RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: PARA PENSAR SOBRE OS EQUÍVOCOS COMETIDOS POR ESTUDANTES

Keli Cristina Conti
FaE/UFMG
keli.conti@gmail.com

Conceição Aparecida Cruz Longo
GEPRAEM/UFSCar
cac.longo2@gmail.com

Resumo:
Este relato apresenta a resolução de problemas como uma metodologia para a construção do conhecimento matemático. O caminho escolhido foi selecionar alguns problemas matemáticos para serem resolvidos por estudantes do 5º ano do ensino fundamental. Após a resolução dos problemas, percebemos recorrentes erros cometidos por estes estudantes. Erros estes, que separamos em dois grupos: o primeiro sobre os equívocos cometidos pelos estudantes e o segundo sobre a aplicação direta dos algoritmos operatórios. Em ambos os casos, nossa intenção não foi de analisar os erros cometidos por estes estudantes e sim de propor uma reflexão sobre o nosso papel de professor frente ao desafio de refletir sobre a nossa prática, na prática.

Palavras-chave: Educação Matemática; Resolução de problemas; Formação de professores; Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

1. Introdução

A Resolução de Problemas tem se constituído há alguns anos como uma metodologia para a construção do conhecimento matemático. Segundo Onuchic (2008, p. 01), “registros de problemas matemáticos são encontrados na história antiga egípcia, chinesa, babilônica e grega. São, ainda, encontrados problemas em livros-texto de Matemática dos séculos XIX, XX e até nos dias de hoje”.

Neste relato de experiência pretendemos propor uma reflexão crítica sobre a especificidade da prática pedagógica na resolução de problemas de matemática considerando, para esta reflexão, problemas resolvidos por alunos do 5º ano do ensino fundamental de diferentes escolas, aplicados por professoras colaboradoras deste nosso trabalho[1].

[1] Optamos por manter em anonimato o nome das professoras, a qual chamamos colaboradoras, bem como o nome das escolas e alunos envolvidos neste trabalho.

Nossa intenção não é propor ao professor metodologias diferenciadas na resolução de problemas, mas sim despertar "um pensar" sobre o que pode estar imbricado na solução de alguns problemas matemáticos considerando os equívocos cometidos por estudantes, a evidência da aplicação direta de algoritmos e como os estudantes "enxergam" e interpretam os enunciados dos problemas propostos.

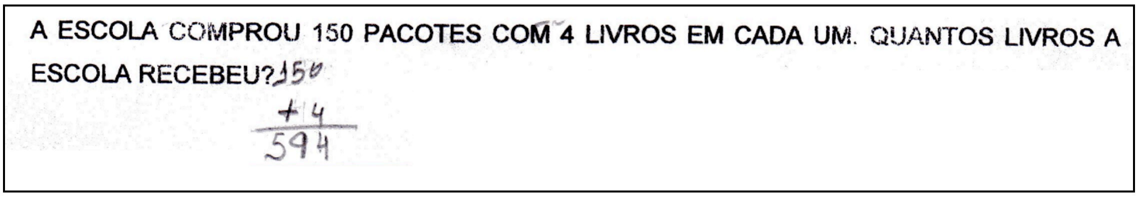
Selecionamos alguns problemas matemáticos[2] e orientamos nossas professoras colaboradoras para que reproduzissem esses problemas para serem resolvidos por seus alunos em uma de suas aulas, levando em conta o nível dos estudantes.

Inicialmente nossa intenção foi de olhar para as resoluções dos problemas procurando diferentes modos de resolver um mesmo problema, mas ao observarmos essas resoluções fomos surpreendidos por recorrentes equívocos cometidos pelos alunos ao resolverem os problemas, também nos chamou a atenção a aplicação direta de algoritmos operatórios. Assim, decidimos compartilhar essa experiência propondo uma reflexão sobre o nosso papel de professor frente ao desafio de refletir sobre a prática, na prática.

2. Para pensar mais sobre os equívocos cometidos por estudantes

Problema 1: A escola comprou 150 pacotes com 4 livros em cada um. Quantos livros a escola recebeu? (Figura1)

Figura 1: Problema 1


A ESCOLA COMPROU 150 PACOTES COM 4 LIVROS EM CADA UM. QUANTOS LIVROS A ESCOLA RECEBEU? 150
+4
594

Fonte: Arquivo das autoras.

