

REFLEXÕES SOBRE O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Francisco José Brabo Bezerra
Universidade Federal do ABC
francisco.bezerra@ufabc.edu.br

Francisco Erivaldo Rodrigues Gomes
Universidade Federal do ABC / SEE
franciscouniabc@gmail.com

Caroline Miranda Pereira Lima
Universidade Federal do ABC
caroll_mpl@hotmail.com

Resumo:

O presente artigo tem como propósito investigar e relacionar competências e habilidades apresentadas por estudantes do nono ano do Ensino Fundamental e terceiro ano do Ensino Médio, ao valer-se da linguagem algébrica para manipular situações matemáticas. A metodologia aplicada é de caráter qualitativo e buscou-se fazer uma análise comparativa entre grupos de estudantes dos dois níveis de ensino, tendo por base, as atividades desenvolvidas no âmbito do programa Observatório da Educação (OBEDUC) da Universidade Federal do ABC (UFABC). Assim, possibilitou-nos compreender se há afinidades entre os grupos de estudantes, ao descreverem suas ideias quanto ao método de resolução das atividades propostas. As atividades adotadas nesta investigação têm como objetivo discutir os diferentes critérios apresentado por estudantes ao reproduzir e manipular situações matemáticas envolvendo concepções de álgebra. Concluímos que os grupos chegaram a uma etapa importante no progresso do pensamento algébrico, com significativa presença de procedimentos aritméticos.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem; Álgebra; Ensino Fundamental e Médio.

1. Introdução

Este trabalho encontra-se incorporado em um projeto de pesquisa intitulado *Conhecimento Matemático para o Ensino de Álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais*, no âmbito do Programa Observatório da Educação¹ (OBEDUC) da CAPES, com duração de quatro anos e constituído por bolsistas e colaboradores, dentre os quais encontram-se estudantes de graduação e de Pós-Graduação, professores da Educação Básica e professores do Ensino Superior. O referido projeto aborda três temáticas relacionadas à Álgebra: a álgebra vista por ela mesma, a álgebra vista em suas intersecções com a geometria e a álgebra vista em suas intersecções com a aritmética e a análise. O principal objetivo do

¹ Projeto de pesquisa financiado pela Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior (CAPES), coordenado pelo Prof. Dr. Alessandro Jacques Ribeiro (projeto 1600/2012).

projeto é *investigar os conhecimentos algébricos desenvolvidos por professores, ao ensinar álgebra na Educação Básica, utilizando-se de uma abordagem baseada em perfis conceituais.*

O interesse em álgebra vem tanto do destaque que a ela é dado na Educação Básica como dos resultados das macroavaliações, como a Prova Brasil/SAEB (2011) e dos dados do Instituto de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), que *evidenciam as deficiências dos estudantes em seus conhecimentos algébricos.*

O entusiasmo pelas concepções de álgebra de professores da Educação Básica de Ensino decorre a princípio da necessidade de identificar uma compreensão de álgebra própria do grupo, uma vez que, destas discussões teóricas, fica claro que o entendimento sobre o que é álgebra não é único nem restrito. Focamos nosso olhar nas estratégias de resolução de alunos do Ensino Fundamental e Médio da Rede Pública do Estado de São Paulo. Assim, nosso objetivo foi identificar nos estudantes o reflexo do conhecimento algébrico de acordo com as concepções de álgebra estabelecidas a priori e reconhecer quais relações na aprendizagem são comuns. Enfatizamos que no presente trabalho pretende-se investigar a aprendizagem da álgebra nos alunos, para além do projeto original que investiga o conhecimento do professor.

2. Fundamentação teórica

As análises desta pesquisa terão por suporte o quadro de referencial teórico das categorias de Álgebra, elaborado pelo grupo de pesquisa OBEDUC, e apresentado no decorrer deste trabalho. A ideia de elaboração do quadro se deu em face da necessidade de oferecer ao grupo uma compreensão de álgebra própria, e da preocupação de diminuir as complexidades em unificarmos os conceitos algébricos. Apresentamos primeiramente os autores que pautaram nesta investigação, bem como na construção do quadro teórico, e de modo resumido, as investigações realizadas por cada um deles.

