

## AS CÔNICAS SOB O OLHAR DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

*Marcio Alexandre Volpato*  
UTFPR-LD - Mestrando  
marciovolpato@gmail.com

*Claudete Cargnin*  
UTFPR-CM - Docente  
cargnin@utfpr.edu.br

### **Resumo:**

O presente artigo apresenta os resultados levantados sobre os Registros de Representação Semiótica em livros didáticos de algumas coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2015 para o Ensino Médio, para o conteúdo Cônicas, problemática de pesquisa a ser desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Os resultados mostraram que as publicações apresentam atividades que priorizam os tratamentos e conversões propostos por Duval (2013), favorecendo aos alunos uma aprendizagem que possibilite o desenvolvimento das capacidades de raciocínio, análise, visualização, interpretação e permitindo que os mesmos consigam desenvolver habilidades na resolução de problemas matemáticos.

**Palavras-chave:** cônicas; registro de representação semiótica; livro didático.

### **1. Introdução**

O tema Cônicas, objeto de estudo da dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, ainda é um conteúdo que apresenta dificuldades na compreensão pelos alunos do Ensino Médio e algumas vezes é deixado de lado por professores que “esquecem” desse conteúdo em seus planejamentos. E muitas das vezes quando são abordadas no ensino médio, os professores a apresentam utilizando somente a sua representação algébrica.

Surge então a indagação de como o tema Cônicas é abordado no ensino médio? Será que os professores estão se preocupando em trabalhar com esse tema de forma a permitir que o aluno construa os conceitos, estabeleça relações e tenha autonomia para resolver atividades que envolvam as cônicas? Pesquisas em educação matemática indicam a pluralidade de registros de representação como um fator importante para a compreensão matemática, contudo é oportuno

questionar: os livros didáticos utilizados pelos professores, tanto como livros textos quanto como livros para consulta, levam em conta essa necessidade de diversificar os registros de representação? É sobre essa última questão que discorreremos nesse artigo.

Com base nessas indagações resolveu-se então analisar, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2013), os tipos de registros utilizados para o ensino de Cônicas, em livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2015, já que estes constituem um material de aprendizagem da matemática importante para o professor, no planejamento de suas aulas.

Duval define os Registros de Representações Semióticas como “produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (DUVAL, apud DAMM, 2002, p. 143), e também “a formação de uma representação semiótica é o recurso a um signo para atualizar a visão de um objeto ou substituir a visão desse objeto” (DUVAL, 2004, p. 43). Baseados então nessas definições, os alunos devem ser introduzidos em uma aprendizagem da matemática que os favoreça a conceitualizar, simbolizar e representar o que aprendem de forma a serem preparados para o mundo globalizado e informatizado que vivem.

Duval (2013) afirma que o ensino da matemática deve ser pensado de forma a permitir que o aluno possa desenvolver suas capacidades de raciocínio, análise e visualização e também possibilite o desenvolvimento cognitivo do aluno, favorecendo a conceitualização, o raciocínio e a resolução de problemas na matemática.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica propostas por Duval (2013) indica várias representações de um determinado objeto: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas, representações gráficas e língua natural. O autor defende que deve ser trabalhado, no ensino, ao menos dois tipos de registros de representação semiótica, uma vez que cada tipo de registro oferece informações parciais sobre o objeto matemático, o qual, por sua vez, é abstrato e devido à sua natureza só pode ser acessado mediante suas representações.

O presente trabalho teve como preocupação a de avaliar os livros didáticos propostos pelo PNLD 2015 do ensino médio, especificamente sobre o conteúdo das cônicas, estudadas no 3º ano do ensino médio, tendo como base os registros de Representações Semióticas descritos por Duval (2013). Sendo o livro didático um recurso muito utilizado por professores, é oportuno

analisar se indicações a respeito de como ocorre a aprendizagem matemática, especialmente as advindas de Duval (2013), estão presentes. Duas atividades cognitivas para os quais Duval chama a atenção são os tratamentos e as conversões. Ambas tratam de transformações de representações. No entanto, os tratamentos são aqueles que essas transformações ocorrem dentro de um mesmo registro de representação, como no caso da Figura 1. Já as conversões implicam em mudança de registro de representação, como indicado na Figura 2 e Figura 3.


