RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS RELACIONADOS À TEORIA DE GRAFOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Daniel da Rosa Mesquita
UFRGS
mesquitamaster@hotmail.com

Marilaine de Fraga Sant'Ana
UFRGS
marilaine@mat.ufrgs.br

Resumo:
O objetivo deste relato de experiência é descrever e apresentar os resultados decorrentes da aplicação da sequência didática apresentada na dissertação de mestrado do primeiro autor, sob orientação da segunda autora, que utilizou a perspectiva metodológica de ensino da Resolução de Problemas para trabalhar conceitos relacionados à Teoria de Grafos no Ensino Fundamental. A metodologia de pesquisa foi o Estudo de Caso. Pôde-se concluir que o tópico da Matemática escolhido aliado à Resolução de Problemas contribuiu para o desenvolvimento intelectual e matemático, bem como formação de um indivíduo mais autônomo e crítico.
Palavras-chave: Estudo de Caso; Resolução de Problemas; Sequência Didática; Teoria de Grafos.

1. Introdução

O objetivo deste artigo é descrever uma proposta de sequência didática, produto de minha dissertação (Mesquita, 2015), que aliou a perspectiva metodológica da Resolução de Problemas com os conceitos explorados pela Teoria de Grafos. O trabalho debruça-se sobre um Estudo de Caso, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), Ventura (2007) e Gil (1995), realizado em uma turma de sétimo ano do Colégio Província de São Pedro, em Porto Alegre. A turma foi dividida em grupos para incentivar o trabalho cooperativo e as relações interpessoais, bem como viabilizar a capacidade dos alunos de ajudarem uns aos outros. Com o uso de atividades em forma de problemas previamente selecionados, criamos um ambiente desafiador e provocador com o objetivo de possibilitar aos alunos uma compreensão sobre os aspectos históricos que deram origem ao seu estudo, sobre a necessidade desse conhecimento no seu cotidiano, bem como aumentar a suas capacidades de interpretar e resolver problemas.

Fundamentado na perspectiva metodológica da Resolução de Problemas adotada pelo GTERP[1] apresentada nos trabalhos Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2004, 2011), acreditamos que esse roteiro se mostrou o mais adequado para nossa sequência didática, pois ele continha um número maior de passos que outros roteiros metodológicos analisados possibilitando-nos explorar melhor a resolução de um problema.

Nesse trabalho analisaremos apenas a segunda aula de um total de cinco ministradas na sequência didática que buscou viabilizar o contato do aluno da escola básica, mais especificamente, o aluno do Ensino Fundamental, com conceitos ligados à Teoria de Grafos a fim de contribuir para sua formação matemática e intelectual.

2. Resolução de Problemas

Nos últimos vinte anos, muitos pesquisadores têm trabalhado com a Resolução de Problemas, inclusive como uma perspectiva metodológica de ensino. Entre alguns pesquisadores estão Falzetta (2003), que encoraja o uso da Resolução de Problemas para melhorar a aprendizagem, uma vez que o fracasso dos alunos passa pela má interpretação dos enunciados e problemas. Temos também, no livro *Matemática para aprender a pensar* publicado pelos autores Vila e Calejo (2006) que utiliza a Resolução de Problemas como forma de romper com as crenças negativas que os alunos possuem a respeito da Matemática. Já Malta (2008), na sua dissertação de mestrado, aplica a Resolução de Problemas como perspectiva metodológica de ensino para possibilitar a inserção do ensino de Grafos no Ensino Médio.

Polya (2006) e Pozo (1998) desenvolveram pesquisas utilizando a Resolução de Problemas como uma perspectiva metodológica. Eles criaram roteiros metodológicos, nos quais, apresentam os passos a serem seguidos pelos alunos no momento de resolver um problema. Para esse trabalho adotamos o roteiro metodológico do grupo de trabalho GTERP, em cujas pesquisas, o problema é tido como o ponto de partida para a construção de novos conceitos.

[1] Criado em 1992, Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas, GTERP, desenvolve suas atividades no Departamento de Matemática da UNESP-Rio Claro. http://www2.rc.unesp.br/gterp/?q=quem-somos.

ISSN 2178-034X

3. Resolução de Problemas Segundo o GTERP

O grupo GTERP é coordenado desde sua criação em 1992, pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic e é constituído por alunos regulares e ex-alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP- Rio Claro. O GTERP se dedica a trabalhos voltados ao Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática. O GTERP passou a empregar essa palavra composta dentro de uma dinâmica de trabalho para a sala de aula por meio da Resolução de Problemas como metodologia de ensino.