[2] Todos os problemas propostos foram retirados do encarte especial da Revista Nova Escola disponível nos sites: http://revistaescola.abril.com.br/matematica/especial/campo-multiplicativo/atividades.pdf e http://revistaescola.abril.com.br/matematica/especial/campo-aditivo/atividades.pdf

Neste caso, o estudante tentou usar o algoritmo convencional da multiplicação, mas ao invés de multiplicar os numerais, ele somou (Quadro 1).

Quadro 1: Resolução do problema pelo algoritmo e de forma equivocada.

Algoritmo convencional da multiplicação	Operação realizada pelo estudante
2 150 X 4 600	150 + 4 594 4 + 0 = 4 4 + 5 = 9 4 + 1 = 5

Fonte: Arquivo das autoras.

Segundo Mendonça (1996),

> Um algoritmo é uma sequência de passos pré-estabelecidos que, se seguidos, devem levar ao sucesso de uma tarefa. Isto é, se executarmos, numa sequência, os passos elaborados para realizar um algoritmo de uma operação matemática, estes certamente nos levarão a um resultado correto (Mendonça, 1996, p. 57).

Para algoritmo convencional, a mesma autora, afirma ser a técnica ensinada passo a passo para chegar a um resultado:

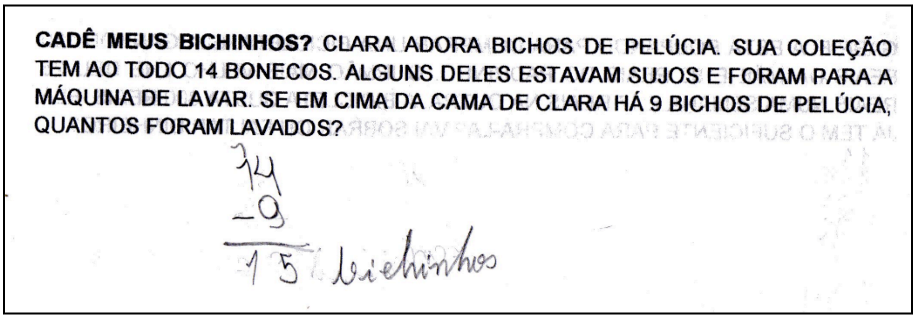
> A técnica do "vai um" é o algoritmo convencional da adição e os seus passos, numa sequência, são: 1o. passo, colocar os números a serem somados na posição vertical, unidade sobre unidade, dezena sobre dezena e assim por diante; 2o. passo, somar as unidades; 3o. passo, se a soma das unidades ultrapassar 10, "vai uma ou mais dezenas" para a coluna das dezenas e... assim por diante. Em geral, os algoritmos convencionais apresentam a forma mais econômica e resumida de realizar, por escrito, o cálculo de uma operação (Mendonça, 1996, p. 57).

E nós, professores, quanto temos refletido sobre as vantagens de ensinar apenas os algoritmos convencionais em detrimento de motivá-los e ajudá-los a criar e usar outros algoritmos?

Outro exemplo de erro na aplicação direta dos algoritmos convencionais encontramos no problema seguinte:

Problema 2: Clara adora bichos de pelúcia. Sua coleção tem ao todo 14 bonecos. Alguns deles estavam sujos e foram para a máquina de lavar. Se em cima da cama de Clara há 9 bichos de pelúcia, quantos foram lavados? (Figura 2).

Figura 2: Problema 2


CADÊ MEUS BICHINHOS? CLARA ADORA BICHOS DE PELÚCIA. SUA COLEÇÃO TEM AO TODO 14 BONECOS. ALGUNS DELES ESTAVAM SUJOS E FORAM PARA A MÁQUINA DE LAVAR. SE EM CIMA DA CAMA DE CLARA HÁ 9 BICHOS DE PELÚCIA, QUANTOS FORAM LAVADOS?

14
-9
15 bichinhos

Fonte: Arquivo das autoras.