- Usiskin (1995) apresenta as seguintes concepções; A *Álgebra como aritmética generalizada*. Aqui as ações importantes para o estudante são as de traduzir e generalizar. A *Álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*, sendo que, as instruções chaves são simplificar e resolver. A *Álgebra como estudo das relações entre grandezas*. A *Álgebra como estudo das estruturas*, neste caso, as atividades optam por manipular e justificar.
- Lee (2001) descreve que, para fornecer um modelo sobre visões de álgebra, destaca-se a álgebra como: *Linguagem* para desenvolver a comunicação em uma linguagem algébrica; *Caminhos de Pensamento*, ou seja, pensamentos sobre relações

matemáticas, *Atividade* como modelo de construção de atividades; *Ferramenta* para resolver problemas de modo a veicular e transformar mensagens; *Generalização* ou estudo das estruturas da aritmética.

- Fiorentini *et al.* (1993), os autores apresentam concepções, tanto de Álgebra como de Educação Algébrica, constituídas como reflexo de alguns aspectos do desenvolvimento histórico, tanto da própria álgebra, como das práticas escolares.
- Ribeiro (2013), o autor traz uma discussão sobre perfil conceitual e ensino de matemática e apresenta algumas zonas de um perfil conceitual de equação e, a partir de reflexões e análises que foram propiciadas por um estudo envolvendo pesquisas suas e de seus alunos.

Depois que o grupo se debruçou a estudar sobre as concepções de álgebra dos autores acima citados, passou-se a organizar e compreender o processo de interpretação dos dados e a categorização dessas concepções identificadas. Isso posto, surgiu a ideia de construir um “Quadro de referência das categorias de Álgebra”, sintetizado da seguinte forma:

Figura 1: Quadro de Referencial Teórico das Concepções de Álgebra

Categorias de Álgebra	Principais ideias
1. Pré-Algebra	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Manipulação de somas, produtos e potências aritméticos; ➤ Resolução de problemas aritméticos para a introdução do pensamento algébrico
2. Generalizações	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Aritmética generalizada; ➤ Estrutura de representação formal do concreto (através da abstração); ➤ Atribuir grau de abstração e generalidade aos símbolos linguísticos;
3. Relações	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Estudo das relações entre grandezas
4. Estruturação	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Estudo das estruturas e propriedades atribuídas às operações com números reais e polinômios; ➤ Linguagem simbólica/variável como símbolo arbitrário
5. Modelagem	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Iluminar ou organizar uma situação, como ferramenta; ➤ Construção da atividade e exercícios de modelagem; ➤ Modelagem de situações a partir de situações-problema.
6. Manipulação	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conjunto de técnicas ou procedimentos específicos para abordar problemas por métodos algorítmicos; ➤ Capacidade de efetuar e expressar transformações algébricas primordialmente simbólicas; ➤ Atividades que envolvam incógnitas com o objetivo de simplificar ou resolver.

2. Metodologia

A pesquisa se desenvolve nos moldes da pesquisa qualitativa e os dados coletados são predominantemente descritivos. Todo o material obtido nessa pesquisa é rico em situações e acontecimentos. “O processo de pesquisa envolve (...) a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feitas pelo pesquisador acerca do significado dos dados” (CRESWELL, 2010, p. 25).

Para realizar tais investigações partimos da seguinte estrutura: em um primeiro momento aplicamos um questionário que possibilitasse identificar o perfil dos estudantes - idade, afinidade com a matemática, histórico de escolaridade, entre outros - em outra etapa, um questionário com cinco atividades propostas aos estudantes foi aplicado, tanto para os alunos do nono ano do Ensino Fundamental quanto para os alunos do terceiro ano do Ensino Médio. Para sua resolução, os estudantes de cada turma se organizaram em grupos de até cinco pessoas. Além da atividade escrita, foram coletadas, por meio de gravações, as discussões entre os estudantes de cada grupo.

As escolas participantes incorporam a Rede Pública do Estado de São Paulo e estão situadas na região do Grande ABC. Ademais, algumas delas incluem professores da Educação Básica de Ensino que, anteriormente, já haviam cooperado com o desenvolvimento de outras pesquisas do grupo do OBEDUC, outrora apresentadas em artigos².

