

## INTRODUÇÃO ÀS FUNÇÕES EXPONENCIAIS: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA NA SALA DE AULA

*Alex Ribeiro Batista*  
FCT, UNESP, Univ. Estadual Paulista  
Alexrb10@gmail.com

*Luiz Fernando Carvalho*  
FCT, UNESP, Univ. Estadual Paulista  
luizfernandopcp@hotmail.com

### **Resumo:**

Este trabalho apresenta uma experiência que desenvolvemos na 1ª série do Ensino Médio de uma Escola Estadual de Presidente Prudente. Buscamos contribuir para a superação do tradicionalismo existente no ensino de Matemática, desenvolvendo uma atividade através da Investigação Matemática. Nosso intuito foi introduzir o conteúdo de funções exponenciais de forma investigativa e a partir disso observarmos a eficácia de um trabalho diferenciado em sala de aula. Baseando-nos em um aporte teórico, desenvolvemos a aula, que teve o processo de bipartição da bactéria *Escherichia coli* como situação introdutória, nos atentando para cada um dos momentos de uma atividade investigativa: reconhecimento da situação, formulação de conjecturas, testes e refinamento das conjecturas e a demonstração e avaliação do trabalho realizado. Contribuímos para a superação do formalismo no ensino de matemática, pois deixamos a posição do professor como transmissor de conteúdo e colocamos os estudantes como sujeitos de suas próprias aprendizagens.

**Palavras-Chave:** Investigação Matemática; Funções Exponenciais; Ensino de Matemática.

### **1. Introdução**

A discussão sobre o ensino tradicional, no qual o papel do professor é identificado como “mero transmissor” de conteúdos, resulta das transformações ocorridas na sociedade, sobretudo quando são pautados os novos desafios encontrados no âmbito educacional. Embora os trabalhos desenvolvidos em salas de aula nos dias atuais tenham, em geral, a mesma perspectiva há décadas, presentemente os estudantes não possuem a mesma forma de pensar e agir, muito menos os mesmos costumes dos estudantes do passado. Diante dessa incoerência, surge a necessidade de repensarmos o papel do professor e de sua abordagem pedagógica, do mesmo modo que devemos rever a perspectiva de transmissão de informações para a perspectiva de criação de ambientes de aprendizagem nos quais o estudante possa apropriar-se de conhecimentos sob o desenvolvimento de tendências metodológicas.

Especificamente com relação à Matemática observamos uma grande dificuldade de superar o modelo de ensino tradicional, pois isso exige a mudança de crenças e concepções, entre eles, o que classifica esta disciplina como muito abstrata e, portanto, de difícil aprendizado. Nesse sentido, devemos desenvolver propostas metodológicas de caráter inovador para despertar o interesse dos alunos e alcançar os objetivos da aprendizagem.

Na tentativa de modificar esse cenário, alguns pesquisadores da área de Educação, como Valente (2002), Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), Fazenda (1994), Barbosa (2001) e Polya (1978), apontam outras tendências metodológicas, dentre as quais se destacam: interdisciplinaridade, investigação matemática, modelagem matemática, resolução de problemas e informática no ensino de Matemática.

Apesar da importância de um trabalho inovador, os cursos de licenciatura em Matemática geralmente não têm dado o devido valor a estas tendências, pois na maioria das vezes priorizam as disciplinas específicas desenvolvidas, de modo geral, de forma tradicional, tendo com isso uma forte tendência à formação do bacharel em detrimento da formação do professor de Matemática propriamente dita. Nesse sentido, Gatti e Nunes (2009) em uma análise sobre a licenciatura em matemática no Brasil, constataram que na composição das grades curriculares destes cursos há uma maior concentração de disciplinas em duas categorias: conhecimentos específicos de área (32,1% das disciplinas) e conhecimentos específicos para a docência (30% das disciplinas). Porém apesar destes conhecimentos estarem praticamente na mesma proporção, verificou-se que o número dedicado de horas para cada uma destas categorias é muito maior nos conhecimentos específicos de área. Diante disso, é notória a ausência de integração entre a formação na área específica e a formação para a docência, além de uma ordem “hierárquica” entre as atividades de pesquisa, que possuem reconhecimento acadêmico e a formação de professores, que supõem perda de prestígio acadêmico.

