 6,0 5,8 7,6 3,8 4,5 3,1 3,5 10,1 1,2 1,5 4,7 5,6
5,7 4,1 6,5 3,4 5,6

a) Pense e crie uma tabela de forma a organizar seus dados para serem apresentados aos moradores de São Paulo.

Quadro 1. Primeiro problema aplicado aos alunos

Não há uma única resposta para o problema, cada dupla ou grupo procurou organizar seus dados de uma forma em que a sua compreensão se tornasse fácil. O professor não orientou em nada a criação de classes, como seria estatisticamente falando, uma forma mais clara de apresentar esses dados, mas as discussões entre os alunos os levou a criação das mesmas como podemos ver nos seguintes exemplos:

03/02/16

Índice de Concentração de Os	Quantidade de dias
1 a 2	8
2 a 3	5
3 a 4	17
4 a 5	14
5 a 6	20
6 a 7	17
7 a 8	4
8 a 9	1
9 a 10	2
10..	2

b) 13 dias
c) 5 dias
d) 4 dias

Fig 1. Foto do caderno do aluno A.

Níveis entre 1-12	1,1	1,2	1,4	1,4	1,7	1,5	1,4	1,6
Níveis entre 2-13	2,5	2,9	2,0	2,8				
Níveis entre 3-14	3,5	3,5	3,7	3,0	3,3	3,7	3,8	3,4
Níveis entre 4-15	4,7	4,0	4,1	4,5	4,7	4,2	4,4	4,1
Níveis entre 5-16	5,5	5,6	5,9	5,1	5,2	5,4	5,7	5,8
Níveis entre 6-17	6,0	6,6	6,8	6,2	6,2	6,8	6,7	6,0
Níveis entre 7-18	7,6	7,5	7,4	7,6				
Níveis entre 8-19	8,1							
Níveis entre 9-10	9,4	9,4						
Níveis entre 10-11	10,3	10,1						

b) 13 dias d) 4 dias
c) 5 dias e)

Fig 2. Foto do caderno aluno B.

Em diversos momentos era solicitada a presença do professor nas duplas ou grupos para o questionamento se a resolução estava no caminho da resposta correta, o professor então explicava que não havia uma única resposta correta e que ao final da atividade socializariam as respostas. Ao longo da atividade os alunos foram ficando mais confiantes e autônomos na resolução dos problemas. A resolução de problemas, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira terá tanto, quanto, um caráter investigativo, quando:

(...) envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p.20)

Durante toda a duração da aula o professor pesquisador pode observar a passagem pelos quatro momentos descritos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) para a investigação Matemática. O primeiro momento foi descrito anteriormente, quando os alunos se sentiram inseguros com o problema e os vários caminhos que poderiam seguir. O segundo momento foi quando se deram conta de que haviam muitos dados e então pensaram em uma forma de organizá-los de modo a resumi-los clara e coerentemente. O terceiro momento ocorreu quando eles tentaram encontrar a melhor forma de criar seus intervalos de classe testando e modificando a amplitude dos intervalos. Após o término da resolução dos problemas pelos alunos, o professor propôs um momento de socialização para que os grupos divulgassem seus resultados e justificassem o porquê de suas escolhas. Este também foi o momento da avaliação da tarefa pelo professor.

No momento da socialização houve uma discussão rica entre os grupos. Alguns alunos apresentaram seus dados divididos em meses de acordo com o inverno. Essa forma de organização foi criticada por outros alunos que argumentaram não haver como saber certamente em quais meses ocorreram tais índices de ozônio, já que os dados não apresentavam nenhuma ordem na tabela em que foram apresentados. Outro grupo de alunos apresentou então sua maneira de organizar os dados através das classes, justificando sua escolha pelo fato de que qualquer leitor poderia analisar, com os dados assim organizados, em quantos dias o índice de ozônio em São Paulo foi alto ou baixo. É interessante ressaltar que essa maneira de organização (através dos intervalos de classes) que depois foi indicada pelo professor como uma boa maneira de organizar os dados, surgiu das discussões dos próprios

alunos, mostrando que eles são capazes de construir esse conhecimento matemático estatístico.

Os outros problemas da lista geraram discussões frutíferas assim como a citada acima. Os alunos ao final da socialização sentiram-se animados com sua capacidade de construir esses conhecimentos que consideravam já estarem prontos e acabados. A relevância deste trabalho está no fato de que alunos que não tinha um bom relacionamento com a disciplina de matemática ao final se sentiram mais seguros e autônomos em relação ao conteúdo.