Assim, com o intuito de relacionar tanto as Concepções de Álgebra estudadas pelo grupo de pesquisa do Observatório da Educação - OBEDUC, por meio da análise da metodologia e procedimentos de resolução utilizados pelos alunos, bem como de reconhecer o pensamento lógico-dedutivo aplicado pelos mesmos durante a resolução das atividades, fez-se um levantamento e uma análise comparativa entre os grupos formados com estudantes do nono ano do Ensino Fundamental e terceiro ano do Ensino Médio. Os estudantes tiveram participação voluntária, e, como em sua maioria, eram menores de idade, buscou-se o consentimento dos seus responsáveis quanto a participação na pesquisa, por via de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

As atividades desenvolveram-se em três escolas e em dois momentos. O primeiro encontro envolveu a apresentação do grupo de pesquisa do OBEDUC e, na sequência, propomos aos participantes a realização de um *brainstorming*, isto é, uma dinâmica de grupo,

² ALMEIDA, M. V. R.; ALVES, K. R.; SILVA, T. H. I.; SILVA, R. L. **Uma Proposta de Análise Vertical: Investigando o Conhecimento Matemático para o Ensino de Professores da Educação Básica.** VII Encontro Nacional de Educação Matemática. 2015.

SOUZA, D.; SILVA, R. L.; RIBEIRO, A. J. **Investigando o que pensam os Professores da Educação Básica sobre Álgebra.** V SHIAM - Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática. 2015.

onde os alunos deveriam expressar seus conhecimentos a respeito do termo *equação*. Todas as ideias sobre a palavra *equação* foram, por nós, consideradas, sem qualquer julgamento de valor- certo ou errado - de modo que todas integraram a compilação do encontro. Esse momento foi melhor explorado no artigo que tratou especificamente de analisar os dois encontros, onde apenas um nível de ensino foi considerado³.

O segundo encontro ocorreu na sala de aula com a participação de 95 estudantes, envolvendo as três escolas participantes e os dois níveis de ensino pesquisados. Mais especificamente, participaram 54 alunos do nono ano do Ensino Fundamental e 41 alunos do terceiro ano do Ensino Médio. Dentre os pesquisados foram formados 17 grupos de nonos anos, cuja nomenclatura atribuída foi G1EF ao G17EF e, posteriormente, dois descartados para a análise (G1 e G3), em virtude da falta do TCLE. Nos terceiros anos formaram-se doze grupos, nomeados de G1EM ao G12EM, em sua maioria compostos com quatro integrantes cada. Após nossas orientações, os estudantes dispuseram de duas aulas de 50 min cada, totalizando 1 hora e 40 min para debaterem e transcreverem suas reflexões. Paralelamente, enquanto acontecia a realização das atividades descritas, o grupo que conduzia a pesquisa fazia anotações e alguns questionamentos aos participantes, de maneira que fossem estimulados durante todo o processo e cujos dados coletado compõem as análises deste estudo.

Após a finalização dos dois encontros, em todas as escolas participantes, o grupo reuniu os instrumentos coletados, entre eles as gravações, fotografias referentes ao *brainstorming*, os formulários de perfil dos alunos, atividades e autorizações para realizar o processo de interpretação e quantificação dos dados. Após o mesmo, classificamos e organizamos cada grupo de estudantes conforme as Concepções de Álgebra e nossos referenciais teóricos, subdividindo-os em conformidade às categorias do *Quadro de referência das categorias de Álgebra*. Desta forma, utilizamos o questionário da terceira etapa para sintetizar as ideias de Álgebra dos estudantes do nono ano do Ensino Fundamental (Quadro 1) e do terceiro ano do Ensino Médio (Quadro 2). Ambos os quadros apresentam a compilação da análise dos instrumentos de avaliação, descritos a seguir:

³ SILVA, E. A.; SOUZA, D. S.; ALBRECHT, E.; FERREIRA, M. C. N. **Analisando como Alunos do 9º ano da Rede Pública respondem e interpretam questões de Álgebra**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016.