Do nosso ponto de vista, um problema simples que facilmente poderia ser resolvido por meio do cálculo mental. Ao “armar a conta”, este estudante ao invés de usar a técnica do “empresta” ou da “destroca”, da subtração usou a técnica do “vai um” da adição e como de quatro não era possível subtrair nove unidades, ela fez o contrário, já que de nove era possível subtrair quatro. Na técnica da “destroca”, o estudante deveria desmanchar a dezena (1), e uni-las às unidades, que passariam a ser “14”, situação em que seria possível retirar 9 unidades. Isso também é chamado de “empresta 1” da dezena. Com o “empréstimo”, passo a ter 14 unidades. De qualquer forma, nessa situação preferimos a utilização do cálculo mental, mas no caso do uso de alguma técnica, preferimos a utilização do termo “destroca”.

Também se percebe que o estudante não verificou que ele encontrou como resultado final um número maior de bichos de pelúcia que tem a coleção de bichos de Clara.

ISSN 2178-034X

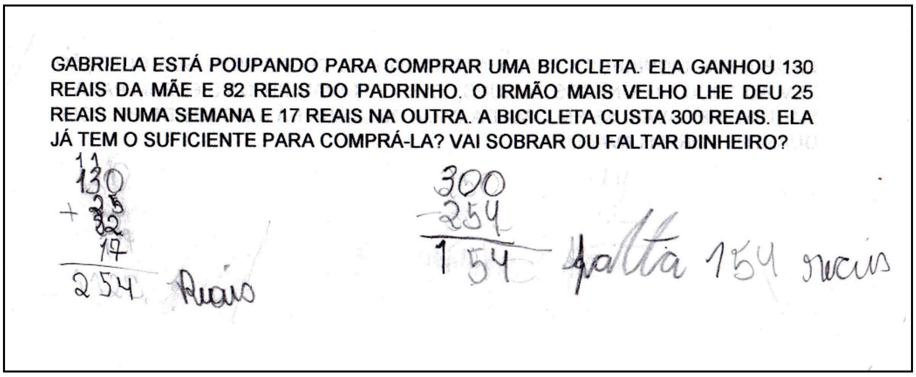
Sendo assim, o quanto nós professores temos refletido e incentivado sobre o uso das estratégias de cálculo mental em nossas aulas? No nosso cotidiano e no cotidiano de nossos estudantes, quando nos deparamos com algum problema matemático, geralmente realizamos os cálculos mentalmente ou usando os algoritmos convencionais?

Provavelmente, calcularíamos esse resultado mentalmente, ou estimaríamos um valor aproximado para ele.

A falta de trabalho com estimativa também tem levado os estudantes a resolverem erradamente problemas, como encontramos no exemplo seguinte.

Problema 3: Gabriela está poupando para comprar uma bicicleta. Ela ganhou 130 reais da mãe e 82 reais do padrinho. O irmão mais velho lhe deu 25 reais numa semana e 17 reais na outra. A bicicleta custa 300 reais. Ela já tem o suficiente para compra-la? Vai sobrar ou faltar dinheiro? (Figura 3).

Figura 3: Problema 3 – resolução do estudante 1


GABRIELA ESTÁ POUPANDO PARA COMPRAR UMA BICICLETA. ELA GANHOU 130 REAIS DA MÃE E 82 REAIS DO PADRINHO. O IRMÃO MAIS VELHO LHE DEU 25 REAIS NUMA SEMANA E 17 REAIS NA OUTRA. A BICICLETA CUSTA 300 REAIS. ELA JÁ TEM O SUFICIENTE PARA COMPRÁ-LA? VAI SOBRAR OU FALTAR DINHEIRO?