A supervalorização das disciplinas específicas nos cursos de licenciatura em Matemática está em consonância com o que Shön (1986) denomina por modelo da racionalidade técnica, no qual os professores são vistos como técnicos, ou seja, especialistas responsáveis por aplicar com rigor a teoria produzida pela pesquisa à sua prática no “chão da escola”.

Concordamos com Ibernón (2002) no fato de que professores formados nesse modelo de magistério, em sua maioria, atuarão como transmissores de conhecimento, reproduzindo junto aos estudantes o mesmo modelo de ensino ao qual passaram durante a sua formação inicial, assim, fazendo com que esses se tornem receptores passivos do conhecimento, não possibilitando o desenvolvimento do senso crítico e reflexivo. Em contrapartida, Freire (1996) defende que ensinar não é transferir conhecimento, mas sim criar possibilidades para a sua produção ou sua construção.

Motivados por estas questões norteadoras e com intuito de criar alternativas para o ensino de Matemática, buscamos colaborar, modestamente, para a superação do tradicionalismo no ensino desta disciplina, desenvolvendo uma atividade utilizando a tendência pedagógica denominada por Investigação Matemática.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) investigar é procurar conhecer o que não se sabe. Na língua portuguesa o termo “pesquisar” é muito semelhante, senão equivalente, ao termo investigar. No cotidiano há vários tipos de investigação: científica, jornalística, criminal e até mesmo uma simples pesquisa na internet.

A investigação para os matemáticos nada mais é que “descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades” (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2009, p.13). Em outras palavras, podemos dizer que a investigação matemática é algo muito abrangente, que carrega em seu corpo não só exercícios ou problemas a resolver, mas que também tem um caráter de exploração e de descoberta.

A relevância de utilizarmos a investigação matemática em uma atividade encontra respaldo no fato de que é muito mais atrativo para o estudante se tornar sujeito de sua aprendizagem, do que meramente ser um receptor de conteúdos.

A aula nessa perspectiva possibilita maior interação entre alunos, desenvolvendo, assim, habilidades essenciais para o convívio em sociedade. Atualmente, há um consenso geral entre os educadores de que aprender Matemática envolve, de uma maneira fundamental, fazer Matemática. E fazer Matemática é, primeiro que tudo, fazer investigações matemáticas (POINCARÉ, 1908).

Nestes termos, levando em consideração a relevância de se trabalhar de uma maneira diferenciada em sala de aula, propusemos uma atividade cujo objetivo foi introduzir o conteúdo de funções exponenciais através da investigação matemática. Desenvolvemos tal atividade em novembro de 2015 em um primeiro ano do ensino médio de uma escola estadual de Presidente Prudente.

Debruçando-nos sobre a sequência didática da Proposta Curricular do Estado de São Paulo, e levando em consideração o desempenho pouco satisfatório dos estudantes, relatado pela professora, no estudo das funções anteriores a função exponencial, buscamos introduzir este conteúdo de maneira não tradicional, embasada pela investigação matemática, a fim de obtermos um resultado satisfatório da aprendizagem dos estudantes neste conteúdo. Além disso, nosso intuito foi observar a eficácia de um trabalho diferenciado em sala de aula, ressaltando a influência dessa prática no aprendizado dos alunos.

As motivações para esta atividade iniciaram-se a partir das nossas reflexões feitas durante as observações das aulas na escola enquanto estagiários da disciplina de Estágio Curricular Supervisionado II, nas discussões com o professor responsável pela turma e na teoria estudada em outras disciplinas pedagógicas da universidade.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 2001), uma atividade de investigação é uma alternativa que o professor pode utilizar para diferenciar seu trabalho em sala de aula e proporcionar aos alunos:

[...] confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais (BRASIL, 2001, p.40).

A importância da investigação, especificamente no conteúdo de funções exponenciais, reside no fato de que constatando a eficácia dela no processo de ensino aprendizagem, talvez possamos apontar melhores maneiras de abordarmos esse conteúdo em outras oportunidades.