Quadro 1: Análises com base nas categorias de Álgebra do Quadro de Referencial Teórico
(vide figura 1) 9º ano Ensino Fundamental (Grupos: G2, G4 ao G17)

Categorias de Álgebra	Questão 1a	Questão 1b	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
Pré-Álgebra	G7 - G9 - G10 G11 - G13 - G16	G7 - G9 - G10 G11 - G13 - G16	G2 - G5 - G6 G7 - G9 - G10 G11	G2 - G4 - G9 G12 - G14 - G15 G16 - G17		G5 - G7 - G12 G13 - G14 G15 - G16 G17
Generalizações	G5	G5	G17		G12 - G17	G9
Relações	G12 - G14 G17	G12 - G14 - G17			G14	
Estruturação					G9	
Modelagem						
Manipulação						
NA – Não Aplica	G2 - G6 - G8 G15	G2 - G6 - G8 G15	G13 - G14 G15 - G16	G5 - G7 - G8 - G10 - G11	G2 - G5 - G7 G15 - G16	
NR – Não Respondeu	G4	G4	G8 - G12/	G6 - G13	G4 - G6 - G8 G10 - G11 G13	G2 - G4 - G6 G8 - G10 - G11

Fonte: Grupo OBEDUC

Quadro 2: Análises com base nas categorias de Álgebra do Quadro de Referencial Teórico
(figura 1) 3º ano Ensino Médio (Grupos: G1 ao G12)

Categorias de Álgebra	Questão 1a	Questão 1b	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
Pré-Álgebra	G1 - G5 - G6 - G9	G1 - G5 - G6 G9	G4	G5 - G10		G1 - G5 - G3
Generalizações	G4 - G7 - G8 G10 - G11	G4 - G7 - G8 10 - G11	G1 - G2 - G5 G6 - G10 G11 - G12	G4 - G7 G8 - G11	G8 - G11	G4 - G7 - G10
Relações	G2	G2				
Estruturação					G7 - G10	
Modelagem						
Manipulação					G4	
NA – Não Aplica	G3	G3	G3 - G7 - G8 G9	G1 - G6 - G12	G1 - G5 - G6 - G9	G6 - G8 - G9 G11
NR – Não Respondeu	G12	G12		G2 - G3 - G9	G2 - G3 - G12	G1 - G2 - G12

Fonte: Grupo OBEDUC

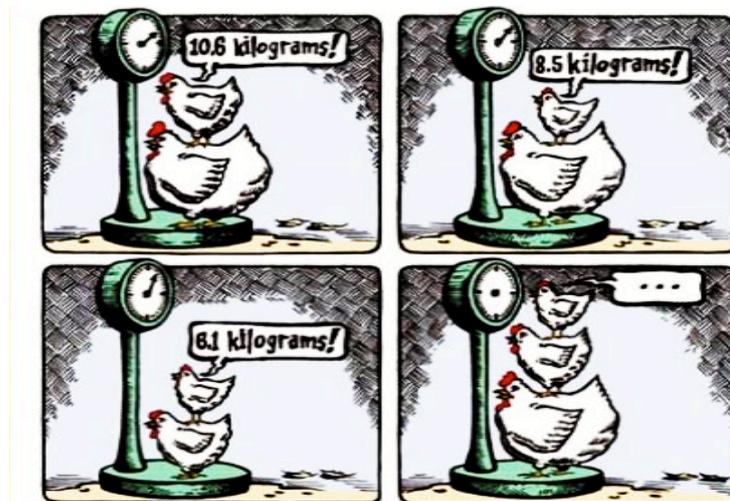
Com relação ao *Quadro de referência (figura 1)*, em comparação com as respostas dos estudantes, constatamos que havia algumas atividades que, apesar de apresentarem algum dado escrito, não expressavam necessariamente um significado, desenvolvimento ou processo aritmético e/ou algébrico. Nesses casos adotamos a categoria “NA - Não se aplica” para representar as situações-problema de cada grupo de alunos que não se enquadravam nas

Para representar, neste artigo, as análises desenvolvidas, optamos por eleger quatro grupos, sendo dois representantes do nono ano do Ensino Fundamental, **G9EF** e **G17EF**, e os outros dois, **G4EM** e **G10EM**, representantes do terceiro ano do Ensino Médio. Além disso, duas das atividades realizadas, neste caso, a **Situação 1** e a **Situação 3** foram escolhidas para esse estudo. O critério utilizado para a escolha dos grupos a serem investigados nesse artigo foi a maior/melhor compatibilidade dos mesmos com o *Quadro de referência das categorias de Álgebra*. Além disso, a escolha das questões a serem analisadas levou em consideração a participação no questionário - isto é, questões que foram respondidas, independentemente de acertos ou erros.

3. Análise de dados

Para os referidos grupos selecionados para a análise - **G9EF** e **G17EF** dos nonos anos do Ensino Fundamental e **G4EM** e **G10EM** dos terceiros anos do Ensino Médio - optamos por analisar duas das cinco atividades que figuraram o questionário proposto aos estudantes no segundo momento das investigações. Os protocolos obtidos serão mostrados a seguir junto com as nossas análises.

