

AS DIFICULDADES E ESTRATÉGIAS DE ALUNOS DO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO TEORIA DOS NÚMEROS

Francisco Adeilton da Silva

*UEPB – Universidade Estadual da Paraíba
Ver.adeilton@gmail.com*

Wellton Cardoso Pereira

*UEPB – Universidade Estadual da Paraíba
welltoncardoso@live.com*

Samya de Oliveira Lima

*UEPB – Universidade Estadual da Paraíba
samyasol@yahoo.com.br*

Marlon Tardelly Morais Cavalcante

*UEPB – Universidade Estadual da Paraíba
marlontardelly@gmail.com*

Resumo:

Este estudo consiste num relato de experiência de estudantes de um Programa de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, com atividades desenvolvidas nos meses de fevereiro e março de 2016 em uma Escola de Ensino Médio do Estado do Ceará, para socializar uma experiência com uso da metodologia da resolução de problema envolvendo teoria dos números em uma sala de aula de terceiro ano, com o objetivo de identificar as dificuldades e estratégias dos alunos nas atividades propostas. O trabalho foi realizado em três fases: planejamento, preparação da turma para resolver atividades com resolução de problemas e por fim, aplicação de quatro atividades. Foram observadas dificuldades de leitura e interpretação dos problemas e poucas estratégias utilizadas na resolução dos mesmos. Tornou-se evidente a necessidade de utilização de metodologias como a resolução de problemas que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio matemático, ampliando as habilidades cognitivas dos alunos.

Palavras-chave: Dificuldades; Estratégias; Resolução de Problemas.

1. Introdução

Ensinar Matemática é um grande desafio nos tempos atuais. Na última etapa da educação básica, as avaliações externas têm revelado uma situação preocupante. De acordo com o relatório do Movimento Todos Pela Educação¹ em 2013, no Brasil, apenas 9,3% dos estudantes da última etapa do Ensino Básico apresentaram proficiência esperada em matemática.

¹ Relatório do Movimento Todos Pela Educação, 2013. Disponível em:
<http://www.todospelaeducacao.org.br/sala-de-imprensa/releases/34223/relatorio-do-movimento-todos-pela-educacao-apresenta-estudos-ineditos/>. Acesso em 02/04/2016.

Dados do Sistema Permanente de Avaliação do Estado do Ceará – SPAECE, fornecidos pelo Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora – CAEd/UFJF² – do ano de 2014 revelaram uma triste realidade, onde 75,8% dos alunos do Ensino Fundamental II, no referido Estado, mais precisamente do 9º ano, estavam no nível muito crítico e crítico. Isso quer dizer que não desenvolveram as habilidades mínimas em matemática. Por outro lado, somente 4,8% estavam no nível adequado, ou seja, desenvolveram as habilidades exigidas ao término dessa etapa da educação básica.

Na terceira série do Ensino Médio essa situação não é diferente. Na avaliação SPAECE do ano de 2014, 75,8% não desenvolveram as competências e habilidades exigidas ao final da última etapa da educação básica em Matemática. Por outro lado, apenas 8,1% aprenderam o mínimo exigido.

Os professores pesquisadores, participantes de um curso de Mestrado em Educação Matemática, tem refletido sobre a referida situação por meio das disciplinas de Metodologia e Didática do Ensino de Ciências e Matemática e em Tendências da Educação Matemática.

De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2011, p. 170):

A definição da identidade do Ensino Médio como etapa conclusiva da Educação Básica precisa ser iniciada mediante um projeto que, conquanto seja unitário em seus princípios e objetivos, desenvolva possibilidades formativas com itinerários diversificados que contemplem as múltiplas necessidades socioculturais e econômicas dos estudantes, reconhecendo-os como sujeitos de direitos no momento em que cursam esse ensino.

Neste sentido, para enfrentar os desafios de aprendizagem no ensino médio a diversificação metodológica é mais adequada para o ensino na contemporaneidade, visto que os estudantes são seres com características plurais.

