

FRAÇÕES E DECIMAIS: COMPREENDER PARA ENSINAR RACIONAIS

Ana Maria Carneiro Abrahão
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro - UNIRIO
anaabrahao@edmat.com.br

Resumo:

Esse minicurso parte da análise de erros recorrentes e acertos realizados por estudantes e docentes dos anos iniciais, público alvo dessa ação, no que se refere a representação e operação com números racionais. Com o objetivo de trazer à reflexão o significado do inteiro racional e suas diferentes formas de representação, me apoio em Shulman, para quem o professor precisa ter um profundo conhecimento do conteúdo conceitual, didático-metodológico e curricular da matemática que vai ensinar e em Duval, para quem a construção do conceito envolve uma coordenação de representações que podem ser exploradas em diversas atividades. Para tanto apresento uma sequência de oito atividades que trabalham a construção conceitual da unidade racional e algumas de suas possíveis representações. Espera-se que as reflexões oriundas desse curso repercutam na renovação da prática pedagógica dos estudantes e professores participantes.

Palavras-chave: frações; decimais; unidade racional; anos iniciais

1. Introdução

O minicurso que aqui ofereço surge principalmente de um problema recorrente observado na minha vivência profissional como professora que ensinou matemática nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio, no antigo Curso Normal e que, atualmente, desenvolve seu trabalho como pesquisadora e professora de matemática no curso de Pedagogia. O problema recorrente é que entra ano, sai ano e a dificuldade que alunos e professores sentem para entender e ensinar os números racionais persiste. Esse preocupante problema tem sido um dos focos de meus estudos e pesquisas e tem recebido meu incentivo para que docentes e discentes pesquisem sobre esse assunto junto ao EDMAT – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática. Por tudo isso há o interesse em oferecer no XII ENEM um encontro de discussão sobre o tema.

Espero poder atingir um público que não teve oportunidade de estudar com significado os números racionais, particularmente docentes dos anos iniciais. Outro objetivo que pretendo alcançar nessas poucas horas junto a esses professores é trazer à reflexão o significado do inteiro racional e diferentes formas de representação dos números racionais. Espero ainda que, compreendendo o significado do inteiro racional, suas partes e representações, esses professores possam aprimorar sua prática pedagógica.

2. Fundamentação teórica

Muitas das dificuldades de compreensão do número racional e de suas operações que observei durante minha experiência profissional docente têm sido também discutidas por teóricos da didática e da educação matemática. Não estamos falando aqui da aplicação de técnicas e regras para operações, mas no entendimento do que é um número racional. Para Campos e Rodrigues (2007, p.69), “os números racionais constituem-se em um dos temas de construção mais difícil, pois sua compreensão envolve uma variedade de aspectos que se configuram como obstáculos ao seu pleno domínio”. Muitos docentes dos anos iniciais não compreendem o significado de número racional, o que é um sério problema de formação, pois “o professor precisa conhecer profundamente aquilo que vai ensinar” (SHULMAN, 1992, p.394), “afinal, lacunas nessa área podem interferir e comprometer tanto o preparo e o encaminhamento das aulas, como a escolha e o uso dos materiais didáticos” (FARIAS, 2009, p.117). Sigo, assim, a ideia de Shulman (1986, 1992), de que o professor precisa ter um profundo conhecimento do conteúdo conceitual, didático-metodológico e curricular da matemática que vai ensinar. Para tanto, além da significação do racional em forma de número decimal, mais presente no dia a dia e mais intuitiva, há de se considerar o conceito de racional em forma de fração. Afinal, como sugere Duval (2004), a construção do conceito envolve uma coordenação de representações que pode ser explorada em diversas atividades, onde a cada atividade o conceito pode ganhar novos elementos e se tornar mais sofisticado, caminhando em direção ao conhecimento científico formalizado. A integração entre aspectos procedimentais e conceituais pode permitir a construção de auxiliares simbólicos e operatórios na constituição do conhecimento matemático. Assim, não vejo como defendem alguns educadores, priorizar a forma decimal em detrimento da forma fracionária. Entendo que o conceito de número racional só pode ser compreendido na articulação cognitiva das suas diferentes representações, sejam decimais ou fracionárias e as diferentes ideias que as acompanham. Saber aplicar as regras e as técnicas de resolução permite agilizar os cálculos, mas não garante a conceituação. Em fato, as representações podem ajudar na compreensão do conceito de fração, mas é a articulação entre essas representações que podem, segundo Duval (2004), favorecer uma melhor aprendizagem do objeto estudado.

