A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA NA RECONSTRUÇÃO DE ATIVIDADES DO IMAGICIEL

Hércules Nascimento Silva
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
hercules.n.s@hotmail.com.br

Celina A. A. P. Abar
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
abarcaap@pucsp.br

Resumo:
Este trabalho faz parte de uma pesquisa de Mestrado Acadêmico em andamento e procura reconstruir, sob a luz da Teoria da Transposição Didática de Chevallard e Joshua, propostas de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos em atividades desenvolvidas por pesquisadores franceses, nos cadernos do Imagiciel, por meio da exploração de construções dinâmicas no GeoGebra. A pesquisa tem como foco situações descritas no capítulo "Fonction Definie par Une Situation Geométrique" (Função definida por uma situação geométrica). O desenvolvimento, no GeoGebra, da atividade "Caminho em um triângulo", apresentada nesse trabalho, possibilitou outras situações dinâmicas indicadas nas diretrizes propostas na Transposição Didática e sugeriram uma possível estratégia didática para a sala de aula.
Palavras-chave: Transposição Didática, GeoGebra, Imagiciel.

1. Introdução

Este trabalho é parte de uma pesquisa de Mestrado Acadêmico, em andamento, que procura investigar as situações propostas nos cadernos do Imagiciel (CREEM, 1992) e que envolvem processos de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos por meio da exploração de construções dinâmicas no GeoGebra desenvolvidas para cada tema.

Ao longo das últimas décadas, muitas pesquisas buscam desenvolver situações que rompam a forma de ensinar, na qual, primeiro o aluno aprende conceitos e técnicas para, depois, aplicá-las em resoluções de problemas e exercícios. Um exemplo deste esforço são as atividades apresentadas no Imagiciel que podem ser acessadas em alguns computadores, mas que seus comandos exigem controles de um teclado e geram algumas dificuldades para os alunos.

Estas situações vão ao encontro dos conceitos de uma investigação matemática e que, por sua vez, se tornam relevantes, como aponta Fiorentini e Cristóvão (2006):

> as aulas exploratório-investigativas são aquelas que mobilizam e desencadeiam, em sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação. (p.29)

Nesta linha de proposta temos como objetivo principal, em nossa pesquisa, responder à seguinte questão: *Como reconstruções dinâmicas no GeoGebra, de atividades do Imagiciel, possibilitam uma proposta de investigação matemática ou estratégia didática em sala de aula?*

Consideramos os trabalhos de Polya (1977), Ponte (2003) entre outros, que apontam a investigação matemática em sala de aula como importantes, uma vez que se oportuniza ao aluno experimentar, discutir, formular, conjecturar, generalizar, provar e representar suas ideias. Entre algumas concepções acerca da investigação matemática, que encontramos em diferentes autores, nesta pesquisa adotaremos a definida por Frota e Gazire (2009).

> [...] uma situação problematizadora dispara o processo investigativo, a busca de métodos e processos e do levantamento de estudos teóricos na busca de uma solução. De acordo com essa concepção, uma aula de Matemática é sempre organizada a partir de uma situação problematizadora, que pode se configurar, por exemplo, na forma de uma pergunta, um problema, uma atividade investigativa, uma tarefa exploratória. (p. 1306).

Desenvolvida na perspectiva de um ensaio teórico, a pesquisa, ainda em andamento, procura reconstruir, sob a luz da teoria da *Teoria da Transposição Didática* de Yves Chevallard (1991) e Chevallard e Joshua (1982), propostas de atividades desenvolvidas por pesquisadores franceses no âmbito do ensino da Matemática.

Deste modo apresentamos, neste trabalho, uma parte do desenvolvimento da pesquisa em andamento, com aporte teórico em autores que sustentam o desenvolvimento da investigação realizada e algumas análises preliminares.

2. Sobre o Imagiciel e sua proposta

O Imagiciel é formado por um conjunto de situações educacionais, que foram desenvolvidas por pesquisadores do Centre de Recherche et d'Expérimentation pour l'Enseignement des Mathemátiques – CREEM (Centro de Pesquisa e Experimentação para o Ensino da Matemática, 1992) da França, em parceria com o Ministério Nacional de Educação e Cultura Francês. Estas situações abordam temas de funções numéricas, probabilidade e geometria plana e espacial, elaboradas entre o final da década de 1980 e início dos anos de 1990.