Dentre as metodologias, a resolução de problemas contribui significativamente para a construção do conhecimento e a mobilização do raciocínio por parte do aluno onde o professor pode utilizar situações complexas e diversificadas. De acordo com as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (2002, p. 113):

Na resolução de problemas, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de

² CAEd. Universidade de Educação /Universidade Federal de Juiz de Fora. Dados do SPAECE no 9º ano do Ensino Fundamental II e 3ª série do Ensino Médio, 2014. Disponível em: <http://www.space.caedufjf.net/resultados-por-escola-2013/>. Acesso em: 5 mar. 2016.

resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido.

Na perspectiva de contribuir com a aprendizagem dos alunos do terceiro ano do ensino médio de uma escola do interior do Estado do Ceará, participante do Programa Ensino Médio Inovador/Jovens de Futuro, que serão avaliados no final deste ano de 2016, os pesquisadores desenvolveram atividades a partir do uso da tendência metodológica da resolução de problemas, envolvendo Teoria dos Números no sentido de auxiliar os alunos na construção do conhecimento e no desenvolvimento de habilidades cognitivas relevantes para utilização no seu cotidiano e em atividades escolares.

Conforme Dante (2011), a resolução de problemas favorece uma boa base matemática aos alunos, libera a criatividade, faz o aluno pensar produtivamente, desenvolve o raciocínio, ensina a enfrentar situações novas, dar a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática, torna as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras e equipa o estudante com estratégias para resolver problemas.

O trabalho com Teoria dos Números combina, perfeitamente, com a perspectiva da resolução de problemas, pois “em Teoria dos Números um mesmo problema pode requerer para sua solução a utilização simultânea de métodos algébricos, analíticos, topológicos, geométricos e combinatórios, além de uma boa dose de imaginação” (MARTINEZ, et al, 2013).

Neste sentido, este estudo está fundamentado na resolução de problemas envolvendo teoria dos números e caracteriza-se como um relato de uma experiência desenvolvida em uma turma de alunos do terceiro ano do ensino médio, composta por 38 alunos, sendo 25 alunas e 13 alunos, pertencentes a uma Escola de Ensino Médio em Altaneira – CE, Os estudantes estão numa faixa etária de 15 a 18 anos.

De acordo com Wall (2014, p. 11), “já se disse que a escola existe, em grande parte, com a finalidade de sociabilizar as crianças e, com um olho na vida adulta, formar habilidades cruciais, como leitura, escrita e aritmética”. Nesse sentido, a escolha da referida turma de 3º ano se deu primeiro, por entender que os alunos ao chegarem ao terceiro ano do ensino médio, em geral, deveriam dominar os conceitos e os algoritmos operatórios da matemática e serem capazes de resolver problemas que envolvam tais conhecimentos.

Segundo, porque serão avaliados, este ano, por organismos competentes, para verificar os impactos do Programa Ensino Médio Inovador/Jovens de Futuro, que é fruto da parceria público privada, ou seja, entre o Ministério da Educação (MEC) e o Instituto Unibanco. Esse programa busca uma melhoria substancial no desempenho dos alunos no ensino médio e elevar os indicadores nas avaliações externas.

De acordo com o manual do Instituto Unibanco para o Ensino Médio Inovador e Jovem de Futuro (2013, p. 21):

Dessa forma, segundo o MEC, o ProEMI propõe uma indução ao redesenho dos currículos do Ensino Médio, contemplando uma ampliação do tempo dos estudantes na escola e uma diversidade de práticas pedagógicas que atendam às expectativas e às necessidades desses jovens.

Após uma reflexão sobre a situação da aprendizagem dos alunos de uma turma de terceiro ano de uma escola de ensino médio e a necessidade de contribuir com a melhora de seus resultados nas avaliações a que serão submetidos ao final do ano, os pesquisadores decidiram desenvolver uma pesquisa em sala de aula para destacar as dificuldades e estratégias na resolução de problemas envolvendo teoria dos números e escrever um relato de experiência em três fases.

2. Da experiência

A primeira fase da experiência foi o planejamento; a segunda de execução da mesma na sala de aula escolhida, em dois momentos: o primeiro de estudo com os alunos sobre a tendência da resolução de problemas e em seguida a aplicação de uma situação, a partir dessa metodologia; a terceira fase caracterizou-se pelo desenvolvimento em sala de aula das quatro atividades selecionadas e, ao mesmo tempo, a coleta e análise de dados.