Situação 1. "Considere a situação abaixo:



- a) Quanto pesam as três galinhas?
b) Quanto pesa cada galinha?"⁴

⁴ Questão adaptada de BRANCO, N; PONTE, J. P. da. Álgebra na formação inicial de professores dos primeiros anos: Uma experiência de formação. *Indagatio Didactica*, v. 3, n. 1, 2011. *Indagatio Didactica*, v.3, n. 1, 2011.

Diálogo da situação 1: "-10,6 kilogramas! - 8,5 kilogramas! - 6,1 kilogramas! - (...)."

Figura 2: Protocolo G4EM (3º ano EM - Questão 1)

$$\begin{cases} x+y=10,6 \\ x+z=8,5 \\ y+z=6,1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+z=8,5 \quad (-1) \\ y+z=6,1 \\ \hline -x-z=-8,5 \\ y-z=6,1 \\ \hline -x+y=-2,4 \\ x=2,4+y \end{cases}$$

galinhas

Grande $x \rightarrow 6,5 \text{ kg}$
 Média $y \rightarrow 4,1 \text{ kg}$
 Pequena $z \rightarrow 2 \text{ kg}$

total
 $x+y+z = 12,6 \text{ kg}$

$$\begin{aligned} 2,4 &= 10,6 - y \\ y+y &= 10,6 - 2,4 \\ 2y &= 8,2 \\ y &= 4,1 \end{aligned}$$

Fonte: Grupo OBEDUC

Figura 3: Protocolo G9EF (9º ano EF – Questão 1)

medic = 10,6 - grande
 grande

medic = 10,6 - (2,4 + medic)

medic = 10,6 - 2,4 - medic

medic = 8,2

2 medic = 8,2

$$\begin{array}{r} 8,2 \\ - 8,2 \\ \hline 0,20 \\ 20 \\ \hline 0,00 \end{array}$$

medic = 4,1
 pequena = 2

medic = 4,1
 grande = 6,5

a. Quanto pesam as três galinhas? + 6,5
 b. Quanto pesa cada galinha? + 4,1
 pequena = 2
 medic = 4,1
 grande = 6,5

Situação retirada de BRANCO, N.; PONTE, J. P. da. A Álgebra na formação inicial de professores dos 10 primeiros anos: Uma experiência de formação. *Indagatio Didactica*, v. 3, n. 1, 2011.

$$\begin{array}{r} 10,6 \\ - 2,4 \\ \hline 8,2 \\ - 6,1 \\ \hline 2,1 \\ 2,1 \\ \hline 4,2 \\ - 4,2 \\ \hline 0,00 \end{array}$$