Para o GTERP, essa metodologia de ensino é uma forma pós-Polya de ver a Resolução de Problemas. Nela, o problema é o ponto de partida, no qual os alunos através da Resolução de Problemas devem fazer conexões entre os diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos.

> O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro de gravidade das atividades, passando para os alunos essa responsabilidade pela aprendizagem que pretende atingir. (ONUCHIC, ALLEVATO, 2011, p. 82).

O GTERP (2011) apresenta uma sistematização, ou seja, um roteiro a ser seguido a fim de se resolver um problema. Apresentaremos seus passos:

1. *Preparação do Problema:* o professor seleciona um problema (chamado gerador) visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento.
2. *Leitura Individual:* o professor entrega uma cópia do problema para cada aluno e solicita que seja feita sua leitura;
3. *Leitura em conjunto:* o professor forma grupos e solicita uma nova leitura do problema;
4. *Resolução do Problema:* a partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo buscam resolvê-lo.

5. *Observar e incentivar:* enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa e avalia o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo.
6. *Registro das resoluções no quadro:* os representantes de cada grupo vão para o quadro registrar suas resoluções e discutir sobre as diferentes respostas sejam elas certas ou erradas;
7. *Plenária:* nessa etapa, todos os alunos são convidados a discutir suas respostas;
8. *Busca do consenso*: depois de sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado obtido;
9. *Formalização do conteúdo:* neste momento o professor formaliza a apresentação, em linguagem matemática, os conceitos, princípios e os procedimentos construídos através da Resolução de Problemas, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

4. O Estudo de Caso no Colégio Província de São Pedro em Porto Alegre

A sequência didática, produto da minha dissertação de mestrado, foi realizada em uma escola particular de Porto Alegre, na qual atuo desde 2007, o Colégio Província de São Pedro. A investigação sobre a sequência didática foi desenvolvida como um Estudo de Caso e participaram da prática/sequência didática "Teoria de Grafos no Ensino Fundamental", os alunos de uma de minhas turmas de sétimo ano, ao todo 25 alunos, em novembro de 2014.

Segundo Gil (1995), citado por Ventura (2007), o Estudo de Caso não possui um roteiro fechado ou engessado para que o caso seja delimitado, mas pode ser dividido em quatro fases para que se possa iniciar um trabalho, pesquisa ou investigação.

Na primeira fase, é preciso que o pesquisador estabeleça o que constitui o seu Estudo de Caso, chamado por Gil (1995), de unidade-caso, para que, a partir dessa delimitação, seja possível observar os diversos dados que serão importantes para o entendimento do caso. Em nosso trabalho de pesquisa, a unidade-caso foi uma proposta de desenvolver em um ambiente escolar com grupos de três a seis alunos de sétimo ano do Ensino Fundamental, mediante a perspectiva metodológica da Resolução de Problemas, uma sequência didática que explore conceitos da Teoria de Grafos relacionados a situações-problema.

ISSN 2178-034X

Na segunda fase, é necessário definir os procedimentos de coleta de dados, sejam eles quantitativos ou qualitativos. Para Gil (1995), esses procedimentos são: observações, análise de diversos documentos, entrevistas, questionários entre outros. No nosso trabalho foi utilizado um diário de bordo do professor, no qual foram registradas as minhas observações sobre o transcorrer das aulas no que tange a participação dos alunos, o papel de cada aluno e o meu papel como professor mediador nesse processo. Além disso, foram registradas as atitudes, dúvidas e questionamentos dos grupos. Durante as aulas registrei alguns momentos por fotos, bem como gravações de vídeo para me ajudar a captar mais detalhes que poderiam passar despercebidos durante as minhas observações escritas no diário de bordo. Por fim, também utilizei como procedimentos de coleta de dados, as respostas e os argumentos produzidos pelos grupos a partir do material fornecido a eles em cada aula.

Na terceira fase deve ser feita a seleção, a análise dos dados coletados e as suas interpretações. Após isso, o pesquisador deverá selecionar aqueles que serão importantes para seu trabalho, delimitando assim a coleta de dados realizada. Em nosso trabalho as análises e demais interpretações dos dados, coletados através dos diversos procedimentos, mencionados anteriormente, estão referidas após cada relato e análise de aula/etapa no quarto capítulo de minha dissertação de mestrado.