As atividades selecionadas para serem aplicadas na turma, foram planejadas e preparadas a partir de fontes como o livro didático, questão disponibilizada pelo professor da disciplina de Fundamentos de Teoria dos números e o livro intitulado: teoria dos números para professores do ensino fundamental.

Das quatro atividades selecionadas, as duas primeiras tratam sobre sequências formadas por figuras geométricas que se desenvolvem a partir de um padrão. As outras duas questões envolviam dados numéricos, onde uma envolvia possibilidades da composição de números a segundo o valor posicional dos algarismos; e a outra as possibilidades de formalização de

quantias a partir de três moedas de 1, 5 e 10 centavos. Vale ressaltar que em todas as atividades era possível encontrar um padrão e sua formalização.

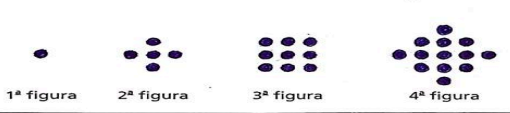
Na segunda fase dessa experiência iniciamos com uma oficina sobre resolução de problemas, utilizando o Volume II da metodologia Entre Jovens do Instituto Unibanco para os alunos do terceiro ano do ensino médio. Essa metodologia busca resgatar e desenvolver competências e habilidades que não foi plenamente desenvolvida em matemática. Nessa oficina, realizada em duas aulas de 50 minutos cada, foi dado ênfase aos passos para resolução de problemas defendidos por Polya: entender o problema, criar uma estratégia de resolução, aplicar a estratégia escolhida e comprovar o resultado encontrado. Em seguida, aplicamos um problema, como exemplo, para que os alunos resolvessem seguindo os passos para resolução de problemas, anteriormente descritos.

Após analisarmos e refletirmos sobre cada procedimento, iniciamos a terceira fase. Os alunos foram convidados a resolverem as quatro atividades. Nosso propósito foi não privilegiar uma ou outra estratégia de resolução e sim permitir que em cada atividade, os alunos pudessem escolher a maneira que lhes parecesse mais adequada.

A aplicação das atividades ocorreu em dois encontros de três aulas, cada aula com duração de 50 minutos. As mesmas foram resolvidas em duplas, por entendermos que esse formato contribui para uma maior interação e debates sobre as estratégias de solução para cada problema aplicado. Após a entrega da atividade, utilizamos os passos da resolução de problema.

A atividade 1 – problema das bolinhas, conforme a figura 1, foi adaptada do livro Conexões com a Matemática, vol. I, 2013.

- Mário organizou suas bolinhas de modo que obteve a sequência abaixo:



1ª figura 2ª figura 3ª figura 4ª figura

- Continuando a sequência, seguindo o mesmo padrão:
 - Quantas bolinhas formarão a 12ª figura?
 - Para formar a 20ª figura quantas bolinhas serão utilizadas?
 - E com 61 bolinhas, utilizando todas elas, Mário formaria uma figura que estaria em qual posição?

Figura 1: Atividade 1 aplicada aos alunos.

Nas soluções desse problema, os alunos, em sua maioria, buscaram dar continuidade a sequência até conseguirem descobrir os resultados pedidos. Isto é, contaram o total de bolinhas

que compõe cada figura, descobriram um padrão (cresce de 4 em 4) e construíram uma sequência numérica. Das 19 duplas formadas, um total de 13, seguiram estratégias de resolução semelhantes a apresentada na da figura 2, que é uma resposta de uma das duplas, mudando a organização e criatividade na exposição, porém, com a mesma ideia.

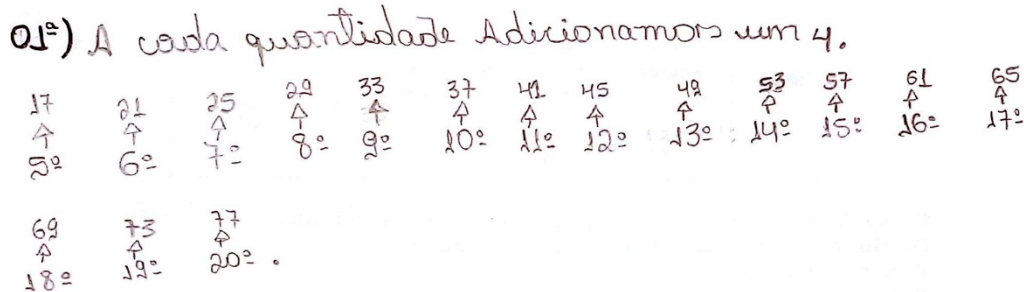


Figura 2: Resposta de uma das duplas.

