# CONTEXTUALIZANDO O ESTUDO DA FRAÇÃO PARA ALUNOS DO FUNDAMENTAL

*Washington Benício Gonçalves Vieira*
*IFPB, campus Cajazeiras*
*washingtonsousaec@hotmail.com*

*Leonardo Ferreira Soares*
*IFPB, campus Cajazeiras*
*thekingoffighters95969798@gmail.com*

*Baldoino Sonildo da Nóbrega*
*IFPB, campus Cajazeiras*
*Baldoino.nobrega@ifpb.edu.br*

**Resumo:**
Este projeto aborda metodologias de aplicações para o estudo das frações de forma contextualizada, procurando sempre entender os motivos dos procedimentos de resoluções já conhecidos nos livros didáticos e trazer exemplos de resoluções passo a passo para a sala de aula. O objetivo é trazer uma abordagem do estudo das frações para alunos do fundamental II, com resoluções de problemas práticos junto de suas provas e porquês detalhados. Espera-se ampliar os métodos e aplicações com frações, obtendo assim resultados positivos na compreensão dos alunos, incentivando-os a aplicar frações em situações diversas.
**Palavras-chave:** Frações; Aplicações; Metodologia.

## 1. Introdução

O objetivo principal deste trabalho é sugerir uma metodologia de ensino que consiste na explicação dos motivos dos procedimentos já usados nas escolas para trabalhar com frações, como por exemplo, entender as razões pelas quais, para dividir duas frações, devemos multiplicar a primeira pelo inverso da segunda.

A nosso ver, enquanto aluno e professor, as dificuldades de compreender problemas envolvendo frações, como trabalhar com equações fracionárias, estão associadas ao método de ensino usado. Uma vez que entendemos melhor a matemática por meio de provas e justificativas, a ausência destes torna o assunto mecânico, e tira do aluno a oportunidade de compreender de modo mais dinâmico e atrativo. Por exemplo, numa equação envolvendo frações, podemos igualar todos os denominadores dos membros dos dois lados da equação e depois eliminar os denominadores, trabalhando apenas com os numeradores, mas por que fazemos isso? Na verdade, estamos multiplicando todos os membros pelo mesmo número do denominador, fazendo assim cancelar o numerador, vejamos um exemplo: $\frac{x}{4}+\frac{5}{2}+\frac{8}{5}=4$. Nessa equação, iremos achar o mínimo múltiplo comum (MMC) dos denominadores (4, 2, 5 e 1), como sabemos que o MMC de ambos é 20, escrevemos cada fração com denominador 20, daí eliminamos o 20 debaixo e operamos apenas em cima, mas por que podemos fazer isso? Como foi dito em cima, multiplicamos os dois lados por 20, fazendo assim cancelar o denominador, pois $20.(\frac{5x+50+32}{20}) = 20.\frac{80}{20}$ é o mesmo que $5x + 50 + 32 = 80$, mas surge-se outra pergunta, porque podemos multiplicar os dois lados por 20? Simples, pense numa equação como uma balança de pratos, colocando-se um kg de arroz em um lado e um kg de arroz no outro, essa balança ficará equilibrada, consequentemente, tirando parte do arroz de um lado, e tirando a mesma quantidade de arroz do outro, continuará em equilíbrio. O importante é sempre manter a igualdade, pois se a balança estiver equilibrada e soubermos a medida de um lado, o outro lado já não estará desconhecido, assim acharemos o valor desconhecido na questão. E, assim, teremos que este valor será igual ao outro lado, considerando que a balança ainda está equilibrada.

Figura 1: Balança de pratos

Fonte: *Google* imagens

Bem, e se for dada uma expressão numérica com frações, poderíamos eliminar os denominadores depois de igualá-los? Não! Muitos alunos confundem, mas numa expressão só queremos saber qual número resultou da mesma, pois não há uma igualdade para manipularmos um lado conforme o outro. Conclui-se que as razões que justificam os procedimentos adotados são de grande importância na aprendizagem do aluno, fazendo-o entender de forma racional as resoluções, sendo sua ausência um dos motivos da dificuldade encontrada na aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Sugere-se também conduzir os alunos a desenvolver métodos práticos para soluções de problemas fracionários, fazendo-os descobrir, além dos procedimentos já conhecidos nos livros didáticos, novos caminhos de resoluções de problemas com frações, uma vez que fica lembrado para sempre tudo aquilo que descobrimos por conta própria, descobrir novas resoluções e justificativas aumentaria o entusiasmo pelo estudo dos números fracionários e conduziria a fazer o mesmo com outros assuntos da matemática. Vejamos o que diz *Tahan*:

> Conduza, pois, com arte, seus alunos de sorte que lhes crie e reserve a oportunidade de descobrirem, por si próprios, algo de novo. Pode haver maior alegria para a inteligência do que a de um descobrimento? Pitágoras sacrificou uma hecatombe às musas por lhe haverem concedido o privilégio do descobrimento do teorema que traz ainda hoje seu nome? Arquimedes exclamou de jubilo. Eureka! (Achei!) quando em meio do banho, descobriu o famoso princípio hidrostático, a que seu nome ficou também para sempre ligado. E Davy se pôs a dançar de pura alegria em seu laboratório, quando descobriu potássio. Por que privar os alunos, na escola, da estupenda alegria do Eureka? [...]
> O melhor professor é o que, mais cedo, consegue... tornar-se dispensável.
> (TAHAN, Malba apud LONGEN, Adilson, 2002, p. 6)

Portanto, a privação do *eureka* desativaria o *botão* de criatividade do aluno, limitando o mesmo no entendimento do assunto.

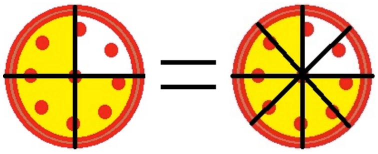
O desenvolvimento deste minicurso será feito por opiniões coletivas, tendo um prazo para os participantes do minicurso resolverem e apresentarem uma forma facilitada e de fácil entendimento bem como eles ensinariam o respectivo problema aos seus alunos do fundamental.

## 2. Conceitos e aplicações

A fração representa a divisão de um todo em partes iguais, onde se considera uma parte do mesmo, por exemplo, partindo uma pizza em oito partes iguais (esta será a ideia de fração abordada neste minicurso, lembrando sempre que existem outras ideias que podem ser representadas na forma fracionária, como a ideia de probabilidade, entre outras). Se comermos duas dessas fatias, então podemos representar a parte que comemos (chamada de *numerador*) em relação ao todo (chamado de *denominador*) nas seguintes formas de fração: $\frac{2}{8}$, 2/8 ou 2:8. A simplificação de fração consiste em dividir numerador e denominador pelo mesmo número. No caso, duas partes de uma pizza dividida igualmente em 8 pedaços ( $\frac{2}{8}$ ) equivale a uma parte desta mesma pizza dividida em 4 pedaços, sendo este pedaço duas vezes maior que as partes consideradas anteriormente. Sendo assim, o todo também foi dividido em quatro partes, com cada parte também duas vezes maior que cada parte anteriormente dividida.

Analogamente, a parte restante da pizza é representada por $\frac{6}{8}$ ou $\frac{3}{4}$:

Figura 2: Representação da divisão de uma pizza



Fonte: mobilel.com.br/brincando-com-as-fracoes/

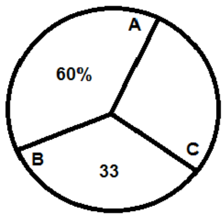
O objetivo é desenvolver soluções de problemas de fração de maneira objetiva, acreditamos que, uma vez compreendido o conceito, fica mais fácil trabalhar com frações de forma prática. Podemos aplicar frações em problemas de receitas culinárias, gráficos estatísticos e até mesmo problemas avançados de vestibulares, sugerindo sempre ao aluno que resolva tais problemas usando os conceitos e explicando os porquês. A seguir, iremos solucionar problemas típicos do assunto, explicando os motivos de suas resoluções.

- A receita de um certo salgado para 4 pessoas exige ½ xícara de leite, ¼ de farinha de trigo e 4 colheres de margarina. Quais as medidas desta mesma receita para 3 pessoas?

Resolução detalhada: Nesse caso é muito simples entender, para uma quantidade que serve para quatro pessoas, descobrimos primeiro qual quantidade deve ser para *uma* pessoa. Para isso, dividimos por quatro, e em seguida multiplicamos pelo número de pessoas que queremos, no caso, três. Dividir por quatro e em seguida multiplicar por três equivale a multiplicar diretamente por ¾. Portanto, basta multiplicar cada quantidade por 3/4, sendo assim, $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ xícara de leite, $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$ de farinha de trigo e $4.\frac{3}{4} = 3$ colheres de margarina.

- O gráfico a seguir mostra o número de pessoas de um bairro que assiste ao programa A, B e C, sabendo que foram entrevistados 150 pessoas deste bairro, quantas pessoas assistem ao programa C?