Na quarta fase, deve ser feito um relatório que deve demonstrar a forma como cada dado foi coletado, a teoria que serviu de base e classificação dos dados, bem como sua validação.

O relatório do meu trabalho de pesquisa está presente em minha dissertação, no quarto capítulo, na forma de relatos e análises em cada uma das aulas da sequência didática.

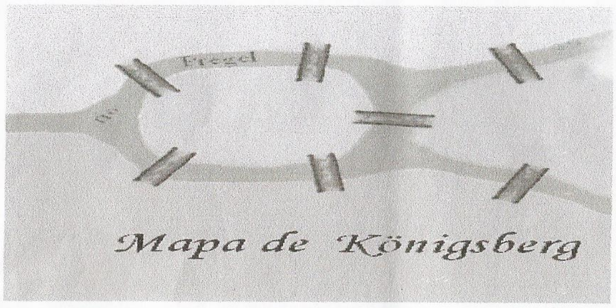
5. Relato e Análises das atividades da Segunda Aula

A segunda aula continha seis atividades, mas os relatos e análises ficaram restritos as duas primeiras. As atividades das Figuras 1.1 e 1.2 a seguir estão apresentadas da mesma forma como os alunos as receberam na época da prática.

Atividade 1: Pontes de Konigsberg

Na cidade de konigsberg, atual Kaliningrado que fica entre a Polônia e a Lituânia, discutia-se nas ruas da cidade a possibilidade de atravessar todas as pontes sem repetir nenhuma. Essa possibilidade havia se tornado uma lenda popular até que Euler, em 1736, solucionou esse problema dando origem a Teoria de Grafos.

Na cidade de Konigsberg 7 pontes cruzam o rio Pregel estabelecendo ligações entre duas ilhas e entre as ilhas e as margens opostas do rio, conforme ilustrado na figura abaixo:



Será possível fazer um passeio pela cidade, começando e terminando no mesmo lugar, cruzando cada ponte exatamente uma vez?

Observação: Para a solução encontrada, sendo o passeio possível ou não, o grupo deve apresentar ao menos um argumento que sustente a mesma.

Figura 1.1: Atividade 1 fornecida para os grupos.
Fonte: Arquivos do autor

Atividade 2: O grupo deve encontrar, para cada figura abaixo, um caminho que passe todos os pontos(vértices) percorrendo todas as arestas (linhas que ligam os pontos) uma única vez, sem tirar o lápis ou a caneta do papel.

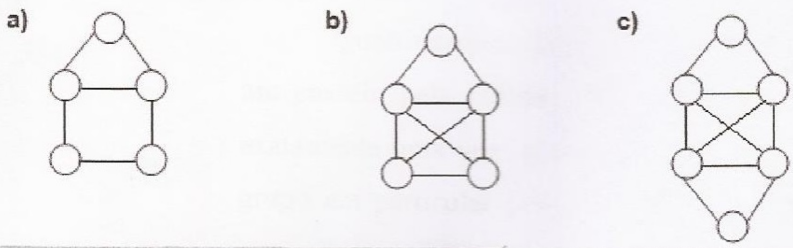


Figura 1.2: Atividade 2 fornecida para os grupos.
Fonte: Arquivos do autor

A partir da segunda aula estabelecemos a unidade-caso que é a primeira etapa do Estudo de Caso segundo Gil (1995), pois dividimos a turma em grupos de três a seis alunos delimitando, por meio da sequência didática aliada à perspectiva metodológica da Resolução de Problema, nosso público alvo. Cada atividade ou problema da sequência foi preparado de acordo com o primeiro passo do roteiro metodológico proposto pelo GTERP (2004), que é justamente a *preparação do problema,* na qual o professor deve selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Na primeira atividade, os grupos deviam encontrar uma possível solução para o problema das Pontes de Konigsberg. Assim, solicitei aos componentes de cada grupo que fizessem uma *leitura individual* (segundo passo), sobre cada atividade, mais especificamente, sobre o problema das "Pontes de Konigsberg" para que os alunos fossem desenvolvendo suas primeiras ideias. Num segundo momento, solicitei aos alunos uma *leitura em conjunto* (terceiro passo) e, pude perceber que os alunos trocavam ideias e argumentavam entre eles o porquê de tais ideias e soluções encontradas, muitos grupos rabiscavam o desenho recebido a fim de encontrar uma possível solução.