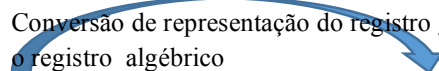
$(x - 2)^2 + y^2 = (x + 2)^2$ $x^2 - 4x + 4 + y^2 = x^2 + 4x + 4$ $y^2 - 8x = 0$	 <p style="margin: 0;">Tratamento no registro algébrico</p>
--	--

Figura 1: Exemplo de tratamento para o conteúdo Cônicas.  
Fonte: os autores.


 Conversão de representação do registro gráfico para o registro algébrico

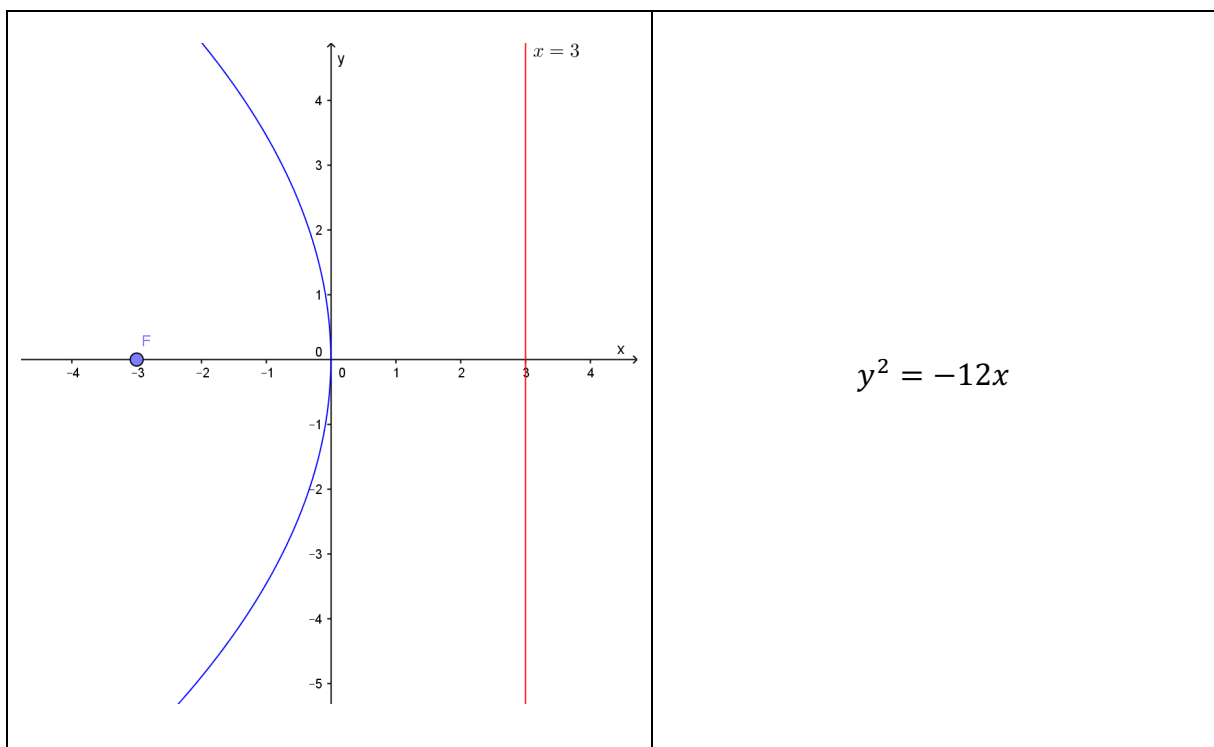


Figura 2: Exemplo de conversão para o conteúdo Cônicas.  
Fonte: os autores.

Conversão de representação do registro  
língua natural para o registro algébrico

Determine a equação do conjunto de todos os pontos do plano, tais que a soma das distâncias desses pontos a $(-4,0)$ e $(4,0)$ seja sempre igual a 10.	Se a distância entre os pontos é 10 temos: $2a = 10$ $a = \frac{10}{2}$ $a = 5$	Se os focos da elipse são $(-4,0)$ e $(4,0)$ temos: $c = 4$	Logo temos $a^2 = b^2 + c^2$ $5^2 = b^2 + 4^2$ $25 = b^2 + 16$ $b^2 = 25 - 16$ $b^2 = 9$ $b = \pm\sqrt{9}$ $b = 3$	Então a equação da elipse é: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$
--	--	--	---	--

Figura 3: Exemplo de conversão para o conteúdo Cônicas.  
Fonte: os autores.