Nas respostas das 13 duplas, todas determinaram que para formar a 12ª figura, seguindo o mesmo padrão, seriam necessárias 45 bolinhas. Já para a figura que ocuparia a 20ª posição, seriam necessárias 77 bolinhas. E com 61 bolinhas, concluíram que Mário formaria uma figura que ocuparia a 16ª posição.

A resposta de uma das duplas nos chamou a atenção, pela criatividade em determinar o padrão envolvido na sequência a partir de uma visualização geométrica. Antes de escrever a sequência numérica, a dupla percebeu que a figura inicial estava presente na figura posterior, ou seja, cada figura continha a figura anterior mais 4 bolinhas. Conforme podemos constatar na figura 3.

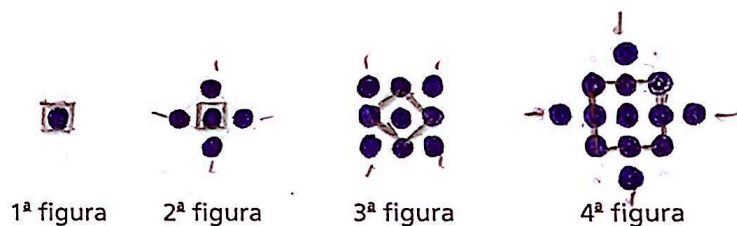


Figura 3: procedimento para determinar o padrão da sequência de uma das duplas.

Para chegar ao resultado final, essa dupla, utilizou a mesma estratégia executada pelas demais duplas já mencionadas.

Uma dupla apresentou estratégia diferenciada das demais, mesmo iniciando a resolução do problema de modo similar aos realizados pela maioria delas, apresentando ao final uma generalização interessante.

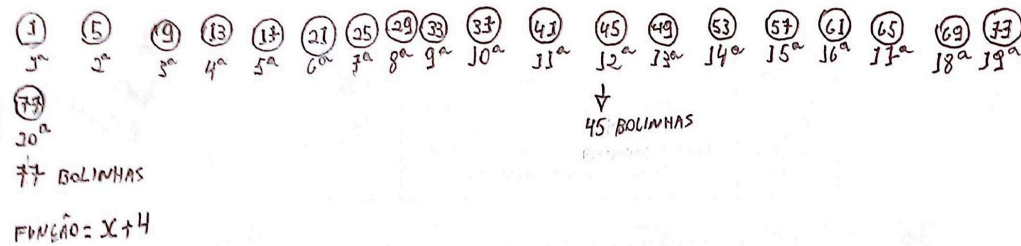


Figura 4: resposta de uma das duplas.

Essa dupla finalizou sua resolução fazendo uma generalização por meio de uma função polinomial do primeiro grau (função = $x + 4$). Deixando implícito que o x recebia os valores: 1, 5, 9, 13, ... isto é, aumentando de 4 em 4 bolinhas, iniciando pelo 1, que seria a quantidade de bolinha utilizada na primeira figura da sequência. O que foi esclarecido pela dupla quando foram chamados ao quadro para apresentarem sua resposta à turma.

Durante a aplicação da atividade, comprovamos que três duplas não conseguiam compreender o problema proposto. Liam, reliam e não executavam nenhuma ação. Quando questionados, eles relataram que não estavam compreendendo a questão e nem por onde começar sua resolução. Essas três duplas não conseguiram resolver essa atividade.

Observamos ainda, que a maior dificuldade dos alunos foi com relação a leitura e interpretação do problema. A maioria dos discentes tiveram uma leve dificuldade em descobrir o padrão de formação da sequência, mas conseguiram superar, facilmente, esse obstáculo. Um aluno comentou: “A dificuldade foi no começo. A gente não estava entendendo quase nada, mas depois foi fácil”. Outra dupla destacou: “A maior dificuldade foi encontrar a melhor maneira para resolver.”