Figura 3: Gráfico de pizza




Fonte: Elaborado pelo autor


ISSN 2178-034X

Resolução detalhada: Primeiro devemos achar que número corresponde a 60% de 150. 60% significa que para cada 100 pessoas (neste caso), 60 são consideradas, ou seja, $\frac{60}{100}$ ou, simplificando, $\frac{3}{5}$ de 150. Para acharmos a fração de um número, basta multiplicar o total pelo denominador para saber em quantas partes dividimos o mesmo, e depois achar a quantidade de partes considerada multiplicando pelo numerador; $\frac{3}{5}$ de 150 → 150 : 5 . 3 = 90. Dividimos o total em 5 partes, cada uma com trinta unidades, depois consideramos três destas, ou seja, 90 unidades. Portanto, $\frac{3}{5}$ de 150 pessoas corresponde a 90 pessoas. Agora somamos a 33 e chegamos à conclusão que C = 150 – (90 + 33), portanto, C = 27 pessoas.

- Qual o valor da expressão ${}_{n=1}^{100}\frac{1}{n\ \ (n+1)}$?

Resolução detalhada: Vemos no problema apresentado um somatório envolvendo frações, devemos somar do valor inicial *n* (1) até o limite 100. Substituindo os valores na expressão, ficaria inviável somar até 100, organizamos a expressão para descobrir certo padrão nela: $\frac{1}{1.(1+1)} + \frac{1}{2.(2+1)} + \frac{1}{3.(3+1)} +\ldots+ \frac{1}{100.(100+1)}$. A sacada desse problema é percebermos que $\frac{1}{a.(a+1)} = \frac{1}{a} - \frac{1}{(a+1)}$, note que estamos somando inversos de números resultantes do produto de um certo número pelo seu sucessor. Agora, veja o que acontece quando invertemos o produto de um número pelo seu sucessor: $\frac{1}{a.(a+1)}$ O produto de um número com seu sucessor sempre resulta em seu mínimo múltiplo comum. Sendo assim, inverter um produto de um número $a$ por $(a + 1)$ seria o mesmo que inverter o mínimo múltiplo comum destes dois números consecutivos, agora, veja o que acontece quando subtraímos o inverso de um número pelo inverso de seu sucessor: $\frac{1}{a} - \frac{1}{(a+1)}$ Para isso, precisamos encontrar o MMC dos denominadores multiplicando os mesmos. Ficaria assim: $\frac{1.(a+1)}{a.(a+1)} - \frac{1.a}{a.(a+1)}$ observe (no numerador) que a subtração de um número pelo seu antecessor sempre resulta em 1 (um). Portanto, podemos concluir que, $\frac{1}{a.(a+1)}$ equivale a $\frac{1}{a} - \frac{1}{(a+1)}$. Vamos observar isso em um exemplo prático. Para a = 2 temos: $\frac{1}{2.(2+1)} = \frac{1}{2.3} = \frac{1}{6}$ agora note a

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 4: Representação de fração com uma pizza

propriedade, $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, tirando o MMC de 2 e 3 → 2.3 = 6. Ficamos com a expressão assim: $\frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$. Voltando ao problema dado, temos que: $\frac{1}{1.(1+1)} + \frac{1}{2.(2+1)} + \frac{1}{3.(3+1)} + \ldots + \frac{1}{100.(100+1)} =$ $(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{2}{4}) + \ldots + (\frac{1}{100} - \frac{1}{101}) = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \ldots + \frac{1}{100} - \frac{1}{101}$ → As parcelas de números opostos serão canceladas, sobrando apenas $\frac{1}{1}$ e $-\frac{1}{101}$. Operando agora, temos $\frac{1}{1} - \frac{1}{101} = \frac{100}{101}$ (Resposta do problema!).

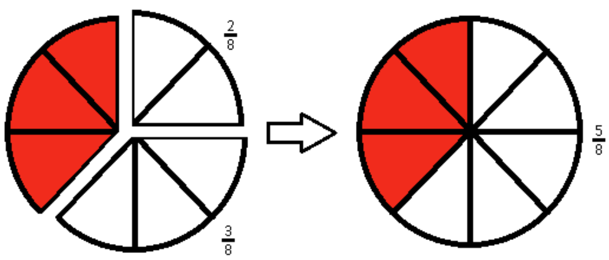
- (OCM) Determine qual é o maior dos dois números:

$$\frac{123456+10^{999}}{123457+10^{999}} \text{ e } \frac{123457+10^{999}}{123458+10^{999}}$$

Resolução detalhada: chamando 123457 + $10^{999}$ de $a$, temos $\frac{a-1}{a}$ e $\frac{a}{a+1}$, agora basta igualar os denominadores e comparar os numeradores como foi mostrado acima. Igualando os denominadores, teremos $\frac{(a-1).(a+1)}{a(a+1)}$ e $\frac{a.a}{a(a+1)}$. Note que $(a-1).(a+1) < a^2$ pois $a^2 - 1^2 < a^2$ portanto, a segunda fração é maior!