1º quadro = 2 juntas pesam 10,6 kg
 1 média e 1 grande

2º quadro = pesam 8,5 kg
 1 pequena e 1 grande

3º quadro = pesam 6,1 kg
 1 pequena e 1 média

medic + grande = 10,6
 pequena + grande = 8,5
 pequena + medic = 6,1

medic - grande

medic = 10,6 - grande

pequena = 8,5 - grande

pequena = 6,1 - medic

6,1 - medic = 8,5 - grande

8,5 - 6,1 + medic = grande

2,4 + medic = grande

2,4
 + 4,1
 6,5 = grande

Fonte: Grupo OBEDUC

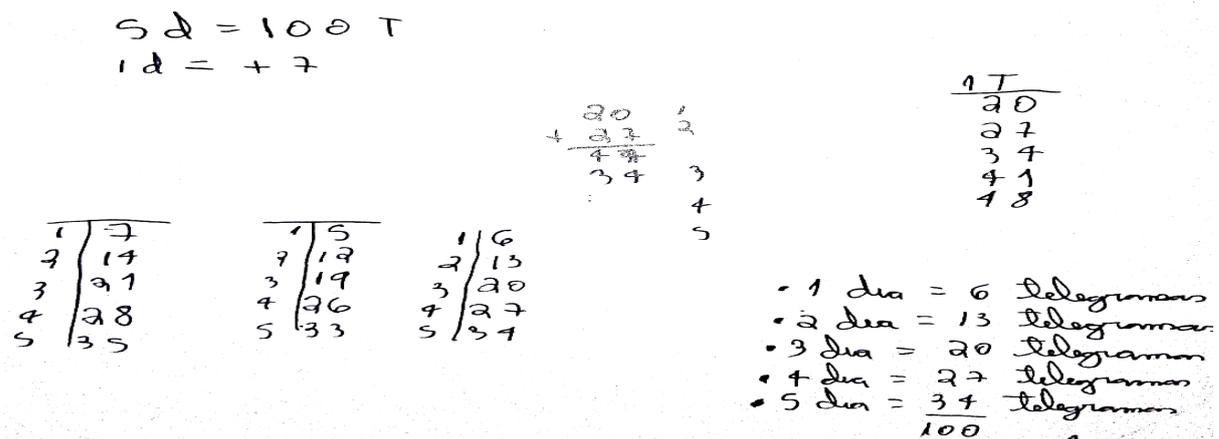
na tentativa de passar de uma linguagem formal para uma linguagem algébrica, buscando encontrar caminhos que tornem a situação concreta, do ponto de vista algébrico. Categorizamos este procedimento como *Pré-Álgebra*, dentre as categorias de Álgebra do quadro de referencial teórico.

Por outro lado, os grupos **G4EM** e **G10EM**, do terceiro ano do EM, buscam transformar a linguagem equacionando o problema, e elaboram um sistema de equações, resolvendo-a pelos métodos da adição e substituição. Ao resolverem a questão utilizando-se da categoria *aritmética generalizada*, eles indicam as grandezas, e nesse caso podemos classificar como uma *generalização*.

Comparando as respostas dos grupos pesquisados nos dois níveis de ensino, mediante as situações propostas aos mesmos, podemos afirmar que as estratégias adotadas são diferentes, o que era esperado em razão da etapa de ensino em que se encontram. Ficou evidente que todos os grupos, no início, recorrem à aritmética, como um dos recursos para a resolução do problema proposto.

Situação 3: "Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias. Em cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior. Quantos telegramas entregou em cada dia?"⁵

Figura 4: Protocolo G17EF (9º ano EF - Questão 3)



Fonte: Grupo OBEDUC

⁵ Questão retirada de BURIASCO, R. L. C. de CYRINO, M. C. de DE C. T.; SOARES, M. T. C. Manual para correção das provas com questões abertas de matemática: AVA2002. Curitiba: SEED/CAADI.2003.

Figura 5: Protocolo G10 (3º ano EM - Questão 3)

$$\frac{100}{5}$$
$$5^{\circ} - 7 = 93 - 7 = 86 \rightarrow 79 - 7 = 72$$

1º dia = 72 telegramas
2º dia = 79 telegramas
3º dia = 86 telegramas
4º dia = 93 telegramas
5º dia = 100 telegramas

Fonte: Grupo OBEDUC

Analisando as resoluções do **G9EF**, observamos que os estudantes apresentam uma estratégia de resolução onde as operações matemáticas são aplicadas, mas logo percebem que há divergências ao comparar os resultados obtidos, bem como na transformação da linguagem. Posteriormente apresentam o resultado sem dar descrição do método utilizado. Esta situação se enquadra, a nosso ver, na *Pré-Álgebra*. Por outro lado, o **G17EF**, ao se reportar à aritmética, o grupo estabelece alguns valores, para então, comparar os resultados obtidos, através de tentativas e erros, analisamos que a, *Pré-Álgebra* se faz presente novamente, de acordo com o quadro de referencial teórico.

Já na terceira questão do grupo **G4EM** notamos na resolução a transformação da linguagem formal para uma linguagem algébrica, equacionando o problema e desenvolvendo o processo de resolução, se enquadrando na categoria de *Generalizações*. O **G10EM**, do terceiro ano do Ensino Médio, por sua vez, efetuou a manipulação das operações aritméticas, não realizando a transformação da linguagem formal para linguagem algébrica. Mesmo assim, apresentam um raciocínio dedutivo e revelam outra interpretação do problema, se enquadrando na categoria da *Pré-Álgebra*.

De um modo geral, os grupos recorrem, inicialmente, às operações aritméticas, e buscam de alguma maneira conduzir a situação do problema à efetivação do cálculo algébrico. Em alguns momentos os estudantes não verificam se a solução obtida condiz com o enunciado proposto. Os estudantes identificam como um obstáculo o processo de tradução de um **XII Encontro Nacional de Educação Matemática** em linguagem algébrica. Ademais, é possível aferir que os

mesmos desenvolvem melhores estratégias de resolução quando há uma “provocação” e um acompanhamento por parte do professor.