Neste trabalho exporemos primeiramente o desenvolvimento da investigação, com intuito de descrever cada um dos momentos da atividade: realização da investigação, exploração, formulação e teste de conjecturas, discussão dos resultados e avaliação do trabalho realizado. Por fim, faremos alguns apontamentos finais sobre a atividade investigativa, de modo a mostrar ao leitor alguns resultados e reflexões sobre esta prática.

## 2. O desenvolvimento da atividade

Iniciamos o trabalho por meio de um aprofundamento teórico sobre o assunto de investigação matemática, a fim de melhor compreendermos a teoria e realizarmos um trabalho satisfatório em sala de aula. Nestes estudos, recorreremos ao livro *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*, dos autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) e utilizamos o artigo: *As Atividades de Investigação, o Professor e a Aula de Matemática*, dos autores Fonseca, Ponte e Brunheira (1999). Neste aprofundamento extraímos informações teóricas sobre atividades de investigação Matemática, desde o que é investigar, até as etapas de uma aula deste cunho.

Através do aprofundamento teórico constatamos que a realização de uma atividade investigativa em matemática envolve três fases: Introdução da tarefa (em que o professor propõe a atividade à turma), realização da investigação e discussão dos resultados. Além disso, divide-se em quatro momentos principais: o primeiro momento envolve o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último, diz respeito à argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado.

O primeiro momento é uma etapa que demanda maior tempo. Pode parecer que nada está acontecendo e que os alunos estão com dificuldades para desenvolver a atividade. Entretanto, esta etapa é essencial para que depois os alunos comecem a formular questões e conjecturas. Normalmente, os alunos começam a gerar dados, e só depois formulam questões. As conjecturas surgem logo após a manipulação dos dados e este processo leva a necessidade de fazer testes, o que pode exigir que sejam gerados mais dados. (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2009).

No que se refere aos segundo e o terceiro momentos, as conjecturas podem surgir por manipulação, analogia com outras conjecturas ou por observação direta dos dados. Este processo tende a ficar no plano do pensamento do aluno, isso é, não existindo uma formulação explícita da conjectura. Já o teste é uma parte do trabalho de investigação que é assimilado com facilidade pelos estudantes e que, por vezes, ocorre junto com a formulação das conjecturas. (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2009).

O quarto momento é essencial para que o trabalho investigativo não se torne empobrecido, nele são justificadas as conjecturas formuladas. A ideia é que o estudante

compreenda o caráter provisório de validade das conjecturas, isto é, que somente o teste não leva à conclusão dos resultados. (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2009).

Após a compreensão das fases e os momentos principais de uma investigação matemática, possibilitada pelo estudo teórico realizado, iniciamos a etapa do trabalho que se passou na escola. É o que descreveremos nos próximos tópicos do presente trabalho.

## 2.1. Introdução da tarefa

A atividade que propusemos envolveu a bactéria *Escherichia coli* (*E. Coli*). Neste momento apresentamos aos estudantes uma ilustração desta bactéria que tem por característica a bipartição, isto é, cada bactéria se divide em duas dando origem a primeira geração, e cada bactéria da primeira geração sofre bipartição, dando origem à segunda geração, e assim por diante. Utilizamos um roteiro de questões a serem investigados pelos estudantes. A escolha do roteiro se deu através de pesquisas em livros didáticos. Neste momento propusemos que a turma se dividisse em grupos, a fim de facilitar o desenvolvimento da atividade investigativa.

A situação de trabalho em grupo potencia o surgimento de várias alternativas para a exploração da tarefa, o que numa fase inicial pode ser muito complicado em termos da autogestão do grupo. Muitas vezes, um ou dois alunos tomam a liderança e levam o grupo a centrar-se em certas ideias, facilitando, assim, o trabalho conjunto. (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2009, p.30)

Após isso, discutimos alguns pontos de uma atividade de investigação, para que houvesse a compreensão destes estudantes de que deveriam buscar as respostas de uma forma investigativa, superando a maneira costumeira, de conteúdo exposto no quadro negro e permeado por respostas prontas e acabadas com pouca reflexão sobre elas.