Na atividade 2, trouxemos uma ideia similar a atividade 1. O problema foi adaptado a partir de uma atividade desenvolvida pelo professor da disciplina de Fundamentos de Teoria dos Números, durante uma de suas aulas, conforme a figura 5. A respeito das figuras dos “Ts” foram feitos os seguintes questionamentos: Quantas bolinhas seriam necessárias para formar o 10º “T”? E o 30º “T”, utilizariam quantas bolinhas para formá-lo? Quantas bolinhas foram utilizadas por Tiago para fazer a sequência até o 10º “T”? Com 101 bolinhas de gude, Tiago conseguiria formar um “T” que estaria em qual posição?

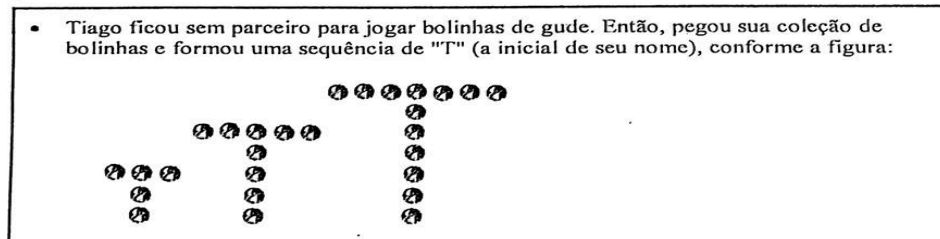


Figura 5: Atividade 2.

Com relação as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução do segundo problemas, percebemos que eles utilizaram três estratégias: função, termo geral da PA e escrita da sequência após a descoberta do padrão.

Uma dupla apresentou sua resposta seguindo o padrão de acordo com as demais, ou seja, uma sequência crescente de 4 bolinhas a cada T, porém no final fez uma generalização citando que seria uma função do tipo $f(x) = 4 + x$, com o x podendo assumir os valores: 1, 5, 9, 13, 17... isto é, iniciando com valor 1, crescendo de 4 em 4. De acordo com a figura 6.

*Estratégias: Padrão de 4 em 4 ou seja, $f(x) = 4 + x$
 $x = 1; 5; 9; 13; 17; \dots$, isto é, de 4 em 4*

Figura 6: resposta de uma das duplas.

Analisando as respostas dos alunos comprovamos que 4 duplas utilizaram o conceito de progressão aritmética – PA para resolver a situação proposta. Ou melhor, para solucionar os dois primeiros questionamentos, como descrito na figura 7.

Resolução.

$$1 - a_{10} = a_1 + 9 \cdot r$$

$$a_{10} = 5 + 9 \cdot 4 = 41$$

$$2 - a_{30} = a_1 + 29 \cdot r$$

$$a_{30} = 5 + 29 \cdot 4 = 121$$

Figura 7: resposta de uma das duplas.

Para apresentar as respostas dos dois últimos questionamentos, os alunos não utilizaram a noção de PA, recorreram a escrita da sequência e a soma da quantidade de todas as bolinhas necessárias para formarem o T, como mostrado na figura 8.

As demais duplas (14), encontraram facilmente o padrão da sequência dos "Ts" e utilizaram a mesma estratégia de resolução do problema. Isto é, definiram o padrão e

construíram uma sequência numérica considerando a posição e a quantidade de bolinhas para responder os questionamentos, de acordo com a figura 8.

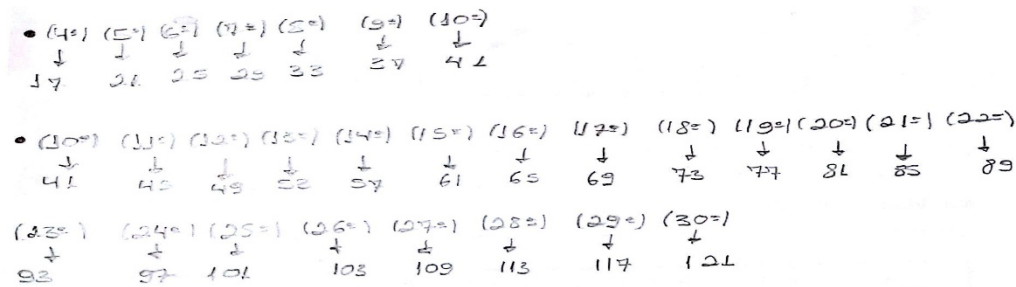


Figura 8: resposta de uma das duplas.