130 + 25 + 82 + 17 = 254 Reais

300 − 254 = 154 falta 154 reais

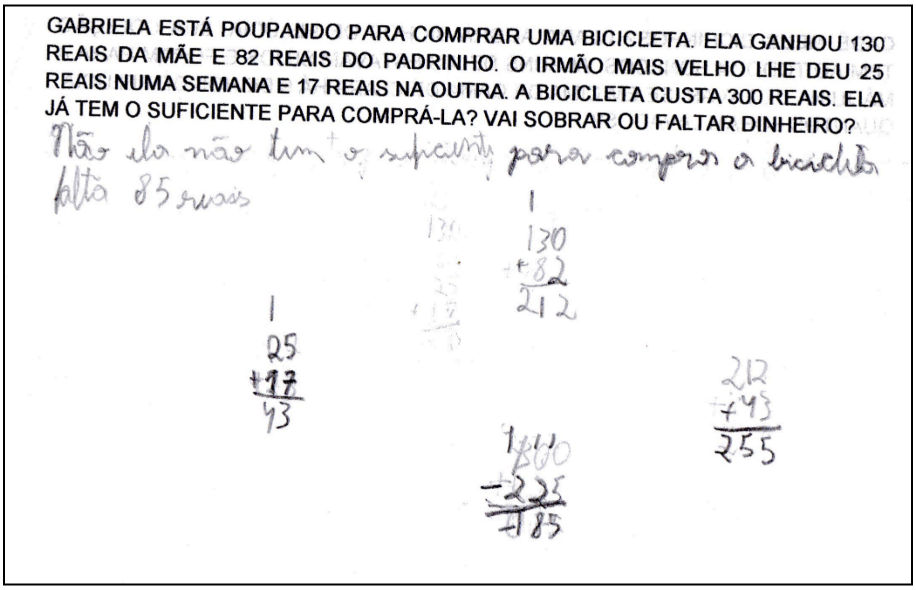
Fonte: Arquivo das autoras.

Para este estudante ficou claro que ele deveria somar os ganhos de Gabriela: 130 + 82 + 25 + 17 = 254. Também está claro que para saber se irá faltar os sobrar dinheiro ele deve subtrair essa quantidade de 300. Ao realizar o algoritmo convencional da subtração, este estudante executou este processo erroneamente.

Percebe-se que, este estudante não estimou o resultado final encontrado por ele: 154 reais. Precisamos refletir o quanto temos estimulados os estudantes a estimarem os resultados de uma conta, ou seja, ler uma conta e imaginar um resultado aproximado. Quando comparados – resultado estimado com resultado encontrado por meio de “uma conta” – forem muito diferentes é preciso refazê-los. Nesse movimento de refazer “uma conta” o estudante buscará refazer o caminho anteriormente percorrido, o que, provavelmente o levará a encontrar o resultado correto.

Este mesmo problema foi resolvido por outro estudante que mostra dominar as técnicas dos algoritmos convencionais da adição, mas não se dá conta de um erro no cálculo de 25 + 17, colocando como resultado 43 quando o resultado correto era 42. Outro equívoco cometido foi quando o estudante calculou a diferença entre o valor que Gabriela já tem com o valor da bicicleta, ao invés de subtrair 255 (valor errado encontrado pelo estudante) de 300, este calculou a diferença entre 300 e 225. Neste cálculo percebe-se que o estudante não tem o domínio das técnicas de resolução da subtração e nem de estimativa, pois encontrou como resultado final o valor de 185 reais (Figura 4). Além disso, ao escrever a resposta, este usou como resultado 85 reais, o que nos leva a questionar o quanto este estudante estava atento em responder à questão, ou revisar seus procedimentos ou ainda fazer a retomada do problema.

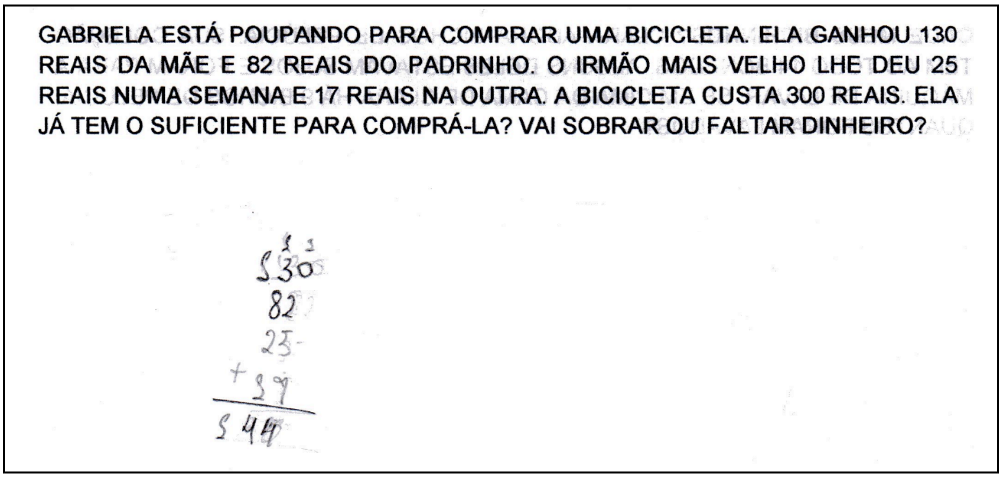
Figura 4: Problema 3 – resolução do estudante 2.