Nu. 11. Encontro Nacional de Educação Matemática (2009) da Educação Matemática
ISSN 2178-034X

podem ajudar na significação do racional em forma de fração: número, relação parte-todo,

medida, quociente e operador. Indicam ainda a necessidade da compreensão dos diferentes aspectos que as frações podem assumir para uma melhor compreensão desses números. Os currículos oficiais brasileiros, por sua vez, trazem o seguinte:

“A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo; é o caso das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais. (...) Outro significado das frações é o de quociente; baseia-se na divisão de um natural por outro ($a:b=a/b$; $b \neq 0$). (...) Uma terceira situação, diferente das anteriores, é aquela em que a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza, ou seja, quando é interpretada como razão. (...) A essas três interpretações, bastante interessantes de serem exploradas neste ciclo, acrescenta-se mais uma, que será trabalhada nos ciclos posteriores. Trata-se do significado da fração como operador”. (BRASIL, 1997, p.68).

Nesse curso, assim como tenho feito na formação presencial inicial de professores, procuro desenvolver um trabalho que pode ajudar a evitar que o professor e a criança confundam o objeto matemático com a sua representação e entendam, por exemplo, que a fração da região circular não é o pedaço da figura em si, mas uma representação auxiliar para a quantidade numérica do todo. Procuraremos trabalhar individualmente e no coletivo o que Duval (2004) chama de “conversão das representações e variação dos registros de representação”.

“A conversão é a transformação da representação de um objeto, uma situação ou de uma informação dada em um registro, em uma representação deste mesmo objeto, desta mesma situação ou da mesma informação em outro registro. As operações habitualmente designadas com os termos “tradução”, “ilustração”, “transposição”, “interpretação”, “codificação”, etc., são operações que fazem corresponder uma representação dada em um registro com outra representação em outro registro. A conversão é, portanto, uma transformação externa relativa ao registro da representação de partida” (DUVAL, 2004, p.46)

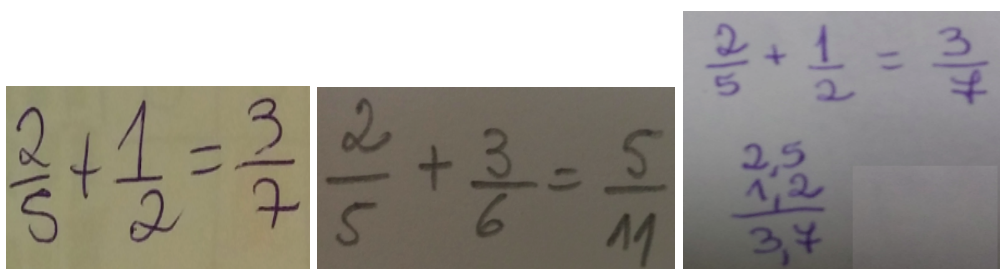
Apesar de representar um mesmo número, cada um dos significantes, seja em forma de fração ou de número decimal, por exemplo, tem uma significação operatória diferente. Como sugere Duval (2004), é tomando simultaneamente dois ou diferentes registros de representação que se pode constatar a importância das representações semióticas nas atividades cognitivas matemáticas. É sob essa concepção, sob a busca de uma única representação e diferentes representações dos racionais, que o curso será desenvolvido.

3. Apresentação das atividades que serão desenvolvidas.

A sequência de atividades está numerada de 1 a 8. Entretanto, todas elas serão resolvidas a depender do ritmo e da participação da turma, isto é, dependerá da necessidade de se demorar mais ou menos em cada uma delas.