Essas situações foram desenvolvidas, especialmente, para aulas de matemática e para alunos do ensino secundário francês, equivalente ao Ensino Médio brasileiro. Elas buscam atender às necessidades, tanto de alunos que desejam uma formação geral, como também, os que optam por uma formação voltada para áreas mais técnicas. As propostas são apresentadas de forma a permitir que o aprendiz explore novos conceitos, conjecture e teste hipóteses para validá-las.

Junto com o ambiente computacional, voltado para o ensino da matemática, foi também desenvolvido um conjunto de cinco cadernos organizados em temas específicos. Em nossa pesquisa nos interessa situações do Imagiciel que envolvem os processos de ensino e aprendizagem de conceitos relativos ao tema de funções numéricas, elaboradas em um ambiente com mais recursos tecnológicos, o GeoGebra, procurando manter os objetivos propostos da atividade e investigando possíveis novas situações que possam enriquecer a proposta apresentada. Nas informações que seguem constam partes da investigação já desenvolvida.

3. Sobre o desenvolvimento da pesquisa.

Em nossa investigação utilizamos, como material de apoio, o caderno número 1 "Activités Mathématiques avec Imagiciels premières et terminales – Fonctions Numériques" (Atividades Matemáticas - com Imagiciel - anos iniciais e finais – Funções Numéricas).

Nos primeiros capítulos deste caderno, são apresentadas as características gerais do programa assim como algumas situações e exemplos de como podem ser traçados os gráficos de funções elementares. Entretanto, concentramos nossa pesquisa nas situações descritas no capítulo "Fonction Definie par Une Situation Geometrique" (Função definida por uma situação geométrica).

Todas as situações descritas neste capítulo partem de um ponto geométrico e possibilitam a mudança de registros, algébrico, numérico e funcional, uma das características permitidas na utilização do GeoGebra. Nestas situações, os conceitos geométricos envolvidos fazem parte dos conhecimentos do ensino fundamental tais como, o cálculo de comprimento, teorema de Tales, triângulos, entre outros, sendo, portanto, acessíveis aos alunos do ensino médio.

Para os desenvolvedores do Imagiciel, estas abordagens possibilitam aos alunos o trabalho em diferentes contextos o que lhes permite interpretar os resultados de seus cálculos nos diferentes registros (que, em particular, tendem a ajudá-los a levantar hipóteses, testar, ver e, portanto, compreender seus possíveis erros) incentivando a passagem de uma representação à outra.

Tais abordagens vão ao encontro das ideias de Duval (2003) que considera imprescindível, para uma boa compreensão e apreensão do objeto matemático por parte do aprendiz, ao menos, a utilização de dois registros de representação semiótica, de preferência em diferentes sistemas semióticos. Ele ressalta ainda, que o sujeito somente fará a assimilação da conceituação quando utilizar a conversão das diferentes representações semióticas deste mesmo objeto matemático.

Assim, cabe ao professor o papel de propiciar ao aluno situações e o objeto matemático que será ensinado, isto é, os registros de representação semiótica inerente ao tema trabalhado, e propor situações que permitam o tratamento e a conversão, entre pelo menos, dois tipos de registros de representação semiótica.

> A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. (DUVAL, 2003. p.14)

Escolhemos reconstruir as atividades propostas no Caderno 1 uma vez que o Imagiciel se tornou uma tecnologia de difícil interação, não funcionando mais em muitos computadores e suas atividades apresentam situações desafiadoras. Para tanto, utilizamos o GeoGebra uma vez que este programa tem sido aceito e rapidamente difundido, por conta de sua facilidade de uso e variedade de ferramentas que possibilitam a manipulação de construções geométricas, expressões numéricas, algébricas ou tabulares, descobertas de relações e propriedades matemáticas se tornando, desta forma, um ambiente propício para a investigação matemática em sala de aula.