Note que essa etapa, na qual os alunos tentam resolver o problema ou a situação proposta, é classificada pelo GTERP (2011) como *Resolução do Problema* (quarto passo). Alguns grupos, ou por não entender o problema ou por falta de interesse, tiveram mais dificuldades. Para esses grupos, minha estratégia foi incentivar e estimular com algumas ideias (quinto passo, *observar e incentivar*), de forma que eles pudessem voltar a se interessar em resolver o problema ou ajudar os grupos na compreensão do que o exercício realmente está pedindo. Quatro grupos (80%), concluíram na primeira atividade que não era possível fazer um passeio pela cidade, começando e terminando no mesmo lugar, cruzando cada ponte exatamente uma vez, pois havia um número ímpar de pontes entre as margens e ilhas. Um grupo em particular percebeu que se fossem incluídas uma ou mais pontes seria possível. Neste caso, o grupo inventou uma solução criativa para esse problema, ou seja, incluem-se pontes e o problema está resolvido. A seguir as Figuras 1.3 e 1.4 mostram algumas das respostas apresentadas pelos grupos sobre atividade 1.

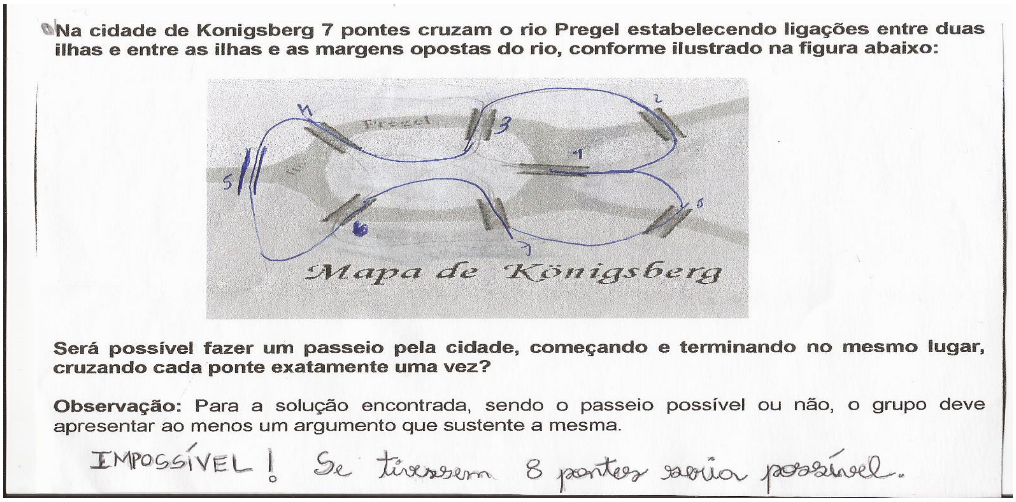
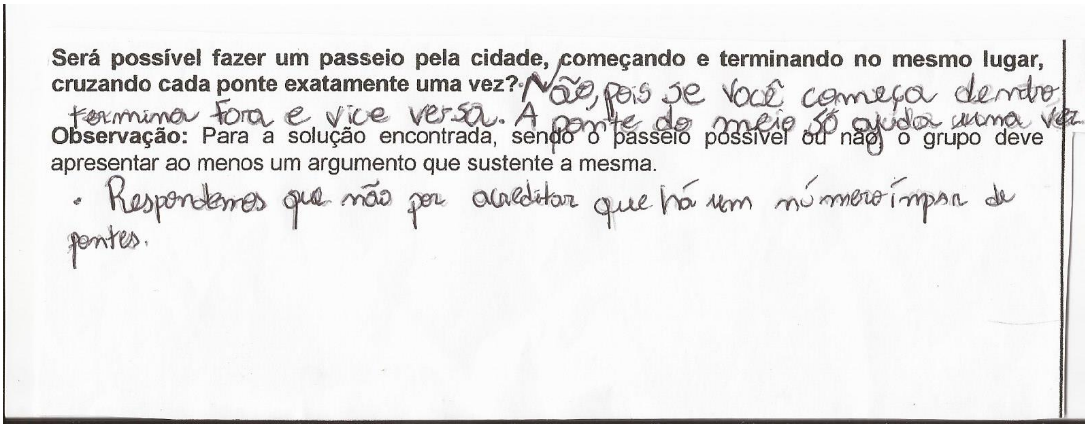


Figura 1.3: Resolução da atividade 1.
Fonte: Arquivos do autor.