Atividade 1: Discussão de erros apresentados por estudantes e docentes na operação ou representação de racionais. Exemplos retirados da minha prática em sala de aula:

Exemplo 1A. Operações do campo aditivo



Three examples of incorrect rational addition:

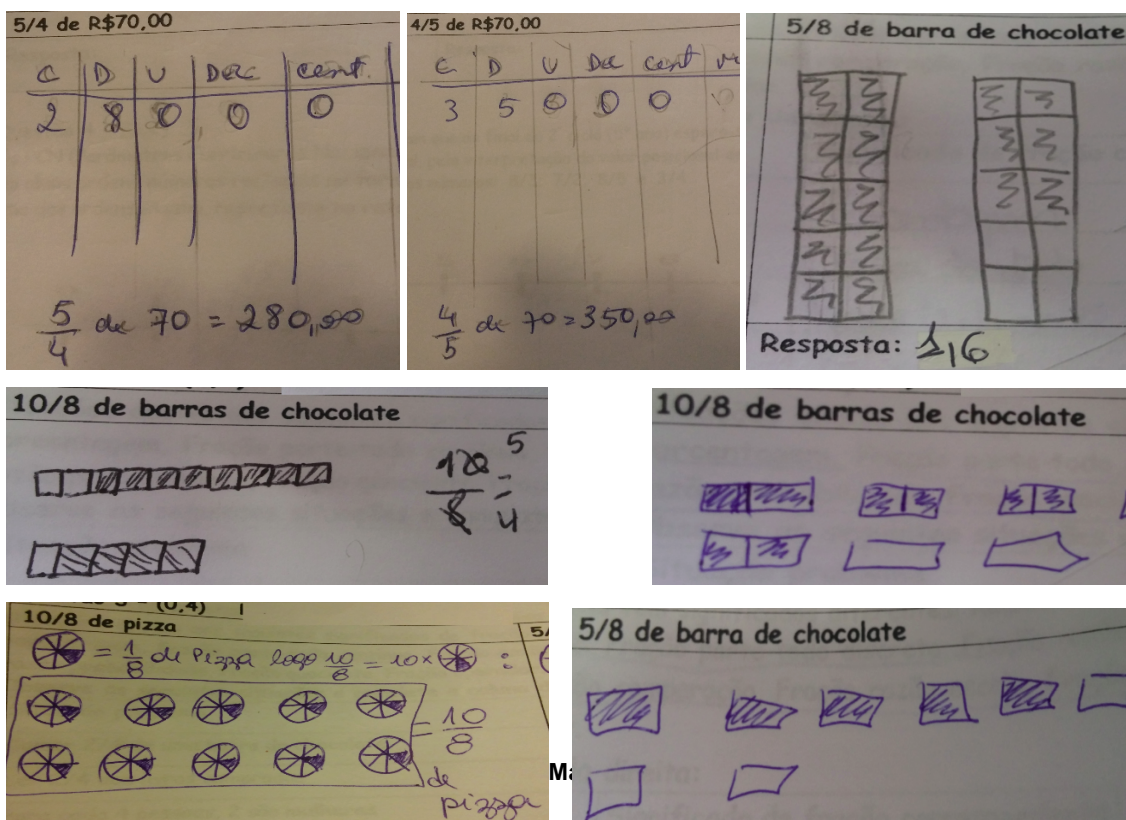
$$\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{6} = \frac{5}{11}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