4. Pressupostos Teóricos.

O termo transposição didática é atribuído a Chevallard (1991) quando afirma que:

> Um conteúdo do saber, que é destinado ao saber a ser ensinado, sofre um conjunto de alterações no sentido de adaptar com mais eficiência seu lugar entre os objetos da educação. Esse 'trabalho' que acontece com o saber a ser ensinado é chamado de transposição didática. (p.39)

O processo da transposição didática se desenvolve em diferentes etapas, pois se inicia com o conhecimento científico (o saber matemático), caminha para os textos pedagógicos (saber a ensinar) e finaliza com o conhecimento da prática pedagógica (saber ensinado).

O desafio para a escola e, em particular, para o professor é a transformação desses saberes, nos três níveis, para que não perca suas características essenciais, embora sempre ocorra uma transformação desse conhecimento para sua adaptação à sala de aula.

A transposição didática consistiria, portanto, do ponto de vista do professor, em construir suas próprias aulas retirando da fonte os saberes, levando em conta as orientações fornecidas pelas instruções e pelos programas (saber a ensinar) para adaptá-los à própria classe: nível dos alunos e objetivos buscados. A transposição didática consiste em extrair um elemento de saber do seu contexto (universitário, social) para recontextualizá-lo no ambiente sempre singular, sempre único, da própria classe.

Para entender este processo de transformações, podemos fazer uso do conceito de transposição didática utilizado inicialmente por Chevalard e Joshua (1982) na didática francesa, pois permite compreender as modificações pelas quais passam um saber até a sua prática docente.

Chevallard e Johsua (1992, apud Alves Filho, 2000) *estabelecerem algumas diretrizes que nortearam estas transformações. Estas diretrizes foram concebidas com o intuito de facilitar a análise dos diferentes saberes.*

Tais regras podem ser enunciadas como segue segundo Alves Filho (2000) e dão suporte ao desenvolvimento da pesquisa e, em especial, à proposta deste trabalho.

> • Regra 1 - Modernizar o saber escolar
> A modernização faz-se necessária, pois o desenvolvimento e o crescimento da produção científica são intensos. Novas teorias, modelos e interpretações científicas e tecnológicas forçam a inclusão desses novos conhecimentos nos programas de formação (graduação) de futuros profissionais.
>
> • Regra 2 - Atualizar o saber a ensinar
> Saberes ou conhecimentos específicos, que de certa forma já se vulgarizaram ou banalizaram, podem ser descartados, abrindo espaço para introdução do novo, justificando a modernização dos currículos.
>
> • Regra 3 - Articular saber "velho" com "saber" novo
> A introdução de objetos de saber "novos" ocorre melhor se articulados com os antigos. O novo se apresenta como que esclarecendo melhor o conteúdo antigo, e o antigo hipotecando validade ao novo.
>
> • Regra 4 - Transformar um saber em exercícios e problemas
> O saber sábio, cuja formatação permite uma gama maior de exercícios, é aquele que, certamente, terá preferência frente a conteúdos menos "operacionalizáveis". Essa talvez seja a regra mais importante, pois está diretamente relacionada com o processo de avaliação e controle da aprendizagem.
>
> • Regra 5 - Tornar um conceito mais compreensível
> Conceitos e definições construídos no processo de produção de novos saberes elaborados, muitas vezes, com grau de complexidade significativo, necessitam sofrer uma transformação para que seu aprendizado seja facilitado no contexto escolar. (p.52)

5. Apresentação de uma das atividades propostas

Concentramos nossa pesquisa nas situações descritas no capítulo "Fonction Definie par Une Situation Geometrique" (Função definida por uma situação geométrica) e apresentamos a seguir o desenvolvimento da atividade *Caminho em um triângulo*.

Nesta atividade, caminho em um triângulo, reconstruída no GeoGebra, partimos de uma situação geométrica, para uma situação funcional. A cada item, temos como objetivo possibilitar que o aluno, ao interagir com a construção, possa levantar hipóteses, analisá-las, interpretar suas conclusões e validá-las.