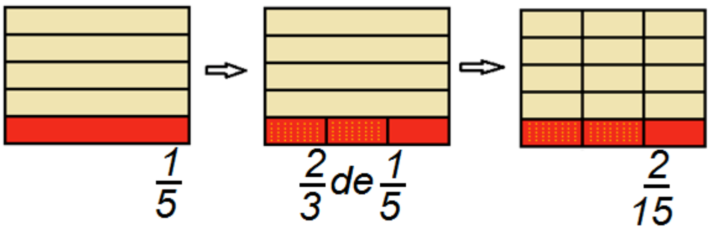
## 3. Detalhando os porquês dos métodos de resolução para operações básicas

Dividindo uma pizza em oito fatias iguais, tirando três dessas fatias, mais tarde, tirando mais duas fatias da mesma pizza, foi tirado da pizza a soma de $\frac{3}{8} + \frac{2}{8}$ fatias, ou seja, faltará $\frac{5}{8}$.




Consequentemente, o que sobrou da pizza foi o *todo* menos *o que está faltando*, ou seja, $\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$. Portanto, para adicionar ou subtrair frações de denominadores iguais, basta repetir o denominador e operar os numeradores. E para denominadores diferentes? Simples, por meio de frações equivalentes, igualamos seus denominadores e fazemos o que já sabemos. Para a expressão $\frac{4}{5} + \frac{8}{4} - \frac{9}{2}$, temos o número 20 como o menor múltiplo simultâneo de 5, 4 e 2, sendo múltiplo, ele é divisível pelos três denominadores. Para $\frac{4}{5}$, transformaremos o denominador 5 em 20, para isso, o numerador também deverá ser multiplicado pelo mesmo número que o denominador foi para que a nova fração seja equivalente à primeira, ou seja, por 4. Então, $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$ , pois $\frac{4.4}{5.4} = \frac{16}{20}$ . Fazendo este procedimento com as três frações, teremos $\frac{16}{20} + \frac{40}{20} - \frac{90}{20}$ , agora podemos operar os numeradores e conservar o denominador, ficando $\frac{16+40-90}{20} = \frac{56-90}{20} = \frac{-34}{20} = \frac{-17}{10}$.

Quando multiplicamos um inteiro por outro inteiro estamos somando parcelas iguais a um dos produtos, por exemplo, 4x3 = 3 + 3 + 3 + 3. Quando multiplicamos uma fração pela outra a ideia é a mesma, ao multiplicarmos 2 por $\frac{2}{3}$ estaremos fazendo adição de $\frac{2}{3}$ duas vezes. Portanto, para multiplicarmos uma fração pela outra, basta multiplicar numerador por numerador e denominador por denominador. Exemplo: $\frac{1}{5}$ x $\frac{2}{3} = \frac{2}{15}$




E a divisão de frações? Note que, na divisão de dois números, ao multiplicar ou dividir o dividendo e o divisor pelo mesmo número, o quociente não se altera. Por exemplo, 8 : 4 = (8a) : (4a) e ainda 8 : 4 = (8 : b) : (4 : b) para qualquer a e b $\in$ R com b $\neq$ 0 (pois não existe divisão por 0). Sendo assim, como determinar a divisão $\frac{1}{2} : \frac{2}{5}$ ? Aplicando o que vimos, multiplicaremos os dois números por $\frac{5}{2}$ (inverso da segunda fração) já sabendo que não alterará o resultado da divisão → $\frac{1}{2} : \frac{2}{5} = (\frac{1}{2} \times \frac{5}{2}) : (\frac{2}{5} \times \frac{5}{2})$, como um número multiplicado pelo seu inverso é sempre 1, temos que a divisão $\frac{1}{2} : \frac{2}{5} = (\frac{1}{2} \times \frac{5}{2}) : 1$, como sabemos que todo número dividido por 1 é ele mesmo, temos que a divisão $\frac{1}{2} : \frac{2}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2}$, portanto, para dividirmos uma fração por outra, basta multiplicar a primeira pelo inverso da segunda.

## 4. Conclusão

Não restam dúvidas que os *porquês* são indispensáveis na aprendizagem dos alunos tanto na matemática quanto em outras ciências, é através das justificativas que assimilamos ideias às possíveis resoluções de problemas, as justificativas também ajudam a lembrar de formas práticas e rápidas, fazendo com que o aluno ache soluções no mínimo de tempo possível, preparando-o assim para problemas de testes, provas de vestibulares, concursos, entre outras situações.

A condução à lógica dos desenvolvimentos dos métodos aplicados ajuda também a desenvolver novas soluções, além daquelas premeditadas, para problemas em sala de aula. Esses caminhos descobertos além de aumentar o fascínio pela disciplina, geram artigos e outros projetos científicos, ajudando na dinâmica do entendimento e no currículo do aluno.

## 5. REFERÊNCIAS

LONGEN, A. ***Matemática: Curso prático.*** Curitiba: Bolsa Nacional do Livro, 2002. 544p