Fonte: Arquivo das autoras.

Para o próximo estudante, percebemos como ele usa parte das etapas do algoritmo convencional da adição. Observamos que ele coloca os números na posição vertical corretamente, mas inicia a soma da esquerda para a direita, ou seja, começa somando as centenas. Na casa das dezenas, este, soma corretamente os numerais, e o “vai um” fica na casa das dezenas, sendo ignorado quando este soma as unidades, que também leva o “mais um”, também ignorado na sentença. E também, desconsidera o segundo cálculo do problema: calcular se vai sobrar ou faltar dinheiro. Como não havia resposta, não pudemos saber mais sobre a subtração ou as ideias do estudante sobre a quantidade, se é suficiente ou insuficiente para a compra da bicicleta (Figura 5).

Figura 5: Problema 3 – resolução do estudante 3.


GABRIELA ESTÁ POUPANDO PARA COMPRAR UMA BICICLETA. ELA GANHOU 130 REAIS DA MÃE E 82 REAIS DO PADRINHO. O IRMÃO MAIS VELHO LHE DEU 25 REAIS NUMA SEMANA E 17 REAIS NA OUTRA. A BICICLETA CUSTA 300 REAIS. ELA JÁ TEM O SUFICIENTE PARA COMPRÁ-LA? VAI SOBRAR OU FALTAR DINHEIRO?

Fonte: Arquivo das autoras.

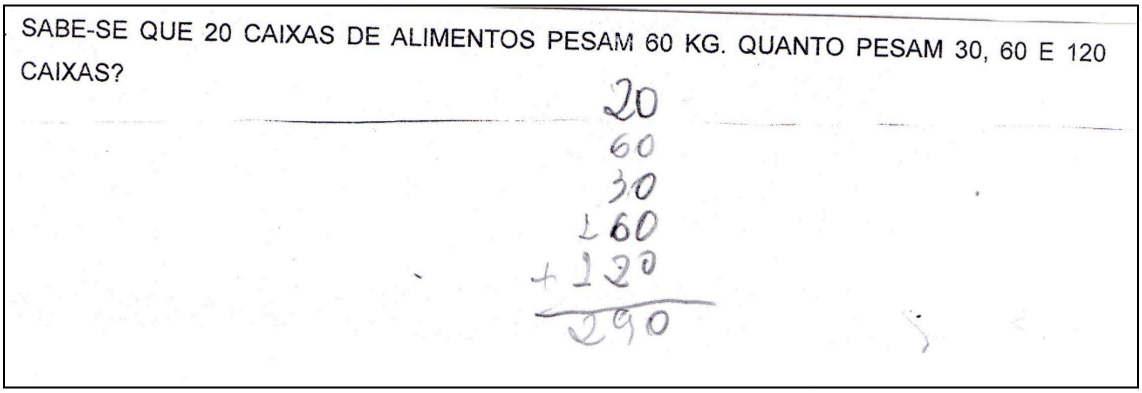
3. Para pensar mais sobre a aplicação direta dos algoritmos operatórios

Mais comum do que possamos imaginar, muitos de nossos estudantes retiram os dados numéricos dos problemas e efetuam cálculos com estes números, totalmente descontextualizados dos dados dos problemas. Executam geralmente a operação de adição com estes números e chegam a resultados, muitas vezes absurdos.

Problema 4: Sabe-se que 20 caixas de alimentos pesam 60 kg. Quanto pesam 30, 60 e 120 caixas.

Para refletirmos sobre a mera aplicação do algoritmo convencional da adição com todos os números que aparecem no enunciado do problema, separamos dois exemplos, que chamamos de “resolução do estudante 1” (Figura 6) e do “estudante 2” (Figura 7).