ISSN 2178-034X

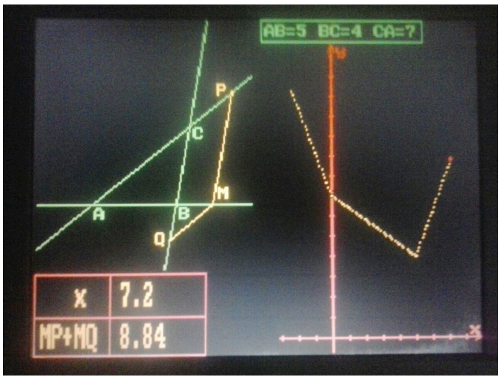

Figura 1- Atividade proposta no Imagiciel.

5.1. Atividade: *Caminho em um triângulo*[1] - Proposta de utilização e Objetivos

a. Desenvolver certas competências em matemática, relativas ao ensino médio, e em particular:

- Introduzir o conhecimento em geometria elementar; passar de um quadro geométrico a um quadro algébrico.
- Rever a noção de função definida por intervalos, os métodos de resolução de equação e de inequação a partir de uma função, e em particular a utilização e interpretação de soluções a partir da representação gráfica de uma função.
- Eventualmente, rever a noção de valores absolutos, relativos à distância sobre um eixo e alguma técnica relativa ao valor absoluto.

b. Pré- requisitos

Familiarização com o GeoGebra, conhecimento do Teorema de Tales, do plano cartesiano e das coordenadas de um ponto.

c. Descrição da situação no GeoGebra

Seja um triângulo ABC e um ponto M que percorre a reta AB. Os pontos P e Q pertencem respectivamente à reta AC e BC. O segmento MP é paralelo à reta BC e o segmento MQ à reta AC. Interessa-nos o comprimento L = MP + MQ.

[1] As traduções das atividades foram realizadas pelos autores

Nessa atividade, na janela de visualização do GeoGebra, temos a construção do triângulo ABC, o ponto M, que pode ser movimentado, os segmentos MP e MQ e uma tabela, que quando exibida, mostra os valores da abscissa x de M sobre AB e de L. Na janela visualização 2, temos a representação gráfica do ponto H=(x(M),L) em um plano cartesiano.

d. Atividade do Aluno

A) Seja um triângulo ABC tal que AB = 5, BC = 4 e CA = 7 e um ponto M sobre a reta AB. Os pontos P e Q pertencem respectivamente à reta AC e BC. O segmento MP é paralelo à reta BC e o segmento MQ à reta AC, conforme a figura 2. Interessa-nos o comprimento L = MP + MQ

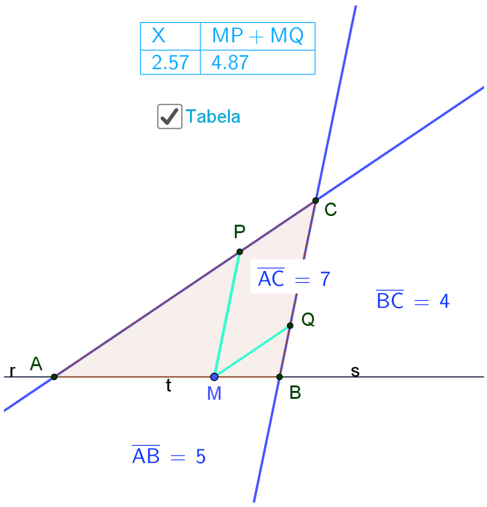

Figura 2- Construção geométrica no GeoGebra.

1) Abra o arquivo, Atividade1a.ggb (Figura 3), considere o triângulo ABC, tendo por unidade de comprimento o centímetro tal que AB = 5, BC = 4 e CA = 7

2) Examine a figura geométrica, exibida na janela de visualização, movimentando o ponto M. Argumentar como varia L quando M se move ao exterior do segmento AB.

3) Movimente o ponto M para verificar cada um dos casos a seguir. O que acontece com L quando M é:

- Coincidente com A?
- Coincidente com B?
- É ponto médio do segmento AB?

- Simétrico de A em relação a B?