4. Considerações Finais

Este trabalho apresenta resultados parciais e se encontra dentro de um projeto de pesquisa, que tem abrangência maior em relação os conceitos de álgebra estudados até o presente momento. O quadro de referencial teórico tem servido de base ao grupo, não só com relação a este trabalho, mas também a outros trabalhos já concluídos e publicados, ou em andamento.

Ao analisar as respostas dos estudantes, passamos a compreender melhor que os processos de ensino e aprendizagem da Álgebra no contexto da sala de aula. Acreditamos que a realização de atividades exploratórias e/ou investigativas, que pretendem instigar os estudantes a pensar genericamente, perceber regularidades e explicitar essa regularidade através de estruturas ou expressões matemáticas, pensar analiticamente, estabelecer relações entre grandezas variáveis, (FIORENTINI; MIORIM & MIGUEL, 1993, p. 87), pode vir a ser um caminho significativo para o crescimento do pensamento e da linguagem algébrica dos estudantes.

As análises feitas neste tipo de atividade indicam que este é um cenário que apresenta, inicialmente, a motivação do pensamento algébrico dos estudantes, mesmo quando o processo percorre caminhos nos quais percebem a necessidade de recorrer e organizar os dados, de modo que as operações aritméticas os levem a efetivação do cálculo numérico. No entanto, na maioria de sua representatividade, os grupos chegaram a uma etapa significativa no progresso do pensamento algébrico.

Ao condensar as investigações desenvolvidas pelo grupo de pesquisa, acreditamos que se enquadrará como subsídio para o ensino e aprendizagem de Álgebra, em conformidade com as manifestações de novas possibilidades e aplicações, principalmente, nos métodos de manipulação dos conceitos matemáticos por parte dos estudantes. Analogamente, comporá um estimulante para os professores na reflexão sobre suas práticas docentes, não apenas no campo da Álgebra, mas também em outras abordagens relacionadas à teoria do “Conhecimento Matemático para o Ensino” (*Mathematical Knowledge for Teaching - MKT*), que a nosso ver é fundamental aos professores quando desenvolvem suas funções ao ensinar (BALL, 2008).

5. Referências

ALMEIDA, M. V. R.; ALVES, K. R.; SILVA, T. H. I.; SILVA, R. L. **Uma Proposta de Análise Vertical**: Investigando o Conhecimento Matemático para o Ensino de Professores da Educação Básica. VII Encontro Mineiro de Educação Matemática. 2015.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. **Content knowledge for teaching: what makes it special?** Journal of Teacher Education, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativos, quantitativos e misto**. 3ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

FIORENTINI, D; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um Repensar: a Educação Algébrica Elementar. **Pro-Posições**. São Paulo, v.4, n.1 [10], p. 78-91. mar. 1993.

FIORENTINI, D; LORENZATO, D. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção formação de professores).

KILPATRICK, J. et al. **Meaning in mathematics education**. New York: Springer, 2005.

LEE, L. **Early - but which algebra? The future of the teaching and learning of algebra**. CIDADE: ICM STUDY CONFERENCE, 2001.

_____. An Initiation Into Algebraic Culture Through Generalization Activities. In: BEDNARDZ, N.; KIERAN, C. E LEE, L. (Org.). **Approaches to algebra**: Perspectives for Research and Teaching. London: Kluwer Academic Publishers, 1996. v.18. p. 87-106.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus, 1997.

_____. Sobre a Álgebra. In: LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus Editora, 2001. Cap. III, p. 89-157.

RIBEIRO, A. J. Elaborando um perfil conceitual de equação: desdobramentos para o ensino e a aprendizagem de matemática. **Ciência e Educação**, São Paulo, v.19, n.1, p. 55-71, 2013.

SOUZA, D.; SILVA, R. L.; RIBEIRO, A. J. **Investigando o que pensam os Professores da Educação Básica sobre Álgebra**. V SHIAM - Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática. 2015.

USISKIN, Z. Concepções sobre álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A.F.; SHULTE, A.P. (Orgs). Tradução de Hygino H. Domingues. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995, p. 9-22.