Essa fase, embora curta, é absolutamente crítica, dela dependendo todo o resto. O professor tem de garantir que todos os alunos entendem o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade. O cuidado posto nesses momentos iniciais tem especial relevância quando os alunos têm pouca ou nenhuma experiência com as investigações. (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2009, p.26)

Em seguida distribuimos a folha contendo a atividade. Esta apresentou uma figura da *E. Coli* em processo de bipartição seguida de um pequeno texto explicativo sobre a reprodução da bactéria. Além disso, havia um esquema que apresentava a relação do número de bactérias e a geração em que elas se encontravam, por exemplo, na geração inicial havia uma bactéria após a primeira bipartição havia duas bactérias e assim por diante.

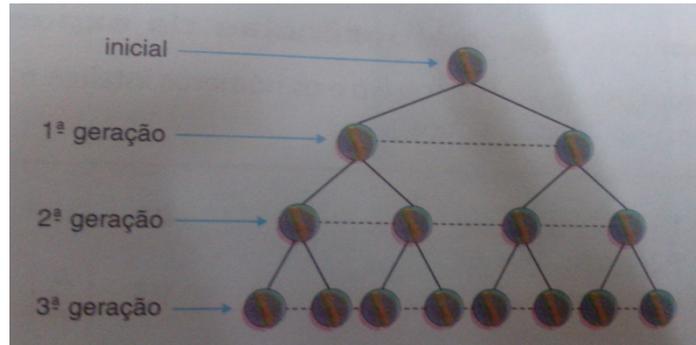


Figura 1-Esquema do processo de bipartição da bactéria

Na continuação da folha de atividade havia sete questões:

1. Qual será o número de bactérias na 4ª geração? E na 5ª geração?
2. Construa uma tabela que represente o número de bactérias em função das gerações.
3. Qual será o número de bactérias na 10ª geração?
4. Admitindo que essas bactérias se bipartissem a cada 20 minutos, após uma hora teríamos quantas bactérias? E após um dia?
5. Qual o número de gerações haverá após um dia?
6. O crescimento da bactéria em questão representa uma função? Justifique.
7. Observando o padrão de crescimento como podemos representar o número de bactérias de uma geração qualquer de bactérias?

Pensamos tais questões de maneira que apresentassem dificuldade gradativa e que possibilitassem autonomia dos estudantes para resolvê-las. Diante dos exercícios os alunos investigariam até chegarem à generalização da função que corresponde ao crescimento da bactéria, neste sentido diversos caminhos poderiam ser tomados a fim da realização da atividade, desde a contagem de elementos até progressões geométricas ou outras ferramentas matemáticas. Em consonância com isso, Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) salientam que numa atividade investigativa o modo de início da investigação é conhecido, porém não se

sabe como ela irá acabar. Isso ocorre dada a variedade de caminhos que os estudantes podem seguir, o modo com que o grupo reage às intervenções do professor e as discussões entre os participantes.

## 2.2. Realização da Investigação

Com a atividade em mãos cada um dos grupos iniciou uma discussão em tentativa de solucionar os exercícios propostos. A ideia era realizar o primeiro momento da Investigação matemática: explorar.

### 2.2.1. Explorando ou procurando.

No início desta etapa os estudantes recorriam a nós em busca de respostas, apresentando um bloqueio para investigar. Apesar disso, baseando-nos nas teorias estudadas, não revelamos as respostas, reforçando a todo o momento que os alunos deveriam ler, explorar e tentar resolver juntamente com o grupo. Passado certo tempo os estudantes, com o nosso direcionamento, começaram a familiarizar-se com a situação proposta e com o sentido investigativo da tarefa. Sendo assim, leram as questões para que assim iniciassem o momento de formular conjecturas.

### 2.2.2. Formulando e testando conjecturas

Neste momento os alunos apropriaram-se das questões propostas e iniciaram o processo de formulação e teste de conjecturas. Detalharemos o caminho percorrido pelos grupos em cada uma das questões, ressaltando as varias maneiras utilizadas nas resoluções.

No que se refere às questões um e dois todos os grupos as resolveram através da contagem, o que era plausível para o início da atividade, pois ao analisar as questões observaram que o número de gerações proposto era baixo, o que levou a conjecturar que a contagem era a melhor alternativa para a solução. Contudo na questão três os grupos também tentaram contar o número de bactérias que haveria na décima geração, mas perceberam que a contagem era inviável para a situação, já que se tratava de 1024 bactérias.