4) Considere a reta AB em um eixo orientado de A até B e como origem o ponto A, (lembramos que a unidade de comprimento é o centímetro). Considere x a abscissa de M. Movimente o ponto M para verificar cada um dos casos a seguir. Qual é o valor de x quando M é:

- Coincidente a A?
- Coincidente a B?
- É ponto médio do segmento AB?
- Simétrico de A em relação a B?
- Clique na Caixa para Exibir na Janela de Visualização, e verifique os valores de x.

5) Consideremos a função f que a cada x, correspondente ao ponto M, associa um valor de L. Verifique que esta é uma função linear para todos os intervalos. Esboce em um papel a representação gráfica em um plano cartesiano (a unidade é sempre em cm). No arquivo Atividade1a.ggb, exiba a janela de visualização 2, verifique o seu esboço e movimente M para exibir a curva nos casos vistos na questão 2 (variações de L para M externo a]A,B[ ).

6) Determinar as posições de M onde L=MP + MQ é:

a) Mínimo.

b) Igual à AC.

c) Superior à metade do perímetro do triângulo.

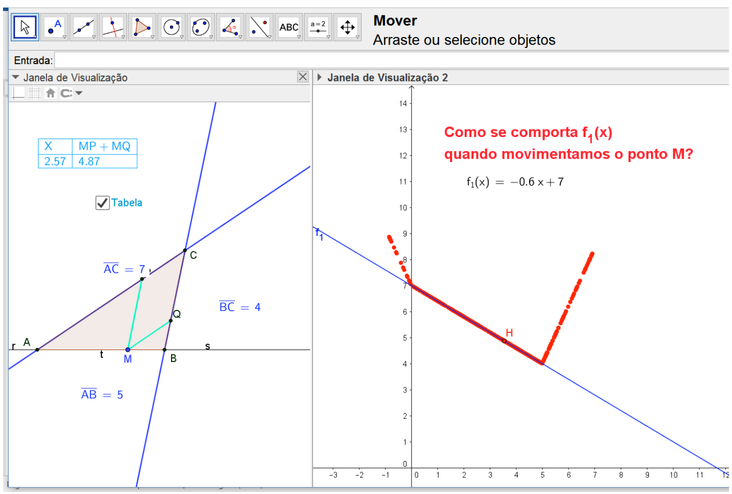

Figura 3 – Janelas de visualização 1 e 2 do GeoGebra

B) Consideremos um triângulo ABC tal que AB = 5 e BC = CA = 6. Definimos o mesmo que em A) um ponto M variável sobre (AB), de abscissa x, os pontos P e Q e o comprimento L= MP + MQ. Conforme a figura 4.

1) Abra o arquivo Atividade1b.ggb

2) Na Janela de Visualização, movimento o ponto M sobre]AB[. Verificar geometricamente que L é constante onde M varia sobre [AB].

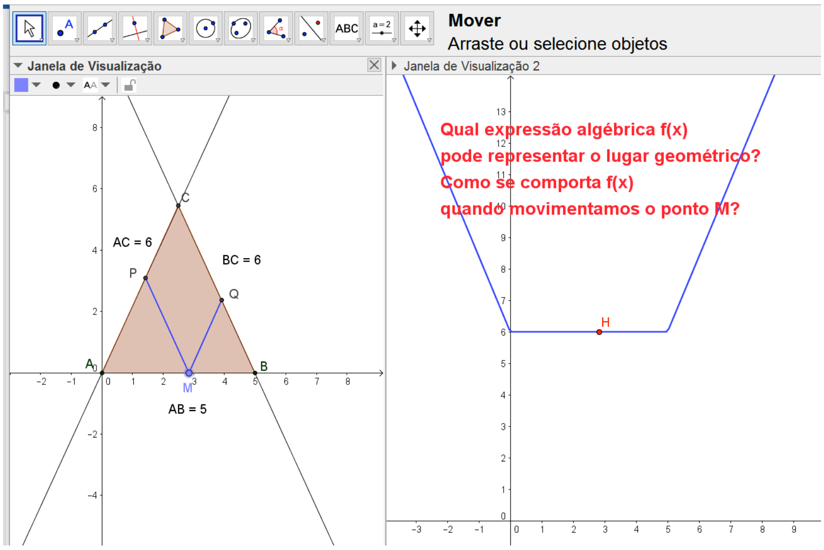

Figura 4 – Janelas de visualização 1 e 2 no GeoGebra

3) Comparar os valores L e L' correspondentes à 2 pontos M e M' simétricos em relação ao ponto médio do segmento de [AB].