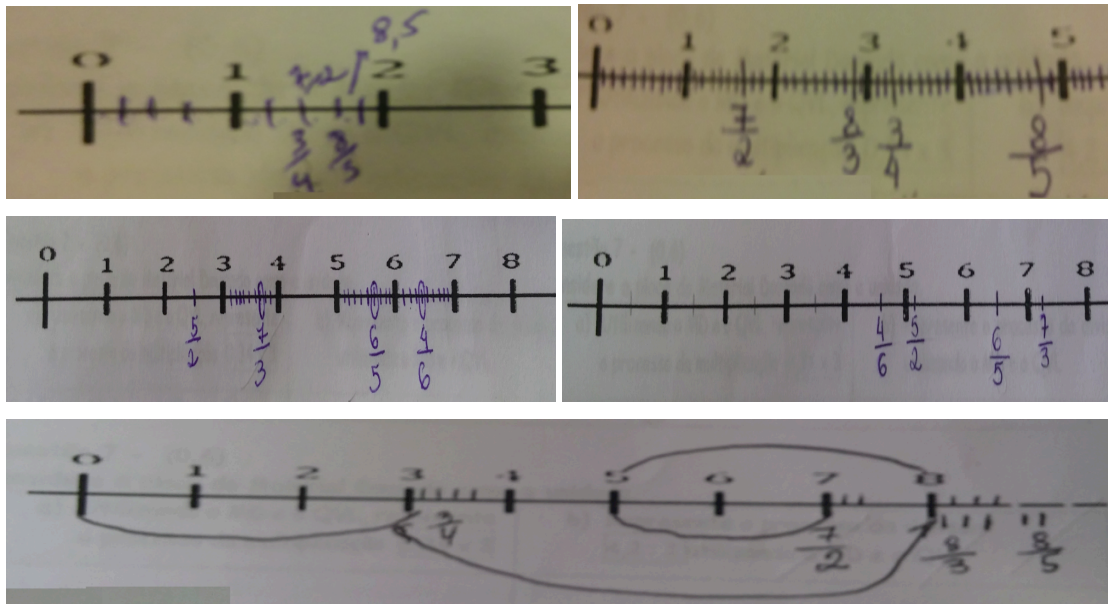
Exemplo 1A: Erros nas operações de adição com números racionais
Fonte: Acervo EDMAT

Exemplo 1B. Frações do todo discreto e contínuo



Exemplo 1B: Erros nas representações de frações do todo contínuo e discreto

Exemplo 1C. Representações na reta numérica



Exemplo 1C: Erros nas representações de racionais na reta numérica
 Fonte: Acervo EDMAT

Atividade 2: Represente de alguma outra forma o número $2/3$. Apresentação oral e no quadro as diferentes representações apresentadas pelos participantes. Discussão dessas e de outras formas de representar o objeto matemático $2/3$.

Atividade 3: Represente agora $3/2$. Apresentação oral e no quadro as diferentes representações apresentadas pelos participantes. Discussão dessas e de outras formas de representar o objeto matemático $3/2$.

Atividade 4: Estudando a unidade racional com material base 10. Partindo da unidade natural tentar ampliar o olhar para a unidade racional.

4A. Utilizando o Material Dourado, representar 34 unidades e 3,4 unidades

Discutir como ficará a representação de 3,4 se considerarmos a placa como a unidade racional.

E se a barrinha for a unidade racional? E se o cubo grande for a unidade racional?

Conforme a dificuldade da turma, poder-se-á discutir a representação de outros números racionais utilizando o Material Dourado.

4B. Considere agora a moeda de 1 real como a unidade racional do Sistema Monetário Brasileiro. Represente numericamente utilizando a linguagem matemática e o cifrão R\$ o total que representam:

3 moedas de 50 centavos; 1 moeda de 10 centavos; 5 moedas de 1 centavo; 100 reais e 3 centavos; 15 moedas de 10 centavos; 10 moedas de 10 centavos e 2 moedas de 1 centavo.

A representação no quadro permitirá uma discussão coletiva sobre as possíveis dificuldades e as semelhanças na utilização do Material Dourado e do Sistema Monetário.

Atividade 5: Estudando a unidade racional discreta e contínua.

Utilizar materiais concretos observando que o material concreto tem que servir aos objetivos do professor e do objeto matemático a ser estudado.

5A. Utilizando o Material Cuisenaire:

5A1. Representar alguns números naturais, como 6, 9, 12, 15, etc.

5A2. Representar $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{3}$ onde o inteiro é a barrinha verde clara.

Observar se fica evidente que $\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$ utilizando as diferentes barrinhas.

Pode-se evidenciar que $\frac{2}{3} = \frac{5}{3} - \frac{3}{3}$ e que $\frac{3}{3} = \frac{5}{3} - \frac{2}{3}$

5A3. Representar $\frac{3}{5}$ e $\frac{8}{5}$ onde o inteiro é a barra amarela.

5A4. Utilizando a barra lilás mostre que $\frac{8}{4} - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$

5A5. Considerando a barra laranja como o inteiro, represente:

$\frac{1}{10}$; $\frac{1}{2}$; 0,7; $\frac{9}{10}$; 0,9

5B. Agora a unidade racional é uma região circular.