## 2. Análise dos Resultados

Como o livro didático ainda é um recurso muito utilizado pelos professores nas escolas, e tendo em vista que, para Duval (2013), o acesso ao objeto matemático se dá por meio de suas múltiplas representações, especialmente com atividades cognitivas de tratamento e conversões de representações, decidiu-se investigar como os livros didáticos das coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2015 para o Ensino Médio, se utilizam dos Registros de Representação Semiótica.

Os livros didáticos escolhidos para análise foram os encaminhados pelas editoras para avaliação e escolha no PNLD 2015 à uma escola pública do município de Londrina, os quais são: **L1** Matemática – Contexto e Aplicações do autor Luiz Roberto Dante (Editora Ática); **L2** Novo Olhar Matemática do autor Joamir Roberto de Souza (Editora FTD); **L3** Conexões com a Matemática do autor Fábio Martins de Leonardo (Editora Moderna); **L4** Matemática: ensino médio das autoras Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz, (Editora Saraiva); **L5** Matemática – Paiva do autor Manoel Paiva (Editora Moderna); **L6** Matemática: ciência e aplicações dos autores Gelson Iezzi, et al., (Editora Saraiva).

O quadro 1 apresenta os conteúdos relativos às cônicas abrangidos em cada uma das coleções analisadas.

		L1	L2	L3	L4	L5	L6
<b>Distribuição do conteúdo Cônicas</b>							
Reconhecendo as formas das cônicas		X	X	X	X	X	X
Origem da Parábola		X	X	X	X	X	X
Equação da Parábola	Vértice na Origem	X	X	X	X		X
	Vértice em um ponto qualquer	X	X		X	X	X
Origem da Elipse		X	X	X	X	X	X
Definição e Elementos		X	X	X	X	X	X
Equação reduzida da Elipse	Sobre eixo das abscissas	X	X	X	X	X	X
	Sobre eixo das ordenadas		X	X	X		X
Excentricidade		X	X	X	X	X	X
Origem da Hipérbole		X	X	X	X	X	X
Definição e Elementos		X	X	X	X	X	X
Excentricidade		X	X	X	X	X	X
Equação reduzida da Hipérbole		X	X	X	X	X	X
Assíntotas da Hipérbole		X	X	X	X	X	X
Hipérbole equilátera		X			X	X	X

Quadro 1 – Distribuição dos conteúdos das cônicas nos livros do PNLD.

No Quadro 1 pode-se observar a semelhança dos conteúdos relativos às cônicas apresentados nos livros didáticos. Observou-se divergências em algumas obras que deixaram de apresentar um conteúdo. Como se pode ver que no L5, o conteúdo sobre a equação da parábola com vértice na origem não foi apresentado e que no L3 foi omitida a equação da parábola com vértice em um ponto qualquer. Em L1 e L3 o conteúdo da equação da elipse sobre o eixo das ordenadas também deixou de ser apresentado, assim como o conteúdo hipérbole equilátera não foi registrado em L2 e L3. A omissão desses conteúdos não atrapalha no desenvolvimento da aprendizagem sobre as cônicas, pois os mesmos podem ser adquiridos com a utilização de conhecimentos aprendidos sobre os conteúdos das cônicas.

Em geral, observou-se que todas as coleções apresentam os conteúdos elencados pelas diretrizes curriculares de matemática, porém algumas apresentam maiores detalhamentos que outras.

Em todas as obras avaliadas observou-se que os capítulos referentes às cônicas apresentam aplicações, questões, problemas, informações e pré-requisitos sobre a matéria a ser estudada.

Os conteúdos aparecem nas obras avaliadas com exercícios resolvidos que servem de modelos a serem seguidos pelos alunos na resolução de outros exercícios, o que pode favorecer que o aluno seja um mero repetidor. Sobre isso, Brasil (2011, p. 40) ressalta “essa é uma característica que dificulta as tentativas de o professor conduzir aulas nas quais os alunos

ensem, discutam possíveis soluções e reconheçam a necessidade de ampliação dos conhecimentos”. No final dos capítulos das obras avaliadas existem exercícios complementares, questões de vestibulares, exercícios do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), que tendem a aprofundar os conhecimentos acerca do conteúdo estudado.