4) Determinar pelas considerações geométricas as variações de L onde M percorre (AB), quando x pertence a **R** (conjunto dos números reais)

5) Encontre uma expressão algébrica para expressar L em função de x. Depois esboce o gráfico desta função, tal que, a todo real x, seja associado um valor de L correspondente. Verifique o seu esboço exibindo a Janela de Visualização 2.

6. Estudo e análise de alguns itens das atividades propostas.

ISSN 2178-034X

No item A2) pretende-se que, ao investigar variações de L, o aluno seja capaz de: localizar 2 pontos M e M’ exterior a]AB[, e comparar os comprimentos MP e M’P’, MQ e M’Q’ correspondentes.

Nos itens, A3) e A4) espera-se que o aluno possa utilizar o Teorema de Tales para calcular MP (respectivamente MQ) em função de AM (respectivamente BM) e dos lados do triângulo ABC.

Em A5) pretende-se que o aluno utilize a representação gráfica da situação, para determinar os valores de x e movimente o ponto M, da forma que for conveniente e determine então as soluções para o cálculo utilizando a expressão de L calculado em A4).

Espera–se que em B2), em sua investigação, o aluno seja conduzido a responder: Qual é a natureza do triângulo ABC? Do triângulo MQB? Do quadrilátero PCQM? Deduzindo que L = BC.

Em B3), espera-se que o aluno verifique que o triângulo ABC possui um eixo simétrico utilizado neste item.

7. Considerações Finais

As construções das atividades no Geogebra permitiram, de acordo com as diretrizes da transposição didática, apresentadas por Alves Filho (2000), modernizar o saber escolar, pois novas situações que surgiram com o desenvolvimento das propostas possibilitaram, devido aos recursos do software, obter, por exemplo, o lugar geométrico e sua expressão algébrica.

Outras diretrizes também podem ser verificadas com a articulação do saber “velho” com o saber “novo” e a possibilidade de uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos nas situações propostas.

Comparando as atividades A e B, podemos notar que a representação gráfica da função definida pela situação geométrica em A possui três variações distintas, assim como em B. Também a função gerada a partir da situação geométrica com o triângulo isósceles, temos, em um intervalo, uma função constante. Podemos instigar o aluno para que investigue, a partir da interação com o software, a representação algébrica das funções que representam os lugares geométricos obtidos, um recurso não disponível no Imagiciel.

Referências

ALVES FILHO J. P. **Regras Da Transposição Didática Aplicadas Ao Laboratório Didático.** Caderno Catarinense de Ensino de Física, v. 17, n. 2, ago. 2000.

CHEVALLARD, Y. **La Transpostion Didactique - du savoir savant au savoir enseigné**. La Pensee Sauvage Éditions, Grenoble. 1991.

CHEVALLARD, Y.; JOHSUA, M-A. Un exemple d'analyse de la transposition didactique – La notion de distance. **Recherches en Didactique des mathematiques**, v. 3, n .2, p. 157-239,1982.

CREEM- Centre de Recherche et d'Expérimentation pour l'Enseignement des Mathemátiques. **Activités Mathemátiques avec Imagiciels. Fonctions Numériques**. France: Ministère de L'Education nationale et de la Culture, 1992

DUVAL, R. **Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: MACHADO, S Dias Alcântara (Org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. Campinas/SP: Papirus, 2003. p.11-33.

FIORENTINI, D.; CRISTOVÃO, E.(Org). **Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática. Campinas**, São Paulo: Alínea Editora, 2006.

FROTA, M. C. R; GAZIRE, E. S. Incorporação da Investigação matemática na sala de aula. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCACÓN MATEMÁTICA, 6., 2009, Puerto Montt. **Anais**... Puerto Montt, Chile: CIAEM, 2009. P. 1305-1310.

PONTE, J. P. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, n. 2, p. 93-169, 2003.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

ISSN 2178-034X