5B1. Represente 3 inteiros

5B2. Represente $\frac{1}{3}$

5B3. Represente $\frac{7}{4}$

5C. Agora a unidade racional é uma região quadrada.

5C1. Represente $\frac{10}{5}$

5C2. Represente $\frac{5}{6}$

5D. Agora a unidade racional é um saco com 30 bolinhas.

5D1. Represente $\frac{2}{5}$ de 30 bolinhas.

5D2. Represente $\frac{4}{3}$ de 30 bolinhas.

Atividade 6: Represente graficamente e por meio da linguagem matemática, $2/3$ e $3/2$ de:

- 6A. um saco com 90 laranjas
- 6B. uma quantia de 100 reais
- 6C. um salário mínimo

Atividade 7: Encontre $2/3 + 3/2$ de:

- 7A. um saco com 90 laranjas
- 7B. uma quantia de 100 reais
- 7C. um salário mínimo

Analisar as diferentes formas encontradas pelos participantes para resolver a Atividade 7. Discutir as vantagens e desvantagens de cada uma delas.

Atividade 8: Criação e resolução de problemas.

Conforme for o tempo trocaremos os problemas para que sejam resolvidos entre os participantes e comentaremos os resultados, a redação dos mesmos, as perguntas e os sentidos envolvidos em alguns problemas.

- 8A. Crie uma situação problema envolvendo a fração $2/3$
- 8B. Crie uma situação problema envolvendo a fração $3/2$
- 8C. Crie uma situação problema envolvendo a fração $4/5$ e outra envolvendo a fração $7/5$.

4. Público Alvo

O minicurso terá como público alvo professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, alunos de licenciatura em Matemática e alunos do curso de Pedagogia. Será conveniente saber se há disponibilidade de recursos audiovisuais, material dourado e material Cuisenaire ou se será preciso que o ministrante providencie todo o material.

5. Repercussões esperadas

Com esse minicurso espera-se que os participantes, ao perceberem que os números naturais são insuficientes para determinados cálculos presentes no cotidiano e na vida escolar dos estudantes dos anos iniciais, aproveitem as discussões decorrentes das atividades realizadas e reflitam sobre a importância da aprendizagem dos racionais de forma ampla, com

diferentes registros de representação e com significação. Mais ainda, que possam se familiarizar e compreender a utilização de materiais concretos como auxílio para desmistificar a concepção de que fração representa sempre uma parte menor do que o inteiro. Dar a voz aos participantes para expor suas dúvidas, questionar e argumentar a escolha de seus caminhos pode abrir possibilidades para que eles também desenvolvam o hábito de escutar seus alunos e analisar suas argumentações. Espera-se ainda que ao perceberem a importância de se estudar o conceito matemático nos seus aspectos conceitual, didático-metodológico e curricular proposto por Shulman (1986), os participantes do minicurso revejam sua prática pedagógica e aperfeiçoem seu fazer profissional.

6. Bibliografia

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Ensino de primeira à quarta séries. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1997. p.68. <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>

CAMPOS, Tania M. M. e RODRIGUES, Wilson. R. A idéia de unidade na construção do conceito do número racional. REVEMAT - **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V2.4, p.68-93, UFSC: 2007.

DUVAL, Raymond. **Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y Aprendizajes Intelectuales**. ISBN: 9588030234. Santiago de Cali. Colombia. 2004.

FARIAS, M. V. de O. **Formação docente e entrada na carreira: uma análise dos saberes mobilizados pelos professores que ensinam matemática nos anos iniciais**. Tese (doutorado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2009. 206 p.

NUNES, Terezinha and BRYANT, Peter. Understanding rational numbers and intensive quantities University of OxfordL Visto em 29/01/2015 www.nuffieldfoundation.org. Published by the Nuffield Foundation, 28 Bedford Square, London WC1B 3JS Copyright © Nuffield Foundation 2009.

SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, Lee S. Ways of seeing, ways of knowing, ways of teaching, ways of learning about teaching. **Journal of Curriculum Studies**, 28, p. 393-396, September-October 1996.