Note que na Figura 1.3, na página 7, um grupo sugeriu incluir uma ponte para encontrar uma solução alternativa. A imagem traz consigo até uma sequência de 1 a 8 mostrando o caminho percorrido, bem como a inclusão de uma ponte à caneta (ao lado do número 5).


Será possível fazer um passeio pela cidade, começando e terminando no mesmo lugar, cruzando cada ponte exatamente uma vez? Não, pois se você começa dentro termina fora e vice versa. A ponte do meio só ajuda uma vez.

Observação: Para a solução encontrada, sendo o passeio possível ou não, o grupo deve apresentar ao menos um argumento que sustente a mesma.

- Respondemos que não por acreditar que há um número ímpar de pontes.

Figura 1.4: Resolução da atividade 1.
Fonte: Arquivos do autor.

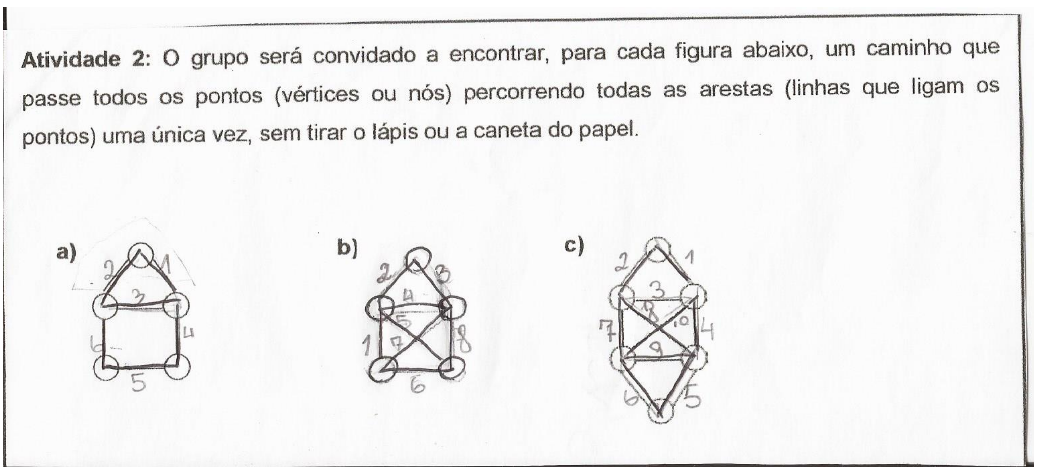
Já na Figura 1.4 o grupo argumentou que não era possível fazer a travessia por haver um número ímpar de pontes. Essa argumentação se mostra válida quando definimos Caminho Euleriano na aula seguinte (passo 9 do roteiro metodológico, que é a formalização dos conceitos).

Solicitei aos representantes de cada grupo que fossem até o quadro de aula e registrassem suas resoluções e demais considerações (sexto passo, *registro das resoluções no quadro*). Nessa etapa estabelecemos uma *Plenária* (sétimo passo), na qual os alunos discutiam suas respostas e demais ponderações. No final dessa atividade e logo após a Plenária, tentei sanar as diferentes dúvidas e chegar a um consenso geral sobre a atividade (oitavo passo, *busca do consenso*). A busca do consenso se deu a partir das resoluções dos alunos, pois verificamos todas no quadro de aula e procuramos buscar uma resposta ou uma resolução que pudesse explicar os motivos pelos quais não era possível fazer esse passeio pelas Pontes de Konigsberg.

Um grupo, em especial, chamou minha atenção, pois argumentou que após algumas tentativas concluiu que não era possível fazer esse passeio, pois o número de pontes que saiam de cada margem ou ilha não era par. Além disso, eles me perguntaram se só isso g

arantia um bom argumento para a não realização do passeio. Respondi que não podia dizer, mas incentivei-os a procurar outro argumento ou melhorar o anterior. Após um tempo, o grupo disse que conseguiu encontrar um caminho com duas margens ou ilhas que possuíssem um número ímpar de pontes saindo delas. Isso foi muito interessante, pois tinha relação direta com a definição de Caminhos Eulerianos, que seria explorada na aula seguinte.