Nessa atividade, os alunos revelaram um menor nível de dificuldade na leitura comparado ao problema 1. Pois, já tinham resolvido a primeira situação que é semelhante a mesma. A maior dificuldade foi referente a leitura e interpretação dos questionamentos que tratavam sobre a quantidade de bolinhas utilizadas para fazer a sequência até o 10º “T”.

Na atividade 3, denominada problema dos dois dígitos: Quantos números naturais de dois dígitos existem em que o dígito das dezenas é maior do que o das unidades? Essa atividade exigiu dos alunos o conhecimento do valor posicional dos números com dois dígitos. O problema foi adaptado a partir de uma atividade desenvolvida pelo professor da disciplina de Fundamentos de Teoria dos Números do referido Programa de Mestrado.

Vale ressaltar que todos as duplas resolveram essa atividade. Das 15 duplas que participaram da resolução da atividade, 13 duplas utilizaram a mesma estratégia de resolução, ou seja, escreveram todos os números de dois dígitos onde a dezena é maior que a unidade, como revela a figura 9.

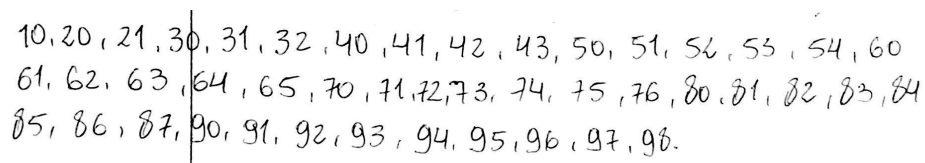


Figura 9: Resposta de uma das duplas.

Já as outras duas duplas, escreveram a sequência de todos os números com dois algarismos e depois selecionaram os que satisfaziam a condição exigida pelo problema, ou seja, a dezena maior do que a unidade, como apresenta a figura 10.



Figura 10: resposta de uma das duplas.

Uma dessas duas duplas, acrescentou uma representação associando um padrão, isto é, descreveu que a cada 10 pares de dígitos aumenta-se mais um par, o que pode ser verificado pela figura 11.

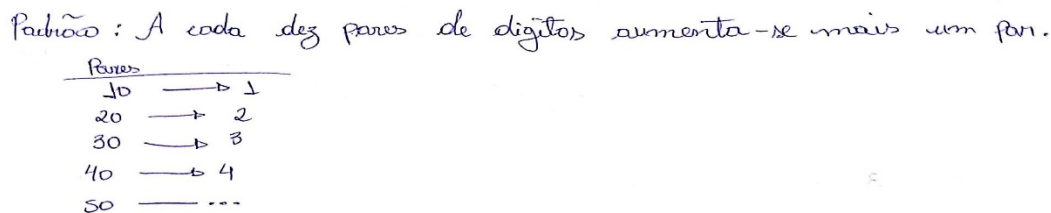


Figura 11: Padrão encontrado por uma das duplas.

Na resolução desse problema, os estudantes apresentaram dificuldades nos conceitos de unidade e dezena. Iniciaram a resolução escrevendo os números onde a dezena era menor do que a unidade, ou seja, a grande maioria revelaram não ter interiorizado ainda o valor posicional dos algarismos. Após diversas tentativas e erros, a partir de uma intervenção dos professores, os alunos recordaram os conceitos, o que permitiu que os mesmos avançassem na solução do problema.

A atividade 4, descreve o problema das moedas a seguir. João tem moedas de 1, 5 e 10 centavos no bolso, e pegou três delas. Quais seriam as diferentes quantias que João poderia ter? O problema foi retirado do livro intitulado: Teoria dos Números para Professores do Ensino Fundamental, (WALL, 2014).

Nessa atividade, uma dupla não conseguiu resolvê-la. E as demais duplas, 14), resolveram utilizando a mesma estratégia, ou seja, escreveram todas as possibilidades diferentes, detalhadamente, conforme figura 12. Sendo assim, quase todos os alunos não apresentaram dificuldades e conseguiram êxito na resolução desse problema.