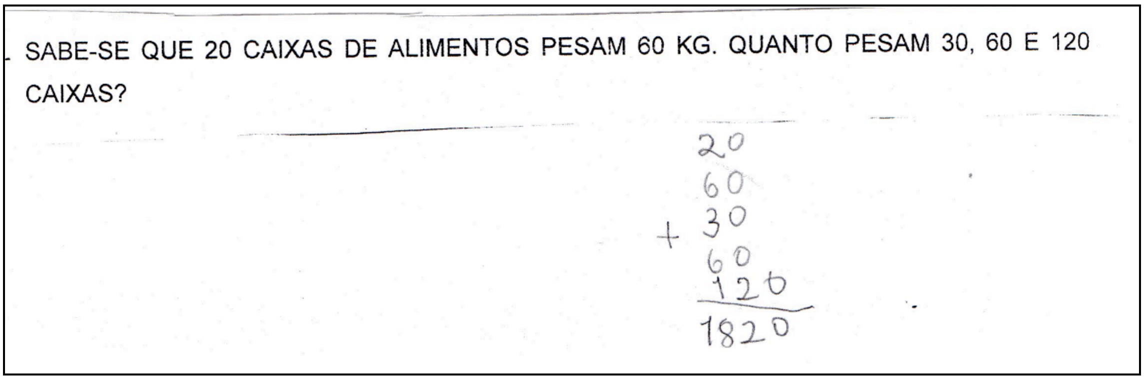
Figura 6: Problema 4 – resolução do estudante 1.


SABE-SE QUE 20 CAIXAS DE ALIMENTOS PESAM 60 KG. QUANTO PESAM 30, 60 E 120 CAIXAS?

20
60
30
60
+120
290

Fonte: Arquivo das autoras.

Figura 7: Problema 4 – resolução do estudante 2.


SABE-SE QUE 20 CAIXAS DE ALIMENTOS PESAM 60 KG. QUANTO PESAM 30, 60 E 120 CAIXAS?

20
60
+ 30
60
120
1820

Fonte: Arquivo das autoras.

Em ambos os casos, os valores numéricos foram retirados do enunciado do problema (20, 60, 30, 60 e 120) e formam colocados na posição vertical e na ordem que aparecem no enunciado. O primeiro estudante realiza esse cálculo corretamente, pois obedece à técnica “unidades embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena” e assim por diante, já o estudante 2 não obedeceu essa regra, colocando o numeral 120 na posição equivocada.

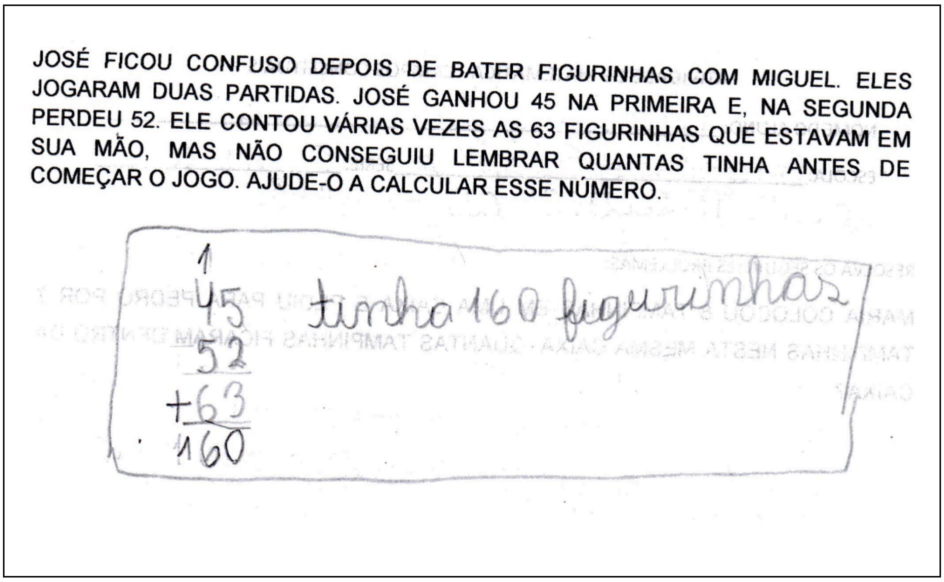
Percebe-se que estes estudantes em nenhum momento refletiram sobre a proposta do problema, neste caso a de proporcionalidade. Uma causa pode estar no tipo de problemas que estamos trabalhando com esses estudantes.