7. Considerações Finais

A investigação matemática via resolução de problemas, mostrou-se satisfatória numa turma de Geografia, no ensino de Estatística. Ao explorarem problemas, os alunos conseguiram fazer conjecturas e demonstrar sua forma de resolvê-los, chegando assim a um conhecimento que não detinham e que foi socializado com toda a turma, se tornando válido e aplicável ao curso de estatística. De acordo com Lamonato e Passos (2011, p. 70), uma das potencialidades desta metodologia é “ colaborar para que as crenças e concepções dos alunos a respeito da Matemática e seu ensino estejam mais próximas da natureza desta disciplina, valorizando o caráter científico da Matemática, com influências diretas em sua posição perante esta ciência”. Os alunos ao final da resolução dos problemas disseram ter experimentado uma nova forma de conhecer a matemática, onde puderam construir e compreender os conteúdos sem as tradicionais aulas expositivas, mas tornando-se autônomos frente a resolução de problemas e ao seu aprendizado.

8. Referências Bibliográficas

- ABRANTES, P. Um (bom) problema (não) é (só)... Disponível em <http://www.esev.ipv.pt/mat1Ciclo/COORDENADORES/Materiais%20Coordenad/Textos/Abrantes%201989.pdf>, 1989.
- ALLEVATO, N.S.G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim Gepem**, v. 55, p. 133-154, 2009.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em Educação: **Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. Discutindo Resolução de Problemas e Exploração- Investigação Matemática: Reflexões para o Ensino de Matemática. *Zetetiké*, FE/Unicamp, v. 19, n. 36, p. 51-74, jul/dez 2011.

ONUICHIC, L.R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, p. 199-218, 1999.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. Investigar em Matemática. In: Investigações Matemáticas na Sala de Aula. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PONTE, J.P.; CANAVARRO, A.P. A resolução de problemas nas concepções e práticas dos professores. Resolução de problemas: Processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular. p. 197-211. 1994

9. Anexo

IFMG Campus Ouro Preto

1ª Lista de Estatística – Curso: Licenciatura em Geografia

1. Um dos principais indicadores da poluição do ar nas grandes cidades é a concentração de ozônio na atmosfera. O nível de concentração de ozônio na atmosfera foi medido em São Paulo diariamente durante o inverno de 1998, e os resultados são apresentados a seguir:

3,5 1,4 6,6 6,8 2,5 5,4 2,4 3,0 5,6 6,0 4,2 4,4 5,4 4,7 6,5 4,4 5,3 5,6 4,7
3,5 4,0 3,0 4,1 3,4 6,8 1,7 5,3 4,7 7,4 6,0 5,5 1,4 5,8 2,8 1,6 2,5 1,4 3,7
5,9 3,3 3,7 9,4 6,7 10,9 3,9 6,6 6,1 4,1 8,1 6,6 2,0 3,7 6,2 7,6 5,5 1,1 5,1
6,2 7,5 6,2 5,7 5,8 3,1 9,4 3,4 5,8 6,8 3,1 4,7 6,6 4,4 5,7 5,6 6,0 5,8 7,6
3,8 4,5 3,1 3,5 10,1 1,2 1,5 4,7 5,6 5,7 4,1 6,5 3,4 5,6

a) Pense e crie uma tabela de forma a organizar seus dados para serem apresentados aos moradores de São Paulo.

b) Em quantos desses dias a concentração de ozônio foi menor do que 3?

c) Em quantos dias a concentração de ozônio foi maior que 8?

d) Se a concentração de ozônio maior que 9 indica que a poluição atingiu níveis críticos e a população deve ser avisada, em quantos dias os jornais avisaram a população sobre esses níveis críticos?

e) Qual a porcentagem de dias do inverno em que a concentração de ozônio variou entre 4 e 7?

f) Escolha um tipo de gráfico e apresente esses dados através dele.

2. (ENEM - ADAPTADA) Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma

vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos.

As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

- Em quantos dias a temperatura ficou abaixo dos 15°C ?
- Qual a porcentagem de dias em que o calor ultrapassou a marca dos 20°C ?
- Qual temperatura foi mais frequente durante esses dias?
- Se no enquadramento meteorológico o inverno pode ser indicado por maioria de temperaturas abaixo dos 18°C , podemos afirmar que esse mês se refere a um mês de inverno?