Na segunda atividade, na qual os grupos se deparavam com três figuras, os alunos deviam reproduzi-las sem tirar o lápis/caneta do papel e respeitando as regras da atividade. Na atividade, os grupos fizeram uma leitura individual da atividade e posteriormente uma leitura em conjunto (passos 2 e 3 do roteiro metodológico). A partir disso, os grupos executaram o quarto passo que é buscar a resolução do problema. Durante o período em que os alunos buscavam resolver essa atividade eu incentivava e estimulava o trabalho colaborativo (quinto passo) entre os integrantes dos diversos grupos, principalmente aqueles que apresentavam maiores dificuldades. Dos cinco grupos, um (20%), não conseguiu resolver essa atividade, pois, como as figuras estavam em sequência, ao resolver a primeira, ficaria mais fácil resolver as próximas e, esse grupo, não conseguiu resolver a primeira. Todos os outros grupos conseguiram resolver a atividade, sendo dois por tentativa e erro. É interessante destacar nessa atividade que dois grupos (40%), que acertaram essa atividade, nomearam os vértices com números e as arestas, como segmentos orientados, mesmo nunca tendo discutido esse tipo de resolução em aula. Outro grupo (20%) colocou a sequência de vértices a serem seguidos para formar o caminho solicitado pela atividade. A seguir as Figuras 2.1 e 2.2 apresentam algumas das soluções encontradas pelos grupos:


Atividade 2: O grupo será convidado a encontrar, para cada figura abaixo, um caminho que passe todos os pontos (vértices ou nós) percorrendo todas as arestas (linhas que ligam os pontos) uma única vez, sem tirar o lápis ou a caneta do papel.

a) b) c)

Figura 2.1: Resolução da atividade 2.
Fonte: Arquivos do autor.

Nota-se que a solução encontrada pelo grupo apresenta vértices numerados e segmentos não orientados.

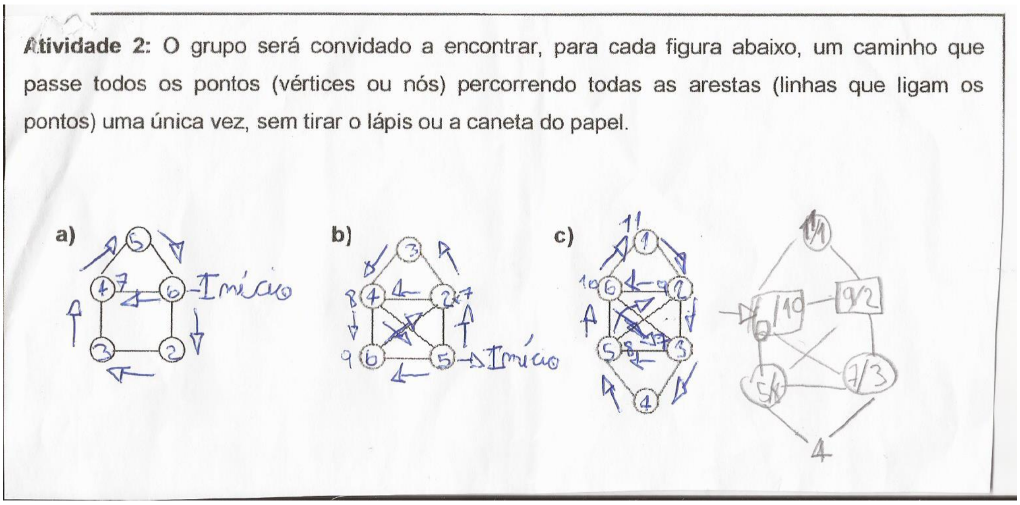


Figura 2.2: Resolução da atividade 2.
Fonte: Arquivos do autor.

Já na Figura 2.2 um grupo apresenta uma solução com vértices numerados e segmentos orientados, ou seja, uma solução um pouco mais completa que aquela apresentada na Figura 2.1. Importante ressaltar, que ao final, da aula solicitei aos representantes de cada grupo que mostrassem no quadro de aula suas resoluções (passo 6) e a partir delas discutir (passo 7) e encontrar uma resolução comum, ou seja, uma generalização ou um consenso acerca das respostas encontradas (passo 8). Nota-se aqui uma ideia intuitiva na resolução desse tipo de atividade. Na terceira aula, os grupos tiveram mais alguns minutos para finalizar os seis problemas/tarefas da segunda aula. Além disso, formalizamos os conceitos trabalhados na aula anterior como, por exemplos: vértices, arestas, Grafos e Caminhos Eulerianos.