Ainda na questão três, vale destacar que um dos grupos utilizou a estratégia de resolução por meio de uma progressão geométrica. Os demais grupos simplesmente realizaram multiplicações sucessivas até chegarem ao resultado.

No que se refere à questão quatro os grupos deveriam ter a percepção de que em uma hora há sessenta minutos, para que assim pudessem calcular quantas bactérias haveriam após esse tempo, contando que a cada vinte minutos houvesse uma bipartição. Apesar dos grupos constatarem que se passariam três gerações de bactérias, num primeiro momento, eles não tiveram a percepção de que o que se pretendia na questão era encontrar o número total de bactérias, e que para isso era preciso levar em consideração as bactérias que já existiam em gerações anteriores e que por fim precisavam somar o número de bactérias de todas as gerações para chegar a resposta correta.

A questão número cinco não apresentou grandes dificuldades para os grupos, uma vez que todos eles perceberam que uma simples multiplicação solucionava a questão.

Quanto à questão seis, os grupos responderam corretamente, indagando que o crescimento das bactérias correspondia a uma função, tal resposta foi resultado de uma busca feita pelos alunos das aulas de matemática nas quais estudaram o conteúdo de funções. Não houve uma justificativa matemática para as respostas.

Com o apoio da tabela construída por eles na questão dois um grupo conseguiu generalizar o número de bactérias em função da geração. Este grupo ao observar a tabela fez uma correspondência entre a geração e o número de bactérias, atingindo assim, parte do objetivo da questão. Este grupo também testou a função encontrada utilizando de alguns valores já conhecidos.

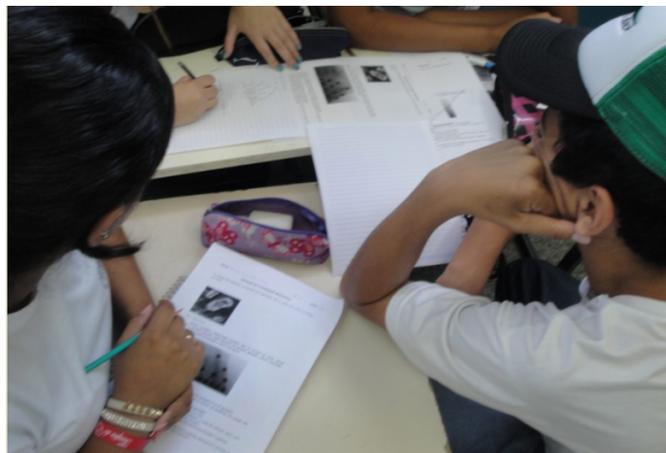


Figura 2- Grupo trabalhando durante atividade investigativa.

Durante a formulação de conjecturas apresentávamos caminhos para a validação dessas. Em alguns casos, conforme as dificuldades apresentadas pelos grupos, era necessário propor um caminho para a continuidade da investigação.

O professor precisa estar atento a todo esse processo de formulação e teste de conjecturas, para garantir que os alunos vão evoluindo na realização de investigações. Desse modo, cabe-lhe colocar questões aos alunos que estimulem a olhar em outras direções e os façam refletir sobre aquilo que estão a fazer. (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2009, p.36)

A partir das conjecturas formuladas pelos estudantes iniciamos uma discussão para os testes e posteriormente a validação dessas hipóteses.

### 2.3. Discussão dos Resultados e avaliação do trabalho realizado

Nesta etapa desempenhamos o papel de moderador, uma vez que garantimos a comunicação dos resultados e os momentos mais relevantes da investigação realizada. Com o intuito de estimular os estudantes a se questionarem, primeiramente perguntamos para os grupos como resolveram cada questão proposta. O intuito era que houvesse um compartilhamento de ideias levantadas. Diante disso, validamos as conjecturas expostas pelos grupos, mostrando os diversos caminhos possíveis para a resolução das questões. Este momento foi de grande valia para a validação dos resultados obtidos, pois houve discussões entre os grupos a fim de se chegar a um consenso.