Vejam como o mesmo ocorreu na resolução deste outro problema por um outro estudante, ou seja, retiram os valores do enunciado, na ordem em que aparecem:

ISSN 2178-034X

Problema 5: José ficou confuso depois de bater figurinhas com Miguel. Eles jogaram duas partidas, José ganhou 45 na primeira e, na segunda, perdeu 52. Ele contou várias vezes as 63 figurinhas que estavam em sua mão, mas não conseguiu lembrar quantas tinha antes de começar o jogo. Ajude-o a calcular esse número (Figura 8).

Figura 8: Problema 5


JOSÉ FICOU CONFUSO DEPOIS DE BATER FIGURINHAS COM MIGUEL. ELES JOGARAM DUAS PARTIDAS. JOSÉ GANHOU 45 NA PRIMEIRA E, NA SEGUNDA PERDEU 52. ELE CONTOU VÁRIAS VEZES AS 63 FIGURINHAS QUE ESTAVAM EM SUA MÃO, MAS NÃO CONSEGUIU LEMBRAR QUANTAS TINHA ANTES DE COMEÇAR O JOGO. AJUDE-O A CALCULAR ESSE NÚMERO.

1
45
52
+63
160

tinha 160 figurinhas

Fonte: Arquivo das autoras.

Temos propostos diferentes tipos de problemas para estes estudantes, ou ainda estamos nos prendendo apenas à problemas do tipo padrão que podem ser resolvidos com a aplicação direta de algoritmos?

Para Dante (2009) um problema padrão é aquele cuja a solução está contida no próprio enunciado e que para que se possa revolvê-lo o estudante apenas precisa usar um algoritmo conhecido.

Ora, se o estudante conhece apenas esse tipo de problema e este por sua vez, domina bem o algoritmo da adição fica evidente que ao ler o problema estes estudantes optaram em retirar os dados numéricos do problema e fazer uma adição com eles.

4. Palavras finais

Resolver problemas sempre foi um desafio para alunos e professores. Frente a este desafio Onuchic e Allevato (1999) afirma que é fundamental que o professor, ao programar essa metodologia, reflita sobre algumas questões, tais como:

> Isso é um problema? Por quê? Que tópicos de matemática precisam ser iniciados com esse problema? Haverá necessidade de se considerar problemas menores (secundários) associados a ele? Para que séries você acredita ser este problema adequado? Que caminhos poderiam ser percorridos para se chegar à sua solução? Como observar a razoabilidade das respostas obtidas? Você, como professor, teria dificuldade em trabalhar este problema? Que grau de dificuldade você acredita que seu aluno possa ter diante desse problema? Como relacionar o problema dado com aspectos sociais e culturais? Onuchic e Allevato (1999, p. 216)

Questões estas que, quando refletidas, podem influenciar diretamente o trabalho do professor quando este elabora e propõe problemas para serem resolvidos. Entendemos que propor diferentes tipos de problemas, incentivar os estudantes a resolverem de diferentes maneiras um mesmo problema e concebê-los como sujeitos ativos que constroem seus próprios conhecimentos podem contribuir para que erros comuns de aplicação direta de algoritmos convencionais possam ser amenizados.

Encerramos nossa reflexão destacando as ideias de Panizza (2006) que destaca a importância de considerar as diversas maneiras que os alunos conhecem e representam o saber matemático. Para isso, o professor deve estar atento aos registros e procedimentos de cálculos não-convencionais produzidos pelos alunos, pois assim poderá planejar tarefas que mobilizem discussões sobre procedimentos usados em algoritmos alternativos e posteriormente relacionando-os com os procedimentos dos algoritmos convencionais.

5. Referências bibliográficas

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática. 2009.

MENDONÇA, M.C.D. A intensidade dos algoritmos nas séries iniciais: uma imposição sócio-histórico-estrutural ou uma opção valiosa**? Zetetiké**, v. 4, n. 5, 1996, p. 55-76.

ONUCHIC, L.R. e ALLEVATO N. S. G., Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V.(Org.) **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas (Seminários e Debates). São Paulo: UNESP, 1999.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Palestra de Encerramento: Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. In: I SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – I SERP, 2008, - Rio Claro, **Anais de Trabalhos Completos I SERP**, Rio Claro: UNESP, 2008.

PANIZZA, M. (org.). **Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas Séries Iniciais.** Porto Alegre: Artes Médicas, 2006.