Fez-se também uma avaliação dos livros didáticos de acordo com os Registros de Representação Semiótica, onde procurou-se verificar a exposição teórica, os exercícios resolvidos e propostos, a proposta de interação entre os alunos e as contextualizações com outros campos da matemática e extra matemática, no conteúdo das cônicas. Os tratamentos e as conversões também foram avaliados. Tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro e as conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados (DUVAL, apud MACHADO, 2013).

No Quadro 2 são apresentados os tipos de registros identificados nas obras analisadas.

		L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7
<b>Registros Semióticos Utilizados</b>	Língua Natural	X	X	X	X	X	X	X
	Registro Numérico	X	X	X	X	X	X	X
	Registro Algébrico	X	X	X	X	X	X	X
	Registro Gráfico	X	X	X	X	X	X	X
<b>Registros que Envolvem Tratamentos</b>	Língua Natural	X	X	X	X	X	X	X
	Registro Numérico	X	X	X	X	X	X	X
	Registro Algébrico	X	X	X	X	X	X	X
	Registro Gráfico							
<b>Registros que Envolvem Conversões</b>	Língua Natural para registro Algébrico	X	X	X	X	X	X	X
	Registro Algébrico para a língua natural	X	X	X	X	X	X	X
	Língua Natural para o registro gráfico	X	X	X	X	X	X	X
	Registro gráfico para a língua natural							
	Língua natural para o registro numérico	X	X	X	X	X	X	X
	Registro gráfico para o registro numérico	X	X	X	X	X	X	X
	Registro Numérico para o registro gráfico	X	X	X	X	X		X
	Registro algébrico para o registro gráfico	X	X	X	X	X	X	X
Registro gráfico para o registro algébrico	X	X	X	X	X	X	X	

**Quadro 2** – Aspectos analisados nos conteúdos das cônicas.

Na Figura 3 apresenta-se um exemplo de um exercício onde trabalhou-se a conversão da representação gráfico (RG) para a representação algébrica (RA) em uma das obras avaliadas.