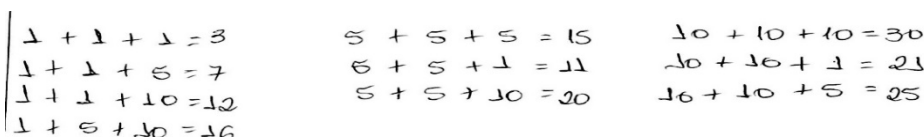


Figura 12: Estratégia utilizada pelas 14 duplas.

3. Considerações finais

Além da concepção de conhecimento, o professor precisa adotar uma metodologia que desafie e leve os alunos a construir o conhecimento, tornando o mesmo, sujeito ativo e participativo no seu processo de construção, conforme a perspectiva sócio-construtivista de Lev Vygotsky.

Nessa perspectiva, nesse relato de experiência procuramos descrever as principais dificuldades e estratégias dos alunos na resolução de problemas envolvendo Teoria dos Números com aplicação de quatro atividades propostas.

Através da resolução de problemas é possível enfatizar que seu foco é, entre outros, dá sentido aos conceitos matemáticos, desenvolver o raciocínio dos alunos, isto é, ser capaz de pensar matematicamente utilizando diferentes e convenientes estratégias nos mais variados problemas; desenvolver a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática, elevar a autoestima e confiança dos alunos. Se o professor começa a trabalhar com a resolução de problemas ele se empolga e não quer mais voltar a ensinar de forma dita tradicional. (ONUCHIC e HUANCA, 2003.)

Ao realizar as atividades na perspectiva da resolução de problemas, foi possível perceber as dificuldades dos alunos, sendo que as principais foram: leitura e interpretação das situações envolvendo a compreensão de alguns conceitos matemáticos exigidos nos problemas. Como ainda, dificuldades nos cálculos e na elaboração de uma estratégia ou formalização matemática de uma resolução.

O ensino de matemática de qualidade deve ser realizado com práticas em que os professores incentivem a resolução de problemas a partir de várias estratégias. A nossa experiência na sala de aula do terceiro ano do ensino médio, revelou que a maioria dos alunos conseguiram resolver os problemas, porém utilizando estratégias poucas diversificadas, ou seja, duas e no máximo três estratégias.

A não presença de um grande número de estratégias pode ser explicada pela forma como os professores dos anos anteriores desenvolveram o ensino da matemática sem utilização de abordagens que estimulem os alunos a diversificarem as estratégias de resolução de problemas.

Em suma, os desafios na educação matemática no que se refere ao fenômeno do ensino e aprendizagem precisam ser enfrentados a partir de abordagens que ampliem as oportunidades dos alunos no que se refere a percepção de que um problema pode ser resolvido a partir de vários caminhos, possibilitando assim o desenvolvimento do raciocínio matemático e diversas habilidades e competências exigidas pelas avaliações externas, ocasionando assim melhoras nos indicadores educacionais.

4. Referências

BRASIL. Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino médio. Parecer CEB/CNE 15/98. Homologação publicada no D. O. U. de 5/8/98-Seção I – p 21.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) - Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

DANTE, L. R. Formulação e resolução de problemas matemáticos: Teoria e prática. 1ª. ed. São Paulo: Ática, 2011.

LEONARDO, Fabio Martins de. Conexões com a matemática. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

MARTINEZ, F. E. B. Et al. Teoria dos Número: um passeio com primos e outros números familiares pelo mundo inteiro. 2ª ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2013

ONUCHIC, L. R.; HUANCA, R. R. H. A Licenciatura em Matemática: o desenvolvimento profissional dos formadores de professores. In: Maria Clara Resende Frota; Barbara Lutaif Bianchini; Ana Marcia F. Tucci de Carvalho. (org.). Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior. 1 ed. Campinas: Papirus, 2003, v. 1, p. 307-331.

WALL, Edward S. Teoria dos números para professores do ensino fundamental. Tradução de Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: AMHH, 2014.

UNIBANCO, INSTITUTE. Ensino Médio Inovador e Jovem de Futuro: por uma escola mais participativa, eficiente, criativa e transformadora. São Paulo: YANGRAF, 2013. 77 p.