6. Considerações Finais

O objetivo desse trabalho foi mostrar parte da sequência didática, produto de minha dissertação de mestrado, na qual pude encontrar uma forma de auxiliar os alunos a desenvolverem suas capacidades de interpretação e argumentação quando esses se deparam com um problema. Assim, por meio da aliança entre a perspectiva metodológica da Resolução de Problemas e a Teoria de Grafos para trabalhar conceitos matemáticos, no Ensino Fundamental, desenvolvemos e aplicamos uma sequência didática que explorou esses conceitos de forma contextualizada com as realidades e experiências de cada aluno.

O roteiro metodológico, elaborado pelo GTERP (2011), apresentado nesse trabalho pode ser considerado uma resposta eficaz, uma vez que a maioria dos grupos realizou as atividades seguindo as etapas da Resolução de Problemas.

A partir das análises realizadas sobre os resultados obtidos da sequência, seja por meio dos registros escritos pelos alunos ou pelos registros de fotos e vídeos (segunda e terceira etapas do Estudo de Caso), foi possível afirmar que o trabalho foi válido, pois tínhamos como objetivo observar se os alunos poderiam desenvolver a capacidade de apresentar argumentos matemáticos ou estabelecer estratégias de resolução para os problemas propostos. Obtivemos evidências desta capacidade em muitas atividades, como no exemplo da aula 2, quando um grupo argumenta que acrescentando uma oitava ponte ao problema das "Pontes de Konigsberg" o problema seria resolvido.

Desde o início tivemos muito cuidado com o planejamento, com a forma com que a sequência didática seria posta em prática, com a escolha do público-alvo, ou seja, a minha unidade-caso (primeira etapa do Estudo de Caso). Sabemos que a validade de nossa sequência só foi possível devido a esse planejamento, bem como com as reflexões e análises dos resultados finais (quarta fase do estudo de Caso).

A metodologia escolhida para o desenvolvimento e aplicação dessa sequência didática foi adequada, pois ao analisar os resultados percebemos que grande parte dos grupos apresentou aprendizagem dos conceitos abordados e, a metodologia, com certeza, é uma das causas disso. Defendemos a Resolução de Problemas como perspectiva metodológica por ter suas potencialidades comprovadas durante nossa prática, uma vez que auxiliou os grupos a organizarem suas ideias para resolverem as atividades propostas, favorecendo, muitas vezes, as relações com outras áreas do conhecimento.

7. Referências Bibilográficas

ECHEVERRÍA, M.D.P.P. **A Solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender.** ArtMed, Porto Alegre, 1998, ch. A solução de problemas em Matemática.

FALZETTA, Ricardo. **Quebre Cinco Tabus da Resolução de Problemas.** Revista Nova Escola. São Paulo, 160 ed. 2003.

FIORENTINI, Dario & LORENZATO, Sérgio **Investigação em educação matemática percursos teóricos e metodológicos.** Campinas, São Paulo, Autores associados, 2007.

MALTA, Gláucia Helena Sarmento, **Grafos no Ensino Médio: uma inserção possível.** Porto Alegre: PPGEM da UFRGS, 2008.

MESQUITA, Daniel da Rosa, **Resolução de Problemas relacionados à Teoria de Grafos no Ensino Fundamental**. Porto Alegre: PPGEM da UFRGS, 2015.

ONUCHIC, L.R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: Bicudo, M.A.V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. P. 199-220.

ONUCHIC, L.R., ALLEVATO, N.S.G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In Bicudo, M.A.V. & BORBA, M.C. (orgs.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. S. Paulo: Cortez, 2004.p.213-231.

ONUCHIC, L.R., ALLEVATO, N.S.G. **Pequisa em Resolução de Problemas:** caminhos, avanços e novas perspectivas. Revista Bolema, Rio Claro, SP, v. 25, n.41 p. 73-98, dez. 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**, Interciência, Rio de Janeiro, 2006.

POZO, J.I., **A Solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. ArtMed, Porto Alegre, 1998.

VENTURA, Magda Maria. **O Estudo de Caso como Modalidade de Pesquisa.** Revista Socerj, Rio de Janeiro, V. 20, n.5, p.383-386, set/out, 2007.

VILA, Antoni; CALLEJO, Maria Luz. **Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas.** Porto Alegre: Artmed, 2006.