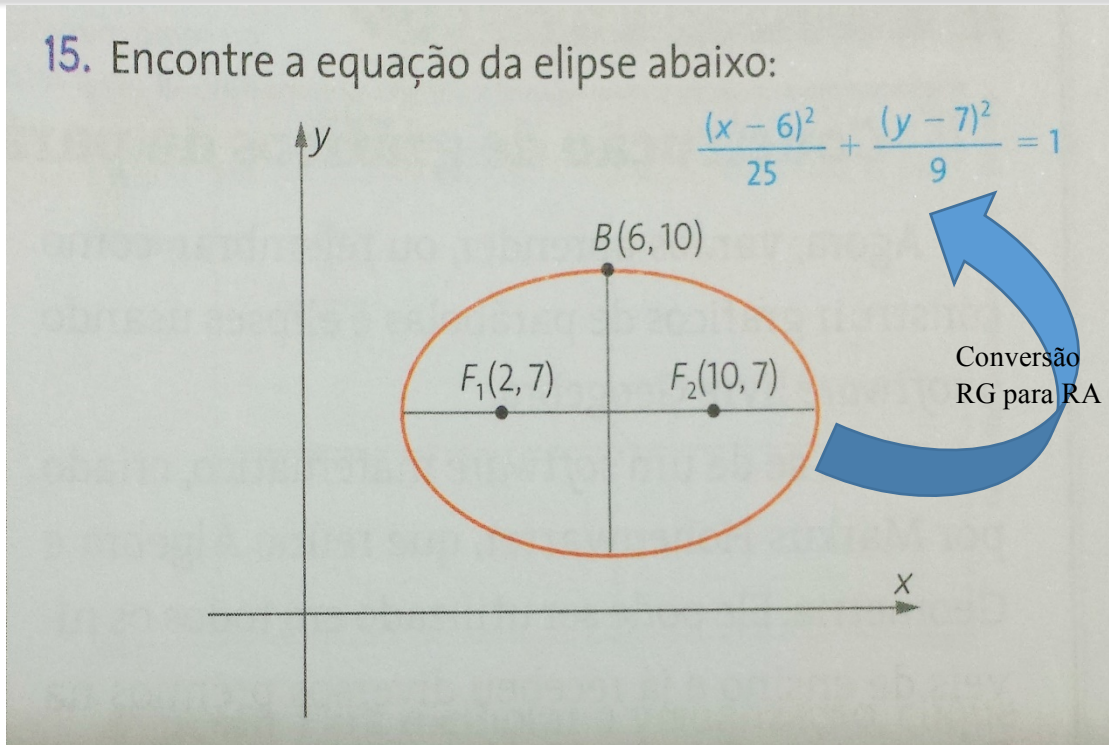


Figura 3 – Conversão do registro gráfico para o registro algébrico (DANTE, 2013, p. 131).

Conforme dito anteriormente, duas atividades cognitivas fundamentais no processo de aprendizagem são o tratamento e a conversão. Nas obras analisadas, observou-se nos exercícios propostos que os registros que envolvem tratamentos ocorrem na língua natural, no registro numérico e no registro algébrico enquanto que as conversões são predominantes em suas variadas formas, conforme vemos no Quadro 2, o que favorece para que ocorra o aprendizado dos conteúdos de forma significativa. Isso porque, segundo Duval (2013, p. 22), “a apreensão conceitual dos objetos matemáticos somente será possível a partir da coordenação, pelo sujeito que aprende, de vários registros de representação”.

Os registros que envolvem tratamentos no registro gráfico ainda deixaram de ser apresentados nos livros avaliados, pois são conteúdos difíceis de serem feitos tratamentos na própria linguagem apresentada. Assim como a conversão do registro gráfico para a língua natural deixou de ser apresentado em todas as obras avaliadas.

Damm (2002) afirma que quanto maior for a mobilidade com registros de representação diferentes do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão deste objeto. Assim percebe-se a importância dos registros de representação semiótica em matemática, pois garantem ao aluno um entendimento melhor e uma aprendizagem matemática através dos tratamentos e da conversão entre os registros.



Então acredita-se que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval possa auxiliar em nossos questionamentos, visando uma maior compreensão dos objetos matemáticos e do processo de aprendizagem.

### 3. Considerações finais

Verificou-se, na análise dos livros didáticos, que os mesmos apresentam atividades que utilizam tratamentos e conversões, as quais podem refletir no modo como o professor conduz suas aulas.

É fato que as ações metodológicas que o professor utiliza em sala de aula podem facilitar, ou não, a aprendizagem matemática dos alunos. Acreditamos que, se bem planejadas e realizadas, podem contribuir para que o aluno desenvolva capacidades de raciocínio, análise, visualização e interpretação, as quais se fazem necessárias na atuação do aluno enquanto cidadão de um mundo globalizado.

Os livros analisados oferecem perspectivas de uma ação docente que coadune com as premissas da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para a aprendizagem matemática. Cabe ao professor disponibilizar-se a trabalhar efetivamente alinhado com tais premissas, e isso pode ser facilitado pela boa escolha do livro didático, pois sabemos que isso é de fundamental importância para que a tarefa da aprendizagem seja realizada de forma eficiente e significativa.

### Referências

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. *Guia de livros didáticos: PNLD 2012: Matemática / Brasília*, 2011.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. *Educação Matemática: uma introdução*. 2.ed. São Paulo: EDUC, 2002. p. 135-153.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. vol. 3. São Paulo, Ática, 2013.



DUVAL, Raymond. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcantara. (Org.) *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. São Paulo: PAPIRUS, 2013.

DUVAL, Raymond. *Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Tradução em casteliano de Myriam Veja Reestrepo. Universidade Del Valle: Peter Lang, 2004.

IEZZI, Gelson, et al. *Matemática: ciência e aplicações*. vol 3. São Paulo: Saraiva, 2010.

LEONARDO, Fabio Martins de. *Conexões com a matemática*. vol. 3. São Paulo: Moderna, 2013.

PAIVA, Manoel. *Matemática: Paiva*. vol. 3. São Paulo, Moderna, 2009.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. *Matemática: ensino médio*. vol 3. São Paulo: Saraiva, 2010.

SOUZA, Joamir. *Novo Olhar Matemática*. vol 3. São Paulo: FTD, 2010.