Desta forma finalizamos a atividade investigativa em questão.

### 3. Algumas considerações

Tínhamos como objetivo desta atividade de investigação a criação de alternativas para o ensino de Matemática, buscando colaborar para a superação do tradicionalismo no ensino desta disciplina.

Utilizando-nos do aporte teórico, apropriado através de leituras, criamos alternativas para o ensino de matemática, por meio de uma aula investigativa. Acreditamos que contribuímos para a superação do formalismo no ensino de matemática, uma vez que deixamos a posição do professor como transmissor de conteúdo e colocamos os estudantes como protagonistas de suas próprias aprendizagens.

No que se refere ao andamento da atividade, percebemos que no início os alunos não entenderam que se tratava de uma aula investigativa, pois muitos deles queriam as respostas antes mesmo de uma leitura aprofundada do problema proposto. Porém, contornamos essa situação baseando-se nas teorias estudadas, motivando assim os alunos a investigar.

Na etapa de conjecturar hipóteses os alunos demonstraram receio de errar as respostas dos exercícios, gerando inicialmente certa instabilidade na etapa da exploração. Ao questionarmos os estudantes sobre este medo, os mesmos justificaram que precisavam de nota, por isso queriam a garantia de que os exercícios estavam corretos. Diante dessa situação, explicamos para os estudantes que o erro faz parte de uma investigação, que isso não diminuiria suas notas e que posteriormente haveria uma reformulação e validação das hipóteses formuladas.

Atividades como esta tem grande relevância no ensino de matemática, uma vez que proporciona um maior aprofundamento em perspectivas de ensino inovadoras. Através deste tipo de atividade os professores são convidados a uma reflexão com relação a maneiras de lecionar diversos conteúdos, expandindo suas possibilidades de atuação.

Destacamos também a importância de uma atividade investigativa na perspectiva do estudante, pois ao investigar o mesmo é posto a pensar, a raciocinar matematicamente e a ter autonomia em situações em geral. Tudo isso, leva o estudante a “fazer matemática” e a desenvolver um sentimento positivo pela mesma, superando a visão estereotipada de que esta ciência é pronta e acabada e de difícil aprendizado.

Por fim, podemos dizer que a atividade desenvolvida possibilita que professores repensem o modelo tradicional, substituindo-o por propostas de caráter inovador, e desta forma construindo um novo sentido para o processo de ensino e aprendizagem, de modo que mesmo com todos os percalços da escola, possam tornar as aulas de Matemática mais prazerosas e relevantes para os alunos.

#### 4. Referências

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática e os professores: a questão da formação.** Bolema, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.** Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental- 3 ed. – Brasília: MEC/SEF. 2001

PONTE, J.P. BROCARD, J. OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** 2.ed.-Belo Horizonte : Autêntica Editora, 2009.

FAZENDA, Ivani. **Interdisciplinaridade: História, Teoria e Pesquisa.** 3. ed. Campinas SP: Papyrus, 1994.

FONSECA, H., BRUNHEIRA, L., PONTE, J. P. **As actividades de investigação, o professor e a aula de matemática.** Actas do ProfMat 99. Lisboa: APM, p. 91-101, 1999.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GATTI, B.A.;NUNES, M.M.R.(orgs.) **Formação de professores para o ensino fundamental: estudo de currículos das licenciaturas em Pedagogia, Língua Portuguesa, Matemática e Ciências Biológicas.** Coleção de Textos FCC vol.29. São Paulo: Fundação Carlos Chagas, 2009.

IMBERNÓN, F. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza.**3. ed. São Paulo: Cortez, 2002.

POINCARÉ, H. **A invenção matemática.** Bulletin de l'Institut Général de Psychologie , 1908.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SCHÖN, Donald. **The reflective practitioner: How professionals think in action.** New York. Basic Books, 1983.

VALENTE, J. A. **A espiral da aprendizagem e as Tecnologias da Informação e Comunicação: repensando conceitos.** In: JOLY, M. C. R. A. A Tecnologia no ensino: implicações para aprendizagem. São Paulo: Casa do Psicólogo, p. 15-37, 2002.